UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS

CAMPUS SOROCABA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

O CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO E OS “POR QUÊS” DOS ALUNOS

RODRIGO DONIZETE SERRA

SOROCABA

2018

RODRIGO DONIZETE SERRA

O CONHECIMENTO MATEMÁTICO PARA O ENSINO

E OS “POR QUÊS” DOS ALUNOS

Dissertação apresentada para obtenção do título de Mestre em Educação ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos - *Campus* Sorocaba. Linha de pesquisa e Formação de Professores e Práticas Educativas.

Orientadora: Profa. Dra. Bárbara Cristina M. Sicardi Nakayama

Co-orientador: Prof. Dr. Sergio Apparecido Lorenzato

SOROCABA

2018

Serra, Rodrigo Donizete

O conhecimento matemático para o ensino e os " por quês " dos alunos / Rodrigo Donizete Serra. -- 2018.
104 f. : 30 cm.

Dissertação (mestrado)-Universidade Federal de São Carlos, campus Sorocaba, Sorocaba
Orientador: Bárbara Cristina Moreira Sicardi Nakayama, co-orientador: Sergio Apparecido Lorenzato
Banca examinadora: Profa. Dra. Renata Prenstteter Gama, Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti
Bibliografia

1. Conhecimento Matemático para o Ensino- CME. 2. "Por Quês" Matemáticos. 3. Formação e Prática Docente. I. Orientador. II. Universidade Federal de São Carlos. III. Título.

Ficha catalográfica elaborada pelo Programa de Geração Automática da Secretaria Geral de Informática (SIn).
DADOS FORNECIDOS PELO(A) AUTOR(A)
Bibliotecário(a) Responsável: Maria Aparecida de Lourdes Mariano – CRB/8 6979

DEDICATÓRIA

À minha esposa Enza por todo amor e carinho. Ao meu sogro Michele e minha sogra Josetti por todo apoio e incentivo. À memória do meu pai Laércio que me ensinou a humildade e o servir ao próximo, e à minha mãe Clotilde pelo exemplo de força e determinação. Aos meus irmãos Cristina e Richard pela amizade e harmonia e aos meus sobrinhos: Victor, Luanna, Karoline, Maria Eduarda e Giovanni que a luz de Deus os guie sempre em busca do conhecimento.

AGRADECIMENTOS

A Deus por guiar-me e dar força para realizar esse projeto.

A todos meus alunos e ex-alunos com quem muito aprendi e aprendo.

À minha orientadora Bárbara pela confiança, amparo, parceria, comprometimento e por conduzir-me no mundo científico por meio de seu exemplo de garra, perseverança e superação. Por dedicar seu precioso tempo de maternidade e nos fazer acreditar sempre. Muitíssimo obrigado!

Ao meu co-orientador, Prof. Sergio Lorenzato, pelo seu apoio incondicional, preocupação e zelo comigo. É uma honra poder tê-lo como co-orientador, pela sabedoria, pelo que representa na Educação Matemática e principalmente pelo ser humano que é.

À Profª. Renata Prenstteter Gama por todas as contribuições, leituras, críticas e por me inspirar a buscar sempre o melhor.

Ao Prof. Douglas Tinti pelo carinho e extremo cuidado com a leitura e apontamentos na pesquisa.

À família que fiz nesses 20 anos de Colégio Integral de Campinas à qual tenho muito orgulho de pertencer e, especialmente, ao meu querido amigo e diretor Milton Maia, por revelar-me, guiar-me e inspirar-me no mundo da docência.

A todos os amigos da Linha 1 do mestrado em Educação da UFSCar Sorocaba, que sonharam e acreditaram juntos, em especial às minhas novas “irmãs” Raquel e a Beth com quem tive o prazer de dividir vários momentos, sonhos, medos e expectativas.

À todas as pessoas que buscam no estudo um meio para ajudar o próximo.

RESUMO

SERRA, Rodrigo Donizete**.** O Conhecimento Matemático para o Ensino e os “Por Quês” dos alunos. Dissertação (Programa de Mestrado em Educação). Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2018.

O presente trabalho apresenta uma pesquisa que foi desenvolvida no Programa de Mestrado em Educação da Universidade Federal de São Carlos - *Campus* Sorocaba - SP, Brasil, e está vinculada ao Programa Observatório da Educação em Educação Matemática. Tem como objetivos compreender quais conhecimentos para o ensino de matemática são mobilizados a partir da reflexão sobre os por quês dos alunos, esclarecer conceitualmente o que compõe o conhecimento para o ensino de matemática e revelar, nos Por Quês dos alunos, potencialidades formativas para os professores que ensinam matemática. O procedimento metodológico foi realizado em duas etapas: na primeira foram produzidos 105 Por Quês junto a alunos do ensino médio da educação básica, na cidade de Campinas - SP, em três escolas distintas. Esses dados foram categorizados nas áreas da matemática; na segunda etapa metodológica foram levados aos professores da educação básica por meio da realização de dois grupos focais, em dois grupos de estudos e pesquisas, o GEPRAEM da UFSCAR - *Campus* Sorocaba e o GEPEMAI da UNICAMP – Campinas - SP. Ancorados nos artigos sobre o tema realizados por Lorenzato (1993), Barbosa (2011) e Moriel e Wielewski (2013) e pelo conceito de Conhecimento Matemático para o Ensino (CME), desenvolvido por Ball (2008), pode-se compreender, a partir dos relatos dos integrantes dos GF (Grupos Focais), a importância desses Por Quês como elementos que despertam a investigação, a reflexão sobre a prática, potencializando, assim, a formação continuada e podendo ampliar o C.M.E do professor que ensina matemática, redimensionando suas concepções sobre o conhecimento do conteúdo e conhecimento didático do conteúdo.

Palavras-Chave: Por quês matemáticos, conhecimento matemático para o ensino, formação de professores, prática de ensino.

ABSTRACT

SERRA, Rodrigo Donizete. Mathematical Knowledge for Teaching and the Students' "Whys". Dissertation (Program of Master's Degree in Education Studies). Universidade Federal de São Carlos, Sorocaba, 2018.

The present paper refers to a research developed at the Master's in Education Program from São Carlos Federal University (UFSCar) – Campus Sorocaba-SP, Brazil, and it is linked to the Observatory of Education Program (OBEDUC) in the field of mathematics education. The objectives of the research are to understand which knowledge is mobilized for mathematics teaching from the reflection on the students' 'whys', elucidate what composes the knowledge for mathematics teaching, and reveal, based on students' 'whys', the formative potentialities for mathematics teachers. The methodological procedure was conducted in two stages. During the first stage 105 'Whys' were produced together with high school students, in the city of Campinas- SP, in three different schools. These data were categorized in the field of classic mathematics and on a second stage they were taken to teachers from elementary education on two focal groups, in two groups of studies and researches: GEPRAEM from UFSCAR - Campus Sorocaba and GEPEMAI from UNICAMP - in the city of Campinas-SP. They were based on articles about this theme written by Lorenzato (1993), Barbosa (2011), and Moriel and Wielewski (2013) and on the conception of Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), developed by Ball, Thames, Phelps, (2008). It is possible to understand through the accounts of Focal Groups (FG) members the importance of these 'Whys' as elements that awake investigation and reflection about the practice, potentializing continuing education, and possibly collaborating to expand the MKT of mathematics teachers and resizing their conceptions about the knowledge of contents and didactic knowledge of contents.

Key Words: Mathematical 'Whys', mathematical knowledge for teaching, teachers formation, teaching practice.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANPED - Associação Nacional de Pós- Graduação e Pesquisa em Educação

BDTD - Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações

CAPES - Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior

CME – Conhecimento Matemático para o Ensino

GEPEMAI - Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais

GEPRAEM - Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Práticas Formativas e Educativas em Matemática

GF – Grupo Focal

HTPC- Hora de Trabalho Pedagógico Coletivo

LCMN- Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática

NEPEM - Núcleo de Estudos e Pesquisas sobre Narrativas, Formação e Trabalho Docente

OBEDUC – Programa Observatório da Educação

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PUC-SP- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

UFTM – Universidade Federal de Mato Grosso

SUMÁRIO

Apresentação

Muitas vezes, enquanto aluno, surgiram Por Quês em vários conteúdos matemáticos. Muitos foram esclarecidos de imediato, outros compreendi mais tarde em séries posteriores ao Ensino Fundamental I, porém muitos ficaram sem resposta ou tiveram respostas como: "é assim", "é uma regra da matemática", "decore e pronto", ou "porque é assim: em matemática só existe uma resposta". Questões como '*Por que todo número elevado a zero dá 1?*', '*Por que, ao dividirmos duas frações, multiplica-se a primeira pelo inverso da segunda?*', '*Por que 2 é par?*', '*Por que o volume da esfera é* $\frac{4}{3}\pi R^3$*?*', '*Por que não dá para dividir 0 por 0?*','*Por que a área do trapézio é* $\frac{(B+b)h}{2}$ *?*' e outras, acompanharam minha trajetória escolar enquanto aluno, e em grande parte de minha carreira como professor, a qual atualmente completa 20 anos.

Incomodado com essa questão – a dificuldade para se obter uma resposta para os Por quês – e para buscar uma resposta para diversas situações de prática que vivenciei enquanto aluno e as que vivencio enquanto professor, é que desenvolvo esta pesquisa. Nas palavras de Freire (1996, p.16), "[...] ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo, educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade".

A importância de pesquisar os Por Quês apresentados pelos alunos surge de uma contradição/dificuldade percebida na prática durante esses 20 anos de docência, na posição de professor do Ensino Médio e de algumas séries do Fundamental, em que pude perceber uma lacuna que existe entre uma situação suposta de aprendizagem e uma aprendizagem significativa. Em vários momentos, enquanto explicava um assunto matemático, no início da carreira, pude perceber que o que estava explicando era muito automático e não envolvia custo reflexivo algum, como por exemplo, colocava as formas de P.A (Progressão Aritmética) na lousa, de termo geral e soma, e pedia aos alunos para que fizessem exercícios com aplicação de fórmula, sem compreender o que significam aquelas fórmulas, qual o raciocínio envolvido na construção delas e não apresentava outras formas de representações de soluções possíveis. A esse processo chamo de situação suposta de aprendizagem.

Após incomodar-me com essa situação no início da carreira, resolvi refletir sobre a prática, conversei com os pares, procurei outras representações e significados para trabalhar esse assunto, bem como situações-problemas do cotidiano e comecei a considerar, em minhas reflexões didáticas, os Por Quês dos alunos.

Primeiro, busquei um significado de conteúdo enquanto docente e a partir desse momento as explicações fizeram muito mais sentido para os alunos. Devido a essa mudança de paradigma, que muitas vezes foi uma reprodução do que aprendi como aluno, esse modo de explicar com múltiplas representações e sentidos, contribuiu para uma melhor compreensão dos alunos e isso é que entendo e denomino como sendo uma aprendizagem significativa.

Um dos significados do verbo retratar (transitivo direto e pronominal) refere-se a rever conceitos e, informalmente, podemos lhe atribuir os significados de refletir, expressar, reproduzir, mostrar. Apoiado a esses significados, destaco a importância do tema desta pesquisa, uma vez que os questionamentos a respeito da matemática, os seus porquês, acabam por refletir, mostrar, rever as dimensões do conhecimento matemático e a maneira pela qual eles evidenciam problemas conceituais, dificuldades de aprendizagem, ensino e sinalizam quais estratégias de ensino poderão ser utilizadas a partir dessas reflexões por professores que, em algum momento, provavelmente, tiveram essas dúvidas enquanto alunos e agora se deparam, novamente, com muitas delas.

Procurando investigar os motivos dessa dificuldade percebida na prática, momento em que os alunos apresentam seus Por Quês, com vistas a diminuir a lacuna entre uma suposta aprendizagem e uma aprendizagem significativa, espero que esta pesquisa responda às seguintes questões:

Quais dimensões do conhecimento para o ensino se revelam a partir do diálogo com professores que ensinam matemática sobre os por quês dos alunos?

Quais potencialidades formativas e para a prática educativa dos professores se revelam a partir dos por quês matemáticos dos alunos do ensino médio da educação básica?

Os objetivos que pretendo alcançar com essa pesquisa são:

. Esclarecer conceitualmente o que compõe o conhecimento para o ensino de matemática.

. Revelar, a partir dos Por Quês dos alunos, potencialidades formativas e para a prática educativa dos professores que ensinam matemática.

A escolha dos referenciais teóricos foi feita após um profundo levantamento e exercício de mapeamento sobre o tema em *sites* de pesquisa, tais como, Banco de Teses & Dissertações Capes, Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (Anped), Biblioteca Digital Brasileira de Teses (BDTD) e Dissertações, e Google acadêmico; e o que se encontrou, a partir dos descritos "Por Quês Matemáticos", foram três artigos relacionados ao tema dos seguintes autores: Lorenzato (1993), Barbosa (2011) e Moriel Junior e Wielewski (2011). Não havia nenhuma dissertação ou tese sobre o tema, podendo-se destacar então a importância do desenvolvimento do presente trabalho para o campo da educação e educação matemática.

Pensando no objeto de pesquisa – os Por Quês matemáticos e suas relações com o conhecimento e o processo de ensino aprendizagem –, decidi investigar também o que estaria "por trás" desses Por Quês e para isso foram utilizados como referenciais os conceitos de Conhecimento Matemático para o Ensino (CME) de Ball *et all* (2003) e os artigos de Beatriz D'Ambrósio (1989) sobre processo e dificuldades do ensino-aprendizagem da matemática.

Para a produção de dados da primeira etapa metodológica, foi montada uma urna denominada "Hexaedro dos Por Quês" e a produção desses Por Quês foi realizada durante o mês de março de 2017, no Ensino Médio, em três escolas particulares de Campinas-SP. Após a produção desses dados, foi feita a categorização desses Por Quês, classificados de acordo com as áreas da Matemática – Álgebra, Geometria, Aritmética, Trigonometria.

Para uma segunda etapa metodológica, que consistiu em levar esses "Por Quês" ao conhecimento dos professores, foi utilizada a técnica de Grupo Focal (G.F), em dois grupos de estudos e pesquisas diferentes, o GEPRAEM, na UFSCar - Campus Sorocaba-SP e o GEPEMAI, na Unicamp - Campinas-SP, durante o mês de dezembro de 2017.

A dissertação foi estruturada da seguinte forma:

Na introdução utilizo uma metáfora de um trem passando por várias "estações", apresento minha justificativa pessoal para o desenvolvimento da pesquisa, na qual relato os motivos e os "Por Quês", enquanto aluno, que me levaram a investigar essa temática.

Em um segundo momento da introdução apresento os estudos que abordam o tema dos "Por Quês", após a revisão bibliográfica, destacando a minha preocupação com a pesquisa do ponto de vista acadêmico.

No final da introdução, apresento uma possível definição de um "Por Quê" matemático, suas possíveis implicações na prática docente e suas potencialidades formativas, visando minha preocupação social com a pesquisa, relacionada à prática e formação do professor.

No capítulo 1, em consonância com o referencial teórico adotado na pesquisa, escrevo sobre as Dimensões do Conhecimento Matemático e o Processo de Ensino, sobre o Conhecimento e o Conhecimento Matemático para o Ensino (CME) , Dimensões do processo de Ensino , Dificuldades do Ensino de Matemática, e, ancorados nas ideias de D'Ambrósio (1989, 1993); Machado (2006); Ball et all (2008); Ribeiro, C.M (2011); Ribeiro, A.J (2012), é possível situar-se em relação ao referencial teórico que norteou e fundamentou o desenvolvimento, análise e conclusão da pesquisa.

No capítulo 2, descrevo as etapas metodológicas, o instrumento utilizado para a coleta de dados e a técnica utilizada na segunda etapa metodológica, que foi a realização do G.F., junto aos professores. Apresento as categorizações dos 105 "Por Quês" produzidos junto aos alunos do E.M., a categorização e tratamento feito a esses dados e, também, uma pré-análise dos recortes das falas dos integrantes do G.F., reunindo condições para se fazer a análise no capítulo 3.

No capítulo 3, analiso dos dados considerando o referencial teórico e buscando subsídios que respondam às questões centrais da pesquisa e seus objetivos.

Nas considerações finais, elenco uma série de achados que, não somente respondem às questões centrais, mas fornecem novas possibilidades para a continuidade do tema em futuras pesquisas, e reforçam a importância dos "Por Quês" com potencialidades formativas e de reflexão da prática, podendo colaborar para que o professor amplie seu CME, por meio da investigação desses "Por Quês", diversificando suas representações e estratégias metodológicas no processo de ensino da matemática.

Introdução

Na primeira parte deste capítulo utilizo uma metáfora para compor um memorial, em que narro minha trajetória escolar a bordo de um trem, cuja viagem começa nas estações dos anos iniciais e me leva até a estação pós-graduação da UFSCAR - Sorocaba. Durante esta viagem na qual sou narrador e personagem, vêm à tona momentos de minha trajetória de vida que me fazem compreender e sinalizar o que me move a realizar essa pesquisa.

Na segunda parte, apresento o conceito de “Por Quê” Matemático que pretendo utilizar na pesquisa, com base nos “Por Quês” que encontrei durante esses vinte anos lecionando no Ensino Médio e Fundamental, que muito contribuíram para a motivação e desejo de investigação das questões que nortearam esta dissertação.

A escrita de um memorial de formação faz com que, por meio de uma viagem interior, eu possa narrar minha trajetória de formação – considerando o tempo, embora violando a sequência cronológica – motivada por crenças, experiências, anseios, teorias e momentos que, de algum modo, possuem uma significação dos fatos, história que, ao ser narrada por escrito, tento preservar do esquecimento.

Nessa combinação de elementos de textos narrativos e textos descritivos – em que sou protagonista do registro de um processo e acontecimentos, apareço na figura de escritor, narrador e personagem da minha própria história, ocupando ora a posição de aluno, professor, formador e pesquisador, ora a de filho ou amigo – tento apresentar-lhes como as ocorrências positivas e negativas, de alguma maneira, interferiram naquilo que sou hoje. Além disso, ao resgatá-las em minha memória, elas contribuem para minha formação; à medida que, por meio da reflexão, consigo observar e analisar a sua importância na composição de toda a minha carreira profissional.

Acredito que a escrita de um memorial de formação não somente torna público os fatos, o que penso ou o que vivenciei – e que foram marcantes – mas contribui para espalhar a riqueza do conhecimento produzido no cotidiano dessas memórias.

Escrever um memorial de formação pode, de certa forma, ser visto como uma contribuição para a formação profissional de muitos educadores, por meio de nossas histórias, momentos, rupturas, aprendizagens, reflexões...

O Início da Viagem...

O trem leva-me até a estação Escola Estadual Dr. Rubião Junior, em Casa Branca, onde nasci e vivia. Era o colégio dos "meninos" grandes, 1ª série, onde iria aprender a escrever e a ler. Como a cidade era pequena e remontava o fim da ditadura, muitas pessoas diziam que os professores podiam bater, e que a professora que iria nos dar aula era "brava", chamavam-na de 'dona', acrescido do primeiro nome: Dona Brasilina. Era uma senhora negra, alta, com um olhar que transmitia extrema serenidade e voz firme, mas nada agressiva e muito acolhedora e segura. Essa foi minha professora de 1ª série, cuja descrição acima persiste em minha memória, desde aquele primeiro contato.

D. Brasilina, durante esse ano, fez com que eu e toda a sala passássemos a entender a importância de um(a) professor(a) e o valor de estudar – e apesar de ela nunca ter dito uma palavra sobre isso, seu comportamento nos educava todos os dias. Lembro-me de um episódio no qual escrevi "*múmero*" ao invés de número, então ela me chamou e disse: "O que está escrito aqui?". Respondi: "Múmero.". E ela perguntou: "E é "múmero" que se escreve?". Eu disse: "Não, é número.". E ela sorriu e disse apenas: "Então corrija".

Percebam que ela não repreendeu e também não deu a resposta pronta. Por meio de perguntas fez com eu chegasse à resposta. Isso foi tão importante em meu aprendizado que atualmente, como professor, repito essa prática. D. Brasilina, naquele episódio, fez com que eu percebesse a diferença entre conhecimento do conteúdo e conhecimento didático do conteúdo (Marcelo,1998), pois ela poderia ter dado a resposta, o que evidenciaria o conhecimento do conteúdo, mas ela usou de recurso didático, de experiência, da interação professor-aluno e do diálogo. E isso fez toda a diferença!

Embarquei, então, da estação 1ª série para a estação 2ª série. D. Brasilina pegou outro trem, para outra viagem, em junho de 1999. Sua memória e sua didática ainda habitam muitos corações que tiveram a honra de serem seus alunos

No período entre a 2ª e a 4ª série, começaram a surgir algumas dúvidas / Por Quês matemáticos, tais como 'Por que aprender frações?', 'Por que para adicionar uma fração com outra, com denominadores diferentes, é preciso fazer m.m.c?', 'E o que é m.m.c.?', 'E o zero, o que significa?', 'Qual a função de uma dízima?', 'Números pares e ímpares se alternam?'.

Lembro-me que fiz algumas dessas perguntas aos professores e as respostas eram: "Porque na matemática é assim", "Nas séries posteriores você entenderá", "É regra da matemática", e outras perguntas não as fiz, por receio de estar perguntando algo que pudesse incomodar – quando criança, muitas vezes, tive esse sentimento de que perguntar ao adulto atrapalhava – e estava cheio de dúvidas, interrogações que aos poucos se transformavam em pontos finais.

Da 1ª até a 5ª série, minha viagem foi constituída pela percepção da escola como organizadora do trabalho docente, assim como apresentada por (Tardif e Lessard, 2005, p.55) que diz que "A escola não é apenas um espaço físico, espaço social. Define como o trabalho dos professores é repartido, realizado, planejado, supervisionado e visto por outros".

Percebi claramente nesse período como a escola estava organizada em salas, classes e que era regulada por tempo, disciplina, obediência. Lembro-me de quando a Sra. Diretora aparecia na porta da sala e, prontamente, todos os alunos ficavam em pé, e então ela dizia 'Podem se sentar!'. Percebi, na figura da diretora, naquele momento, que parecia haver certa organização de funções na escola.

Nesse período, os Por Quês matemáticos que não foram respondidos nas séries anteriores ainda me acompanhavam e agora eram mais intensos e referentes a mais conteúdos.

D. Lúcia, minha professora de matemática da 5ª à 7ª série, era muito dinâmica, possuía uma lousa organizada e também uma organização de aula (previsível) que consistia em 80% de resolução de exercícios, 10% de avaliações e tarefas e outros 10% de explicação conceitual.

Lembro-me de várias aulas dedicadas a resolver expressões numéricas longas e das equações para achar o valor de x, e perguntava-me: "Por que resolver essa expressão numérica várias vezes? Qual a finalidade?". Achava que simplificando as expressões estava aprendendo e compreendendo matemática e o valor de x, mas o que fazer com a resposta encontrada?

Durante as poucas aulas de geometria que tive, não entendia como todo quadrado era retângulo, paralelogramo e losango ao mesmo tempo. Tinham nomes diferentes? E perímetro, de onde surgiu esta palavra? A professora explicou que era a soma dos lados. Mais tarde falaram em perímetro da circunferência, mas circunferência tem lados?

Essas dúvidas habitaram e fizeram parte de meu trem de formação por muitos e muitos anos, e muitas só seriam esclarecidas durante minha atividade como docente.

Mas o trem seguiu... e no portão da 7ª série aconteceu algo extremamente importante para minha formação: tive contato com a docência! Dona Guiomar, professora de ciências, de maneira sábia, percebia que a escola ia além do modelo aula expositiva, cópia e provas. Ela conhecia os alunos, parecia dentre todos os professores ter feito estágio com Dona Brasilina (na mesma estação, porém no portão 1ª série). Dona Guiomar pedia-me que a ajudasse a corrigir as provas de ciências de meus amigos e nesse momento tive contato com o prazer de estar junto com o professor, tive outro olhar sobre o ensino-aprendizagem. Começava ali um despertar para atividades de um professor, claro com a concepção de aluno e sem consciência de que para seguir a carreira docente era necessário e importante estudar, fazer licenciatura, mas isso seria em outra estação, mas adiante. Após as aulas, eu ficava para explicar a matéria e tirar dúvidas. E Dona Guiomar pegou outro trem, desceu do vagão e partiu para outra viagem, mas habita para sempre a minha memória.

Era final de 1990, mais precisamente no mês de agosto. Eu estava na 7ª série, ainda na escola estadual Dr. Rubião Junior e senti que a minha viagem poderia ir para outra estação, localizada em São José do Rio Pardo – SP, uma cidade vizinha a Casa Branca – SP, mas o bilhete para essa viagem era financeiramente caro, pois era uma escola particular, e as barreiras que teria que enfrentar devido à diferença de classes seriam muitas.

Eu havia saído da floricultura, onde trabalhava desde os 9 anos, para trabalhar como guardinha mirim em uma farmácia. Estava agora com 13 anos. Decidira mudar de emprego e creio que isso desencadeou uma mudança de ciclo escolar. Mas como estudar em uma escola cuja mensalidade era o dobro do salário do meu pai?

Em dezembro de 1990, pedi licença ao Sr. Ângelo (dono da farmácia onde trabalhava) e fiz uma ligação ao Colégio Grafos. Quando atenderam, disparei a falar: "Sou um jovem de Casa Branca, que trabalha desde os nove anos e estuda, e gostaria de saber como faço para estudar aí. Não tenho dinheiro, mas tenho muita vontade de ser alguém na vida" e quase não deixei a outra pessoa do outro lado falar! A outra pessoa, que se identificou como um funcionário, disse que era apenas um funcionário e que todos estavam de férias. Pediu que eu ligasse novamente em janeiro e falasse com o diretor João Carlos. Agradeci e esperei até janeiro.

Retornei a ligação em janeiro e falei com o Diretor, Sr. João Carlos, o qual me informou que eu deveria fazer uma prova de bolsas, pois havia essa possibilidade.

Em janeiro de 1991, de férias no período da manhã e com meus treze anos de idade, peguei um ônibus fretado que ia para São José todos os dias e cheguei à escola. Ela não era grande como a escola estadual onde estudava, ficava após uma igreja, um prédio que era a extensão de um convento e que o dono da escola alugou. Mas era diferente da escola na qual eu estudava! Era azul, as carteiras cheiravam tinta nova, havia caixas de música ao invés de sinal, havia videocassete com televisão para os alunos assistirem programas que os professores achassem importante. Tive contato com recursos didáticos, e também uma sensação de tristeza, pois a escola estadual de onde vinha demoraria a ter esses recursos.

Preparei-me com livros da biblioteca pública municipal de Casa Branca, que era excelente, e fiz a prova. Voltei para casa, cheio de dúvidas e incertezas, mas havia tentado uma viagem diferente, não me preocupava com o destino e sim em partir, conhecer outras paisagens.

Em fevereiro de 1991, as aulas na estação anterior já haviam iniciado e eu não tinha resposta se havia passado ou não na prova de bolsa ou quanto desconto conseguiria. Cheguei à farmácia, após o almoço, e o telefone tocou (poucos tinham telefone naquela época, o preço era o equivalente ao de um lote de terras) e, para minha surpresa, era o diretor, Sr. João Carlos, que me disse: "Rodrigo, saiu o resultado de bolsa, 100% você não conseguiu" – confesso que desanimei nessa hora – "mas você conseguiu um desconto de 95%. Parabéns e pode vir fazer a matrícula!".

O trem de minha formação tomava outro destino, para modificar minha viagem e o resto da minha vida, pois ao ir ao Grafos aprendi não somente conteúdos didáticos diferentes e mais profundos e leituras incríveis, mas aprendi a vencer a mim mesmo, a lidar com a diferença entre ricos e pobres, pois era o único bolsista, filho de pedreiro, que estudava naquela escola.

Sentia o peso da bolsa, com um misto de desejo de superação e de ser o melhor aluno possível, de fazer o melhor que podia naquilo que me propunha. Isso me acompanha até hoje! Aprendi que nós só sabemos o caminho se passarmos por ele, e que a educação é um processo no qual aprendemos muito.

A questão financeira começou a ter mais peso, pois em uma escola particular não existe somente a mensalidade. Há uniformes, livros, lanche e, no meu caso, transporte. O meio salário que ganhava na farmácia pagava os 5 % da bolsa que me cabia e ficava sem dinheiro para o uniforme (que era obrigatório). Lembro-me de ter tido uma única camiseta durante os quatro anos que estudei lá. Tinha orgulho dela. Fora comprada por um primo, Jorge, que já trabalhava e resolveu ajudar-me. Várias vezes fui para a escola com ela úmida, pois não tinha outra. Para os livros havia biblioteca e para o transporte, assumi durante esses quatro anos a função de coordenador do ônibus e por isso ficava isento do pagamento.

E os Por Quês matemáticos continuaram, agora com o peso extra de uma bolsa de estudos, e parecia que só eu tinha dúvidas e as perguntas já haviam diminuído em muito em relação ao ensino fundamental I. Havia o receio de perguntar e quando o fazia, as perguntas pareciam óbvias, perguntas que, sabia, não exigiriam muito conhecimento matemático do professor e não despertariam nele o semblante fechado ou a voz autoritária, perguntas que não incomodavam, e por esse motivo, porém, cada vez mais, minha cabeça ficava cheia de dúvidas.

No 9º ano surgiu Bháskara para resolver equações de 2° grau, que eu adorava fazer e obtive nota 10 nas provas, mas não fazia a menor ideia para que servia. Por que era importante? E se esquecesse a fórmula? Esse 10 rapidamente se transformaria em um 0, pois só sabia um método (mesmo sem compreendê-lo) para resolver equações de 2° grau.

Finalizei o 9° ano com notas excelentes em matemática, mas tinha muitas dúvidas e hoje observo que essa nota referia-se a treinamento, método por exemplificação de resolução de problemas.

Durante o primeiro ano do ensino médio, orientado por uma pessoa fantástica que era professor de química e pedagogo, comecei a dar aulas particulares. Comecei por que percebia que gostava de explicar e reexplicar a matéria para os meus colegas e que poderia, além de estudar, ganhar algum dinheiro extra, que para mim seria vital para continuar a viagem. Ressalto que devido à condição financeira de meus pais, raramente recorria a eles para pedir algum dinheiro. Tive, então, que ser maquinista de meu próprio trem e o fiz naquela época sem saber a importância de uma licenciatura, de longe os aprendizados que obtive nessa época me deixaram pronto como professor, isso viria com muito estudo, na universidade, mas certamente esses aprendizados enquanto "aluno-professor" ajudaram a aumentar o gosto pela docência e de certa forma criar uma direção para essa viagem: a licenciatura em matemática e minha profissionalização.

O professor Eduardo, que era, além de pedagogo e professor de química, coordenador da escola, ofereceu-se para pagar, na gráfica, alguns cartões pessoais nos quais ofereciam minhas aulas.

Com a prática de aulas particulares pude não somente ter um ganho financeiro, mas um ganho de conteúdo didático, de ensino-aprendizagem, de técnicas de explicações, de observar o outro, de aprender com as perguntas, de qual conhecimento é essencial para o ensino. Aprendi o tempo de aula e que este variava de cada um para cada um, e que o modo como um aluno entende um assunto nem sempre é o mesmo do outro. Dava aulas de matemática, física, química e biologia. Estudava antes de dar as aulas, e hoje após ter feito licenciatura em matemática, entendo isto como planejamento. O início de minha aprendizagem para a docência foi, portanto, com as aulas particulares, aos 15 anos. Nos dias atuais, muito do que uso em minhas aulas tem como base a experiência que começou lá atrás, e depois aprofundada e certificada pela Licenciatura em Matemática. Entendi a incompletude do conhecimento, e que a aula vai muito além da exposição, que compreende um processo de relações e necessita de uma constante reflexão sobre a prática. Entendi a necessidade da autoavaliação e da observação constante das necessidades e expectativas da comunidade na qual estamos inseridos, do que ensinar, para que ensinar, como ensinar e como a intencionalidade desse ensino pode sugerir ou não mudanças nessa comunidade.

Nesse período tive muitos alunos, alguns da minha idade, outros mais velhos, e os Por Quês ainda me perseguiam e agora com receio de algum aluno perguntar e eu não saber a resposta. Muitas vezes essa situação ocorreu e em muitas delas reproduzia o que ouvira de meus professores: “é regra da matemática”, e depois chegava em casa e procurava a resolução em livros didáticos, que quando não apresentavam solução, pareciam estar programados para dar sempre a mesma resposta padronizada.

No final de 1994, pela terceira vez, tomava o trem com destino ao vestibular e como já havia experimentado no primeiro e segundo ano do ensino médio, aquela situação parecia-me um pouco mais tranquila. O que me perseguia naquele momento era a incerteza do curso e da profissão.

Recordo-me, como se pudesse me deslocar fisicamente no tempo, que quando decidi ser professor, ouvi expressões como: “Coitado, Deus te abençoe!”, “Professor?”, “Vai sofrer!” “Poderia ser médico, é tão inteligente!”. Para um jovem de dezessete anos, lidar com essa pressão social, pode determinar seu caminho. Mas sabia, ou melhor, sentia que o mais significativo para mim seria seguir aquela viagem ao mundo da docência, pois na prática já sabia e sentia que seria uma viagem mais tranquila, tanto em relação aos recursos financeiros, nas chances que teria de ingresso ou por ter vivenciado por três anos a experiência das aulas, o que continuaria por toda a graduação, até o presente momento.

Inicialmente prestei vestibular para o curso de Física, na Unicamp. Consegui passar e o trem uma vez mais mudou seu curso. Agora rumo a Campinas, estação Unicamp, ficava na memória o Colégio Grafos e minha adolescência de aprendizados e experiências. O trem partiu para o ensino superior, em uma cidade grande que oferecia mudanças, mas exigia mais uma vez recursos financeiros e agora a partida não seria somente do ensino médio, mas da cidade onde nasci, da estação segura chamada casa, do vagão de meus pais e meus irmãos, felizmente, com direito a voltar. Eu sabia que precisava ir, pois assim como a mudança para o

Grafos, a universidade seria muito importante na minha formação e para selar o desejo de conhecimento e da carreira docente.

Continuei, durante toda a graduação, dando aulas de matemática, física, química e biologia. Comecei a graduação em física, período noturno, e durante o dia dava aulas particulares. Fui até uma escola particular em Campinas, chamada Integral e pedi para a orientadora pedagógica se poderia indicar-me para aulas particulares. Ela começou a me indicar e eu ia até a casa das pessoas. Depois de um ano já possuía mais de 30 alunos, o que garantia meu aluguel, livros, ajuda à família e um ganho muito grande de mais técnicas de explicação, de consonância do que aprendia na licenciatura e que aplicava na prática. Durante os anos de graduação, por meio das aulas particulares, fui agregando conhecimento à minha formação.

Quando estava no quarto ano de física, decidi ir até o colégio que havia me indicado aulas particulares, o Integral, e pedi que se precisassem de um plantonista (professor que tira dúvidas dos alunos) que me avisassem, pois eu tinha interesse. Foi o que aconteceu.

Nesse momento, há uma mudança estrutural em minha formação, pois ao ser contratado como plantonista, pela primeira vez entraria na escola não com a função de aluno, mas sim como professor. Agora estaria em contato com os professores, veria como era uma sala de professor, a dinâmica da escola, horários, planejamentos, planos, projetos, conselhos, avaliações e teria um salário e benefícios como profissional. Iniciava-se a construção formal da minha identidade docente.

Nesse período, a atividade docente em minha vida foi intensa e os Por Quês matemáticos ficaram muito sérios, pois agora, além de aluno, estava registrado profissionalmente em uma escola.

No início do meu trabalho no colégio Integral, dava plantões de matemática, física e química; e no final do primeiro ano, como havia cinco unidades do mesmo colégio, eu já fazia substituições de professores que faltavam. Foi meu primeiro contato com salas de aula. Era avisado sobre qual assunto trabalhar e fazia a substituição. Nesse período, usei muito o conhecimento da graduação, que ainda cursava e as técnicas de aulas particulares que já dava aos quinze anos. Percebi que a trajetória escolar que havia percorrido até ali ajudaria, e muito, nessa nova fase.

No segundo ano de trabalho, um professor de matemática e colega de trabalho chamado Valdir, pelo qual eu tinha grande apreço, contraiu uma grave doença e partiu para outra viagem. Agradeço muito a ele também, pois me ensinou a importância das aulas. Dizia “a aula é sagrada” e ensinou-me a importância da colaboração no ensino, de compartilhar com os pares as experiências e os medos, de refletir sobre as práticas e criar recursos para o ensino. Atualmente, essas práticas, são muito presentes nos grupos colaborativos.

Foi nesse momento que o diretor e mentor da escola, Sr. Milton, convidou-me para assumir as aulas de matemática e de geometria da escola. Nesse momento, consolida-se a minha carreira. Aceitei e assumi trinta aulas de ensino médio e cursinho preparatório para vestibular, onde estou até hoje.

Como havia assumido as aulas de matemática e entendia a forte interlocução da mesma com outras áreas, decidi mudar de curso na Unicamp e ir cursar licenciatura em matemática.

Isso foi por volta do ano de 2001 e de lá para cá dei aulas de matemática, aprofundei meus estudos na área, licenciei-me, e sinto ter feito a viagem certa. Além dos conteúdos desses dezesseis anos de sala de aula, percebi que a matemática possui uma função social na vida, pois as pessoas utilizam matemática no cotidiano para fazer opções. Descobri e divulgo que matemática não é somente números e que a geometria tem um papel estrutural e importante na matemática e na vida.

Decidi lecionar matemática, não somente porque vagou um lugar, e sim porque por muitos e muitos anos ouvi que a matemática é difícil, que muitos daqueles que sabiam matemática eram gênios, que a linguagem matemática era complicada ou que não usariam matemática para nada na vida; e então vinha em mim um desejo de mudar isso, de mostrar que muitos Por Quês tinham respostas e poderiam ser compreendidos. Decidi lecionar matemática para tentar levá-la a todos, pois acredito que todos possam ter acesso a essa ciência e usá-la conforme desejarem. Não se pode desvincular o ensino de matemática do processo educacional. Ao ensinar matemática, devemos levar em consideração a didática e o ensino como objeto da didática.

Em um primeiro momento, na posição de professor de sala, muitas vezes recordei da situação como aluno, pois frequentemente, quando estava explicando algum conteúdo, surgiam Por Quês e muitas vezes eu não sabia o que responder além do rigor matemático e tive que pesquisar, agora com auxilio da internet, livros, conversa com os pares, para poder retornar com a resposta. Esse exercício de pesquisar, ir atrás, ver novas formas de olhar para uma situação-problema em busca de uma resposta para os Por Quês contribuiu de forma significativa para o aumento do meu Conhecimento Matemático para o Ensino (CME) – essa expressão é aqui utilizada no sentido atribuído por (Ball *et al*, 2005) referindo-se ao conhecimento necessário específico para ensinar, o qual é mais amplo do que qualquer outro tipo de conhecimento que permita simplesmente fornecer resposta às diversas situações matemáticas propostas.

Destaco que à medida que procurava o porquê dos Por Quês percebia que não existia apenas um caminho para a resolução, que poderiam existir muitos porquês para um único Por Quê.

À medida que aprofundava a investigação dos Por Quês, além de aumentar o conhecimento matemático, permitia melhorar o diálogo com os alunos, discutir com os pares e sair da posição defensiva e de suposto detentor do conhecimento, como nos esclarece (Barbosa, 2011, p.10-11)

> Com relação à motivação inicial deste trabalho consideramos que os questionamentos dos alunos, os POR QUÊS sobre a matemática, são problemas matemáticos do professor de matemática. Também constatamos que, para os professores, uma resposta correta não diz apenas sobre sua validade matemática, mas também da legitimidade desta justificação ser considerada ou não um texto que possibilite ao professor uma *interação produtiva* com os alunos. Isto para nós, caracteriza um uso da matemática que é próprio da atividade do professor. Pois, neste estudo, as justificações além de atenderem a uma validade do ponto de vista matemático, ampliam as possibilidades de diálogo dos professores com seus alunos. De forma que, ao discutir um PORQUÊ o professor está construindo relações, ampliando os limites estabelecidos para cada conteúdo. Logo essa abordagem pode servir para estabelecer conexões entre diferentes temas do currículo da matemática escolar.

Durante esses anos na sala de aula, percebi nos pares, colegas professores, que também eles, às vezes, refletiam a respeito dos Por Quês de muitos alunos sobre o ensino de matemática, e que por muitos e muitos anos davam as mesmas justificativas aos alunos e a si próprios sobre determinado assunto ou conteúdo, e que isso, de certa maneira, sinalizava um mal-estar docente, pois as explicações pareciam que vinham do além, de alguém superior, que as coisas eram assim e pronto. Na tentativa de ajudar os pares, a mim mesmo e aos alunos nesse processo, buscava novas técnicas de explicações, os 'Por Quês' das questões, e queria ajudar na formação do professor, na tentativa de diminuir esse mal-estar. Para isso precisava investir na formação do formador (Passegi, 2013), entender os processos, realizar leituras, aprender a pesquisar, entender e fortalecer o campo em constituição da formação de professores, aperfeiçoar narrativas e escritas, por meio do uso de memórias como autocompreensão.

Nesse contexto, no final de 2015, realizei o processo para o ingresso no programa de mestrado em educação da Universidade Federal de São Carlos, *campus* Sorocaba.

Agradeço muito à disciplina "Pesquisa, Formação de Professores e Práticas Educativas" por me fazer entender esta definição. Aprendi a diferença entre pesquisa qualitativa e quantitativa, bem como o que é pesquisar sobre a formação dos professores (e com professores), entendi a importância das narrativas, dos mapeamentos, da pesquisa (auto)biográfica, dos memoriais (de formação e acadêmico) na formação docente. Entendi a importância dos saberes profissionais e do trabalho docente, da pesquisa na prática docente na constituição da identidade do professor pesquisador.

A minha trajetória enquanto pesquisador tem uma forte relação e influência dos grupos de pesquisa de que participo e/ou participei. No ano de 2013, apresentei um trabalho que havia desenvolvida com o Ensino Médio , sobre "Matemática e Trânsito" , em que trabalhei a conscientização dos riscos de acidentes de trânsito e uso da matemática na leitura dos gráficos, porcentagens, estatísticas, maquetes e esse trabalho foi apresentado no SHIAM (Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática) que ocorreu na UNICAMP e nesse encontro tive contato com os integrantes do GEPEMAI (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais), um grupo colaborativo constituído basicamente por professores que ensinam matemática, licenciados em pedagogia ou matemática, que funciona quinzenalmente na FE-UNICAMP sobre a coordenação do Prof. Dr. Sergio Lorenzato.

Ao ver os trabalhos do grupo e suas produções nesse encontro, percebi um espaço colaborativo que poderia ajudar nas minhas inquietações e dúvidas enquanto professor que ensina matemática. No ano seguinte comecei a frequentar o GEPEMAI e pude compartilhar e aprender muito com os professores de Educação Infantil, Fundamental 1 e 2, Médio e Ensino Superior que lá estavam. Muitos "Por Quês" eram trazidos e socializados no grupo e isso fazia com que refletisse sobre minha prática e sobre os conteúdos pedagógicos para o ensino.

O fato de frequentar o grupo constitui um elo entre universidade e escola despertou de certa forma o desejo de investigar as questões que já existem enquanto professor e as novas que surgem a partir da discussão no grupo.

Após ingressar no mestrado, continuei frequentado o GEPEMAI e tive a oportunidade, já na UFSCAR- *Campus* Sorocaba, no programa da Linha 1, Formação de Professores e Práticas Educativas, de fazer parte do GEPRAEM (Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Práticas Formativas e Educativas em Matemática), cujo objetivo é desenvolver estudos e pesquisas, sobre as diferentes práticas de formação e de ensino-aprendizagem de matemática, além disso, os integrantes são pesquisadores da área de educação, professores que ensinam matemática e futuros professores. As trocas e aprendizagens enquanto pesquisador se intensificaram devido à várias situações: reuniões mensais dos grupos, organização de seminários, leitura dos ricos textos, oportunidade de apresentar o projeto de pesquisa, confecção e apresentação de banners, publicação de capítulos de livros, leitura e mapeamentos de teses e socialização de trabalhos de sala de aula.

Um outro grupo dentro o mestrado, do qual pude participar e foi muito rico, foi o NEPEN (Núcleo de Estudos e Pesquisas sobre Narrativas Educativas, Formação e Trabalho Docente), um grupo cujo objetivo é dedicar-se as investigações de ensino sobre os saberes produzidos para orientá-las; estudar processos e políticas de formação inicial e continua de professores, de gestão democrática e da implementação e desenvolvimento curricular da Educação Básica ao Ensino Superior. Ao participar do NEPEM pude aprender a escrever sobre minha prática e refletir sobre os caminhos e as representações que utilizo enquanto professor de matemática.

O programa Observatório da Educação (OBEDUC) contribuiu muito para o meu desenvolvimento enquanto pesquisador pela possibilidade de integração com professores da Educação Básica, pesquisadores, alunos da licenciatura e professores universitários. É um excelente programa que permite uma real troca e socialização das experiências entre os participantes e apresentá-las à comunidade via seminários, encontros e publicações.

A minha trajetória e constituição de pesquisador têm imensa contribuição desses grupos e programas, permitindo uma ampliação da visão e um aprimoramento das técnicas de pesquisas. A transformação promovida por esses grupos, encontros e programas na minha trajetória é muito significante e essencial, sem eles certamente minha formação de pesquisador estaria comprometida e rasa.

O trem da minha vida, desde uma manhã do outono de 1977, segue sempre adiante. Esteve em diversas estações, e em vários momentos subiram nesse trem muitas pessoas – umas entraram no mesmo vagão que eu e também na minha memória e lá permanecem – outras, em algum momento, estiveram no mesmo trem, mas em vagões diferentes. Aprendi e cresci muito ao longo dessa viagem, alguns entes queridos, que estavam presentes no início da jornada, já não estão mais, outros chegam e vão. Nesse momento o trem da minha vida está na estação pesquisa no *campus* UFSCar, com pessoas especiais compondo meu vagão. O trem não para, é um eterno recomeçar, e a próxima estação é sempre uma surpresa.

A vida é essa eterna viagem de trem em busca de Por Quês e nessa estação busco respostas para compartilhar, criar outros Por Quês e assim por diante...

Estudos que têm abordado o problema

O quadro abaixo apresenta um panorama dos autores que trabalharam com a temática dos "Por Quês".

TEMA:	TÓPICOS E CONTRIBUIÇÕES	REFERÊNCIAS
Os "por quês" matemáticos dos alunos e a resposta dos professores.	✓ Período de 1978 – 1991 ✓ 1700 professores ✓ 9 países ✓ Categorização desses por quês ✓ 72% referiam a conceitos e 77% a compreensão	Lorenzato(1993), Proposições. Vol. 4,n.1 ,1993. Lorenzato(2006). Para aprender matemática. Ed. Autores Associados. Campinas-SP
Os "por quês" matemáticos dos alunos na formação dos professores.	✓ Alunos de licenciatura e professores. ✓ Interação produtiva.	Barbosa (2011). Conferência Interamericana de educação matemática, 2011. Recife, Brasil.
"Por quês" matemáticos na Revista do Professor de Matemática.	✓ Estado da Arte na R.P.M. ✓ 34 respostas ✓ 53% conceitual ✓ Histórico 3%	Moriel Junior, J. G.; Wielewiski, G.D. Revista de Educação Pública (UFMT), 2013.

Quadro 1: Autores que abordaram a temática dos "Por Quês" Fonte: Serra , 2018.

O estudo realizado por Lorenzato (1993, p. 73) foi abrangente e aconteceu durante o período de 1978-1991, com 1700 professores participantes em cursos de aperfeiçoamento por ele ministrados em 9 países latino-americanos (Argentina, Brasil, Chile, Equador, Honduras, Panamá, Paraguai, República Dominicana e Venezuela) e 18 cidades de 14 Estados brasileiros, dentre eles (Acre, Amapá, Amazonas, Bahia, Distrito Federal, Goiás, Maranhão, Mato Grosso) no qual elaborou um questionário para professores, constituído de perguntas propostas pelos alunos durante aulas. Foi solicitado aos professores que dessem as mesmas respostas que dariam aos alunos, se eles lhes propusessem, em sala de aula, tais questões.

Este obteve cerca de 20.000 respostas e as analisou com os seguintes critérios:

- Área da Matemática a que pertenciam (Álgebra, Aritmética, Geometria e Trigonometria).
- Grau de escolaridade (EF e E.M).
- Natureza desses Por Quês (conceitual, convencional, etimológico e histórico).
- Nível de habilidade exigida (memória e compreensão).

Lorenzato (1993) chegou a algumas conclusões, tais como: os professores responderam corretamente somente 5% dos Por Quês; dos Por Quês não respondidos ou respondidos incorretamente pelo professor, 90% se referiam a aritmética ou álgebra; 72% dos Por Quês não respondidos referiam a conceitos matemáticos; 23% se referiam à memória e 77% à compreensão; e houve um baixo número de Por Quês e respostas corretas sobre geometria plana Euclidiana.

Barbosa (2011) desenvolveu um trabalho no qual apresenta e discute a inclusão dos questionamentos matemáticos dos alunos da Educação Básica – os POR QUÊS – na formação de professores de matemática, ancorado na teoria do Modelo dos Campos Semânticos de Lins (1997, 1999, 2004).

Barbosa realizou várias conversas com os professores em situação de formação inicial, organizadas em forma de atividades de prática como componente curricular junto a doze alunos do curso de Licenciatura em Ciências Naturais e Matemática – LCMN, *Campus* Sinop/UFTM, no primeiro semestre de 2010; e em situação de formação continuada, junto a seis professores de Ensino Fundamental e Médio que participavam de um grupo de estudos de segunda-feira, na UFTM; e um outro grupo com cerca de vinte professores, em uma escola estadual de Sinop , durante o ano de 2009, em um projeto de extensão.

Organizou as atividades de formação de professores nas quais os questionamentos dos alunos, os POR QUÊS, tivessem origem, fossem identificados e discutidos no contexto dos participantes da atividade formativa: perguntas dos professores, perguntas de alunos ou questões levantadas no ambiente de formação inicial ao discutir a preparação de aulas.

Barbosa (2011) adotou uma perspectiva da matemática do professor de matemática, conforme propostos por Lins (2004), na qual o centro da prática do professor fosse “leitura de que os alunos estão dizendo/fazendo de modo que a interação possa acontecer.” (Lins, 2004c, p.14).

Essa leitura deve ser plausível, seu conceito é apresentado por Lins (1999, p.93) como “toda tentativa de se entender um autor deve passar pelo esforço de olhar o mundo com os olhos do autor, de usar os termos que ele usa de uma forma que torne o todo de seu texto plausível”.

Em um ambiente de Interação Produtiva, Barbosa (2011) realizou a leitura plausível dos significados produzidos pelo professor, o que, segundo ele, permitiu trabalhar na ampliação de modos legítimos de produção de significado, o que caracteriza, do ponto de vista do MCS (Modelo de Campo Semântico), aprendizagem.

Moriel Junior e Wielewski (2013) realizaram um trabalho sobre estado da arte a propósito dos Por Quês matemáticos da educação básica publicados em artigos da Revista do Professor de Matemática (RPM) no qual foram investigadas 70 edições publicadas entre 1982 e 2009, distribuídas em CD oficial, cujos resultados mostraram 34 Por Quês e suas respectivas respostas.

Com base na classificação de Lorenzato (1993), Moriel e Wielewski (2013), foram categorizadas essas 34 respostas quanto à natureza desses Por Quês e a que área da matemática pertenciam, além dos autores que mais publicaram Por Quês na RPM.

Os resultados obtidos por Moriel e Wielewski (2013), estão em consonância com os apontados por Lorenzato (1993), havendo predominância do tipo Conceitual (53%), seguido de Convencional (29%), Etimológico (15%) e Histórico (3%).

Em relação ao conteúdo matemático, houve predomínio da Aritmética (76%), seguido de Trigonometria (12%), Geometria (9%) e Álgebra (3%). E o autor que mais publicou foi o Prof. Elon Lages Lima com a discussão de seis Por Quês.

Com esses dados, Moriel e Welewski (2013) indicam em suas conclusões que a RPM pode ser usada como referencial capaz de auxiliar professores e licenciandos em Matemática a esclarecerem dúvidas, ou fomentarem discussões sobre Por Quês matemáticos. Um argumento para justificar isso é o fato de haver uma quantidade considerável de Por Quês da educação básica na revista (total de 34), de diversas naturezas e conteúdos com as respectivas respostas.

Argumentam, também, a favor do uso da RPM como consulta, devido à variedade e qualidade dos Por Quês, pois, dentre as dúvidas enviadas por leitores da revista (professores e futuros professores da educação básica) houve um predomínio de 47% sobre convenções matemáticas. Considerando que nem todos os professores conhecem as repostas desses Por Quês, a revista pode ser utilizada como forma de consulta e acrescentam, ainda, que a licenciatura, por sua vez, também não é suficiente para esgotar as respostas de todos os Por Quês, mas é uma forma de iniciar a preparação docente neste âmbito.

Esses trabalhos possuem como foco a formação dos professores, no ensino, e nos conteúdos didáticos da matemática, pois os Por Quês registrados em Lorenzato (1993), Barbosa (2011), Moriel e Wielewski (2013) foram inventariados, categorizados, analisados, e os resultados obtidos revelam e/ou sugerem que na formação dos professores, os Por Quê não são pautados nos cursos de licenciatura e também nos livros didáticos, como nos esclarece Lorenzato (1993, p.73)

> Por 15 anos ensinei Matemática para crianças e adolescentes e há 27 anos trabalho com a preparação e aperfeiçoamento de professores em serviço. Durante essa vivência observei que: - os alunos frequentemente apresentam aos seus professores os POR QUÊS; - os PORQUÊS não estão presentes nos cursos de formação de professores.

Indicam também que os problemas/Por Quês encontrados na prática de sala de aula possuem natureza diferente dos trabalhados nos cursos de licenciatura ou de formação inicial, como nos esclarece (Barbosa, 2011, p. 2)

> Além disso, autores como Bicudo & Garnica (2001), Lins (2004), Moreira & David (2005), Yee (2006), Linardi (2006), Castro (2006), Francisco (2009), nos indicam que os problemas matemáticos encontrados na sala de aula, pelos professores de matemática, não são do mesmo tipo dos apresentados nas disciplinas ou cursos cânones da formação inicial.

As conclusões do trabalho de Moriel Junior e Wielewski (2011) também sinalizam para um problema na formação dos professores, preparação inadequada dos professores para responderem aos Por Quês dos alunos e pouca discussão sobre essas questões. Como nos esclarecem Moriel e Wielewski (2013, p. 991)

> predominam questões de natureza Conceitual, cujas respostas exigem o conhecimento de um ou mais conceitos. A literatura indica preparação docente inadequada para responder questões deste tipo, embora haja na graduação muitas disciplinas tratando do conhecimento matemático (LORENZATO, 1993). Este descompasso pode ser porque, de modo geral, a Licenciatura pouco ou nada tem discutido sobre as questões matemáticas colocadas pela prática (BICUDO; GARNICA, 2001; CASTRO, 2006; FIORENTINI, 2003; FRANCISCO, 2009; LINARDI, 2006; LINS, 2004; MOREIRA; DAVID, 2005; YEE, 2006) e por abordar a Matemática escolar em termos de revisão propedêutica dentro do curso (MORIEL JUNIOR, 2011; NACARATO; PASSOS, 2007; SANTOS, 2005; SBEM, 2003).

E complementam:

> há um predomínio na RPM de *Por quês?* sobre Aritmética (ligados à Números e Operações matemáticas), em detrimento da Trigonometria, Geometria e Álgebra. A literatura indica que licenciandos e professores de Matemática têm demonstrado preparação insuficiente para responder questões sobre esta temática (ANGELO, 2007; ANGELO; DOS SANTOS; MELÃO, 2009; LORENZATO, 1993; MOREIRA, 2004, *apud*, MORIEL JUNIOR , WIELEWSKI, 2013).

Como complemento a esses trabalhos, que possuem recorte nos professores da educação básica e nos estudantes de licenciatura, esta pesquisa produziu, em uma primeira etapa metodológica 105 “Por Quês” matemáticos diretamente com os alunos de Ensino Médio, no universo de três escolas particulares de Campinas-SP.

Essas escolas são de um mesmo grupo mantenedor, porém espalhadas em três regiões distintas da cidade, atendendo públicos diferentes. Possuem em média 500 alunos e funcionam desde de 1980, totalizando 1500 alunos da Educação Infantil ao Ensino Médio. O público alvo da pesquisa foram os alunos de Ensino Médio, cerca de 150 alunos e os respondentes foram de 105 alunos. Nessas escolas, o ensino é dividido por frentes, sendo 3 professores, um para cada frente. A matemática é dividida em frente 1 (Álgebra e Aritmética), frente 2 (Geometria) e Frente 3 (Trigonometria).

Os professores possuem em média 5 aulas de matemática por semana e todo conteúdo sugerido para Ensino Médio é trabalhado. O sistema de avaliação é composto por provas dissertativas, testes, simulados e avaliações externas. O período de avaliação é bimestral e existe ao final de cada semestre um processo de recuperação, além de plantões de dúvidas para alunos com dificuldades em matemáticas e/ou outras matérias. Há reuniões de área para discussões sobre a prática de ensino, reflexão da prática docente e elaboração de projetos, tais como, as olimpíadas de matemática.

Uma possível contribuição dessa pesquisa para o campo da educação está no ineditismo do recorte, que foi realizado diretamente com alunos do Ensino Médio, visto que os trabalhos citados anteriormente tiveram seu foco nos professores de Educação Básica e na licenciatura em matemática, sem questões diretas realizadas com alunos da educação básica. Nesta pesquisa foram produzidos “Por Quês” junto aos alunos e posteriormente, após uma pré-análise, foram levados aos professores da Educação Básica, com a intenção de compreender quais conhecimentos são mobilizados por esses professores, a partir dos “Por Quês” dos alunos, além das potencialidades formativas desses “Por Quês” na carreira docente do professor que ensina matemática.

Buscando respostas para esses Por Quês que me acompanharam enquanto aluno e agora como professor, eles parecem sinalizar algo, e na tentativa de compreender o que revelam, chego às seguintes questões centrais:

Quais dimensões do conhecimento para o ensino se revelam a partir do diálogo com professores que ensinam matemática sobre os por quês dos alunos?

Quais potencialidades formativas e para a prática educativa dos professores se revelam a partir dos por quês matemáticos dos alunos do ensino médio da educação básica?

Os objetivos que pretendo alcançar com essa pesquisa são:

. Esclarecer conceitualmente o que compõe o conhecimento para o ensino de matemática.

. Revelar, a partir dos Por Quês dos alunos, potencialidades formativas e para a prática educativa dos professores que ensinam matemática.

A escolha das respectivas escolas para composição do campo está relacionada ao recorte da pesquisa, Ensino Médio. Por serem três escolas localizadas em espaços físicos diferentes, a intenção foi a produção dos mais diversos Por Quês matemáticos possíveis e por serem escolas privadas, sem nenhuma exclusão à escola pública, e sim com o objetivo de investigar o objeto de pesquisa, levantar dados de quais seriam os Por Quês dos alunos de Ensino Médio, em que o conteúdo programático de Matemática estaria sendo cumprido na sua totalidade, de acordo com Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e orientações do MEC para esse nível de ensino.

Como instrumento de produção de dados, foi utilizada uma caixa denominada "hexaedro dos Por Quês", a qual foi deixada exposta durante as aulas para que os alunos, de forma democrática, espontânea e sem obrigatoriedade de identificação, depositassem seus por quês matemáticos, norteados pela seguinte orientação:

Coloque sob a forma de "por que" uma pergunta que você queira fazer sobre algum conteúdo matemático.

Após a coleta desses Por Quês, para o tratamento dos dados, foram utilizados os seguintes critérios de análise, propostos por (Lorenzato, 1993, p.74):

- Área da matemática em que esses Por Quês estão localizados (Álgebra, Aritmética, Geometria e Trigonometria);
- Natureza desses Por Quês (conceitual, convencional, etimológico, histórico);
- Nível de habilidade exigida (memória e compreensão);
- Nível de Escolaridade (Médio, Fundamental 2 ou Fundamental 1);

Após essa coleta, categorização e análise dos dados registrados, esperava-se que esses Por Quês nos revelem quais conteúdos didáticos apresentaram maior dificuldade; como, a partir desses Por Quês, pensar em estratégias/recursos didáticos que permitam diminuir fragilidades no/do processo de ensino-aprendizagem de matemática; e de que maneira colaboram para uma reflexão da prática docente, sinalizando um caminho para superação de dificuldades no processo de ensino-aprendizagem.

“Por Quê” Matemáticos na minha trajetória docente: elementos de formação e prática

Durante esses vinte anos lecionando matemática no Ensino Médio e em algumas séries do Fundamental II, pude presenciar muitos Por Quês de alunos e alguns desses, no início da carreira, respondi com o mecanismo de defesa de um professor que reproduz o que tinha visto enquanto aluno: “É assim por definição matemática” ou é “regra”, assim perdendo o rico momento de ampliar meu conhecimento e responder (lembrando que o radical da palavra responder é o mesmo da palavra responsabilidade) aos meus alunos de modo menos formatado. Deste modo também colaborei para a continuidade desses Por Quês.

A investigação e as respostas possíveis para esses Por Quês, além de colaborar para o ensino, ajudariam a mapear as áreas e o conteúdo da matemática a que pertencem, possibilitando criar estratégias para o ensino, como nos esclarece (Lorenzato, 1993, p.73)

> ...raramente os professores respondem adequadamente aos POR QUÊS. Assim sendo, e considerando a importância que tanto os POR QUÊS como os PORQUÊS desempenham no processo ensino-aprendizagem da Matemática, surgiram as seguintes questões básicas: · Quais são os POR QUÊS dos alunos? A quais conteúdos os POR QUÊS se referem? Em quais níveis de dificuldades eles se situam? Os professores detêm os conhecimentos necessários para responder aos POR QUÊS corretamente?

Após certo tempo de docência, ainda faltava algo nas explicações que teria significado para os alunos e para mim, professor, a fim de que conseguisse criar outras representações, investigar a gênese do Por Quê. Portanto, percebi que havia dois caminhos possíveis em relação aos riquíssimos Por Quês formulados pelos alunos:

1) Poderia não respondê-los e usar minha “autoridade” de professor para dizer ao aluno que “são convenções da matemática” ou “regras que não entenderiam” ou “porque a fórmula é assim!” e, com isso, afastá-los de uma aprendizagem significativa, passar a imagem de uma matemática inacessível, fria e estática, cuja chave única é o professor, e formatá-los para não perguntar, não investigar, e sim, conformarem-se e decorarem.

2) Poderia investigá-los, ir atrás das possíveis soluções e representações desses Por Quês, observar o que eles revelam em termos de conteúdos, melhorar meu conhecimento para o ensino e, com isso, aprender a aprender, melhorar a metodologia de ensino, aproximando o aluno de uma matemática mais realista e com mais sentido.

Os Por Quês surgiram em todos os momentos possíveis nesses vinte anos e sempre surgirão. São frequentes, se conectam com outros Por Quês, com outras disciplinas e nesse período, no Ensino Médio, foi muito comum ter Por Quês que interseccionavam com o fundamental II – momento esse em que o professor pode usar a triste pergunta “Como não sabe isso?” e o aluno sentir-se, então, culpado, e às vezes com medo de perguntar, o que constitui um crime, segundo Carl Sagan, em seu livro *O Mundo Assombrado pelos Demônios:* “Toda pergunta é um grito para compreender o mundo”, – ou responder e, se não souber a resposta, procurá-la para suprir a dúvida do aluno. O momento dos questionamentos feitos em sala de aula, sobretudo na forma de Por Quês, constitui uma etapa importante do processo de ensino-aprendizagem de matemática, conforme nos indica (Lorenzato, 1993, p.73)

> Um momento frequente e muito importante no processo ensino-aprendizagem da Matemática em sala de aula é o afloramento da curiosidade discente sob a forma de POR QUÊ. Cabe ao professor não só conhecer a resposta correta, isto é, o PORQUÊ, como também saber ensiná-la. Mas o que vem a ser o POR QUÊ? POR QUÊ significa procedimento matemático ou seu resultado e, portanto, é elemento básico para a aprendizagem significativa; sem o significado a aprendizagem se dá de maneira superficial, sem compreensão. E o que tem acontecido, em sala de aula, com os POR QUÊS e PORQUÊS?

As perguntas em forma de Por Quê, durante esse período em que leciono, são as mais variadas possíveis, oriundas de diversas áreas da matemática, sobretudo em álgebra. Vejamos a seguir alguns Por Quês inventariados por Lorenzato (1993), por Moriel e Wielewski (2013) e por mim – nestes apresento uma possível solução para as questões que proponho.

.Por Quês levantados por Lorenzato (1993, p.74) em sua extensa pesquisa realizada com mais de 1700 professores em forma de questionário

> Por que para fazer a conta 23 x 31 devo pular casas para a esquerda? · Por que o "0" é chamado zero? · Por que o "5" é dessa forma? · Por que o mínimo múltiplo comum é sempre maior ou igual ao máximo divisor comum de dois números? · Por que não posso dividir um número por zero? · Por que para dividir frações devo multiplicar a primeira pela segunda invertida? · Por que a área do losango é calculada pela fórmula (D .d) : 2? · Por que π é igual a 3,14? · Por que o cálculo da raiz quadrada de um número deve ser feito da maneira como fazemos? · Por que um número negativo vezes um número negativo dá um número positivo?

Alguns dos 34 Por Quês inventariados por Moriel e Wielewski (2013, p. 982), tendo como fonte as 70 edições da Revista Professor de Matemática em CD oficial, no período de 1982 a 2009, em que 72% referem-se à aritmética:

- Por que o círculo trigonométrico tem raio igual a 1?
- Por que o resto deve ser positivo?
- Por que funcionam os critérios de divisibilidade para números primos de 7 a 100?
- Por que uma regra de três simples dá o valor verdadeiro de x?
- Por que são assim chamados e qual a razão de serem apenas cinco os poliedros regulares?
- Por que $3^o = 1$?
- Racionalizar, por quê?

Lembro-me de uma pergunta bem recorrente feita pelos alunos de Ensino Médio:

Por que todo número elevado a zero é 1? E Por que 2 elevado a menos 1 (2^{-1}) é igual a $\frac{1}{2}$?

Poderia e seria muito prático (porém improdutivo) dizer que é uma convenção ou culpar o aluno por não saber. Distante dessa prática improdutiva e fria percebi que poderia explicar ou investigar representações, melhorando meu conhecimento e redefinindo as dimensões do conhecimento matemático.

Nesse caso específico, uma possível explicação resolveria os dois Por Quês:

$2.\ 2.\ 2.\ 2 = 2^{4} = 16$ ao dividirmos por sempre 2, teremos:

$2.2.2 = 2^{3} = 8$

$2.2 = 2^{2} = 4$

$2 = 2^{1} = 2$

$\mathbf{2^{0} = 1}$

$\mathbf{2^{-1} = \frac{1}{2}}$

$2^{-2} = \frac{1}{4}$ e assim por diante . . .

Observe que não demoraríamos 10 minutos para sanar uma dúvida que poderia perpetuar. Obviamente, é necessário que o professor conheça o conteúdo e domine uma representação, mas caso isso não ocorra, é um ótimo momento para o professor pesquisar, ir atrás de recursos que possibilitem uma explicação significativa.

Outro Por Quê muito recorrente e mundial feito pelos alunos de Ensino Médio é “Por que na divisão de fração pegamos a primeira fração vezes o inverso da segunda?”.

Ao dividirmos fração, como o exemplo:

$$\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}}$$

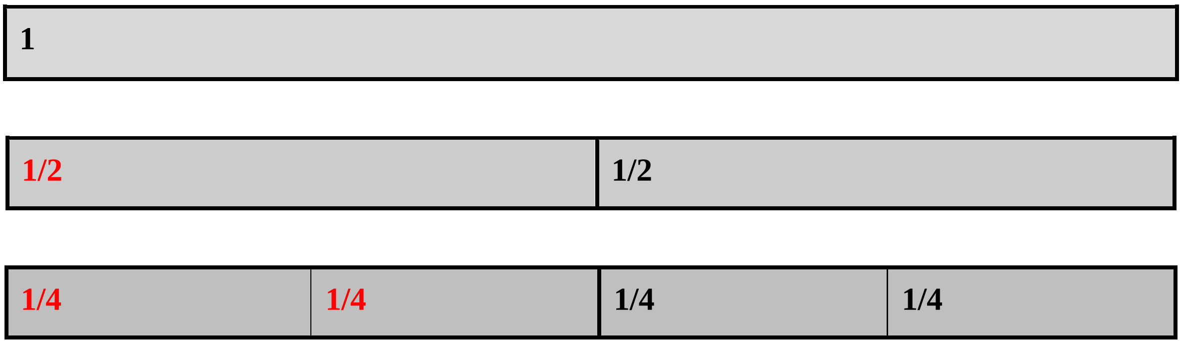
é uma prática comum fazermos:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 2$$

No entendimento explicativo de muitos professores, isso é claríssimo, do ponto de vista da matemática. Mas coloquemo-nos no lugar do aluno e poderíamos indagar: ‘Por que se faz a multiplicação da primeira com o inverso da segunda?’, ‘Por que a resposta é um número inteiro?’, ‘Se é uma divisão de fração, a fração é ou pode ser escrita como um número inteiro?’, ‘O que significa esse número 2?’, ‘O que representa?’, ‘Por que aprendemos divisão de frações e onde vamos usar?’ e outros Por Quês que com certeza surgiriam.

Uma possível representação, para elucidar essa questão, seria utilizar a geometria , por meio da imagem, da visualização.

Poderia ser usado, como exemplo, uma barra inteira de chocolate e analogamente perguntaria o que significa dividir ½ por ¼. Seria o mesmo que verificar quantas vezes ¼ cabe dentro do meio ou, se tenho uma barra de chocolate e quero dividir metade dessa barra ao meio, quantos pedaços terei ?



É possível visualizar que ¼ cabe duas vezes dentro do meio, portanto ½ dividido por ¼ é igual a 2.

Nesses casos, há um ganho muito grande ao trabalhar outras representações, por relembrar conceitos , promovendo um aprendizado em espiral diferentemente, se tivesse sido colocada para o aluno apenas a fórmula. Destaca-se aqui a importância dos Por Quês, pois a partir deles pode-se ampliar as dimensões do conhecimento que o professor necessita, bem como as suas formas de representá-los e caminhos que levem a uma melhor compreensão por parte dos alunos, possibilitando uma aproximação deste aluno de uma matemática mais real e compreensiva, além de melhorar a relação de confiança dos alunos em relação à matemática e ao professor, como nos esclarece Moriel e Wielewski (2013, p.976)

> Uma maneira de o estudante expor seu interesse e curiosidade em sala de aula é fazendo perguntas. Questionamentos muito particulares ocorrem por meio de por quês matemáticos, como: Por que mais com menos dá menos na multiplicação? Por que tem que passar pra lá, invertendo o sinal numa equação? Por que vai um na multiplicação? Saber lidar com este tipo de situação escolar é fundamental para o professor e as respostas destas questões podem colaborar para favorecer a compreensão do conteúdo, indicar ao professor o que deve ser revisto em sala de aula, dar pistas sobre o desenvolvimento cognitivo dos alunos, mostrar os interesses dos alunos e oferecer ao professor oportunidade de aumentar a admiração e confiança sobre ele junto aos estudantes.

Portanto há “Por Quês” que referem-se ao conteúdo e outros que se referem ao conteúdo pedagógico, e a definição que podemos entender para o desenvolvimento dessa pesquisa foi que um “Por Quê” matemático vai além de uma dúvida pontual de um determinado conteúdo, ele pode estar ligado à prática do ensino, a linguagem e as representações que o professor que ensina matemática utiliza e possui uma forte ligação com Conhecimento Matemático para o Ensino (CME).

CAPÍTULO 1:

1.1. Dimensões do Conhecimento Matemático e do Processo de Ensino da Matemática

Neste capítulo são apresentadas algumas concepções de conhecimento, sobretudo do Conhecimento Matemático para o Ensino (CME), ancorado nas concepções de Ball *et all*; e, em um segundo momento, faremos uma análise sobre as dimensões e problemas do ensino de matemática, usando como referência Beatriz D'Ambrósio. Pretende-se fundamentar como o C.M.E e o processo de ensino relacionam-se com o objeto de pesquisa, à medida que os Por Quês matemáticos estão relacionados com conhecimento e processo de ensino-aprendizagem.

O quadro abaixo apresenta os referenciais teóricos que norteiam essa pesquisa no que diz respeito ao conhecimento, que são: Conhecimento, Conhecimento Matemático para o Ensino, Dimensões e Dificuldades do ensino da matemática.

TEMA	TÓPICOS E CONTRIBUIÇÕES	REFERÊNCIAS
Conhecimento Matemático para o Ensino (C.M.E.)	✓ Conhecimento necessário específico para ensinar. ✓ Conhecimento para o ensino e suas representações.	Ball *et all* (2003, 2008) Ribeiro, C.M. (2011) Ribeiro, A.J. (2012)
Dimensões do Processo de Ensino e Aprendizagem.	✓ Aprendizagem significativa. ✓ Competências do Professor.	Ausubel (1963) Machado, N.J. (2006)
Dificuldades do ensino-aprendizagem da matemática.	✓ Visão absolutista da matemática. ✓ Alunos devem ter experiências matemáticas reais. ✓ Dar chance ao aluno de participar do processo.	Beatriz D'Ambrósio (1989). Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. SBEM, Ano II, Brasília; _____ (1993). Formação dos Professores de Matemática para o Século XXI: O Grande Desafio. Proposições, vol.4, n.10, março de 1993.

Quadro 2: Autores que abordaram os temas: conhecimento, ensino e aprendizagem. Fonte: Serra, 2018.

1.2. Sobre o conhecimento

Ao pensarmos em conhecimento, precisamos, inicialmente, diferenciá-lo de informação ou dados. Em um mundo cada vez mais rápido e globalizado, a velocidade e a quantidade de informações disponíveis tendem a passar a ideia de certo “conhecimento”. Os dados acumulados, por exemplo, não informam. A informação é um dado com relevância, com significado, que responde a algum propósito de alguém; pessoas e seus interesses transformam dados em informação.

De modo semelhante ao que ocorre com os dados, o simples acúmulo de informação não conduz ao conhecimento. Ao pensarmos no ensino de matemática, especificamente, quantas vezes o professor “passa” informação, achando que está “transmitindo” conhecimento? E a pressão para guardar tanta informação fora do contexto, que muitas vezes não tem significado para o aluno, só catalisa e aumenta este processo: o de achar que grandes quantidades de informação, fórmulas e conteúdos matemáticos colaboram para o aumento do conhecimento.

As informações podem ser mobilizadas para o conhecimento, depende de quem o faz (o professor), da maneira como faz e do interesse de quem se dispõe e está inserido nesse processo: o aluno. De fato, como nos esclarece Machado (2016, p.109)

> a construção do conhecimento pressupõe o estabelecimento de uma densa rede de interconexões entre informações, uma apreensão do contexto, uma compreensão do significado, uma visão articulada de todo o cenário de informações que se torna possível e uma mobilização para a ação.

O conhecimento não pode ser considerado um fim, e sim um meio, para que as pessoas, pelo seu espectro de inteligência, possam realizar projetos e desenvolver-se. O conhecimento como um fim o torna medíocre, sem significado, descontextualizado. A necessidade de decorar uma informação – por exemplo, que o volume do cilindro é $\pi.r^2.\ h$ – sem saber por que (compreensão), para que usar (aplicação) e onde usar (contexto), é uma informação sem suas conexões e uma visão articulada do cenário, o que colabora para a não-construção do conhecimento.

Nos processos de ensino, para percorrer essa teia, temos que encadear significações, alinhavar percursos e usarmos as competências de professor para articular, mapear, relevar, ressignificar conceitos, sem nos preocuparmos com o centro dessas redes de significação. A diversidade de caminhos que percorremos e a coerência com que trabalhamos constituem a riqueza desse processo.

Cada curso que se organiza constitui uma teia de significações. Mas não existem encadeamentos únicos, percursos absolutamente necessários, sendo sempre possível arquitetar uma grande diversidade de caminhos para articular dois nós/significações. Como nos esclarece Machado (2015, p.24)

> O conhecimento, como uma teia, possui como característica fundamental o acentrismo**,** redes de significações que não têm um centro. Como imagem para a representação do conhecimento, por mais desconcertante que pareça a um olhar cartesiano, a rede de significações não tem centro, ou tem múltiplos centros... de interesse. Dependendo dos olhares e dos contextos, o centro pode estar em qualquer parte. É o professor, juntamente com seus alunos, com suas circunstâncias, que elege ou reconhece o centro de interesse e o transforma em instrumento para enredar na teia maior de significações relevantes.

Não se propõe, na concepção do conhecimento como uma rede, a importância das disciplinas, que na sua construção necessitam de ordenação, metodologia, procedimentos, a relevância dos conceitos e o mapeamento de assuntos a serem trabalhados.

1.3. **Sobre o Conhecimento Matemático para o Ensino (CME)**

Muitos Por Quês matemáticos estão relacionados com o conhecimento matemático para o ensino que o professor possui, ou ainda, com os conhecimentos matemáticos em que esse conhecimento se ramifica. Cada situação e tipo de questão exige um conhecimento específico para explicá-la. Essa expressão, CME, é aqui utilizada no sentido atribuído por Deborah Ball *et al*. (BALL; BASS, 2003; BALL; THAMES; PHELPS, 2008; HILL; ROWAN; BALL, 2005), referindo-se ao conhecimento necessário específico para ensinar, o qual é mais amplo do que qualquer outro tipo de conhecimento que permita simplesmente fornecer resposta às diversas situações matemáticas propostas (Ribeiro, 2011). A elaboração teórica “Conhecimento Matemático para o Ensino” (no original, *Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT), segundo seus propositores, tem como origem o conhecimento necessário para que os professores possam exercer seu papel de ensinar. (BALL, THOMAS E PHELPS, 2008).

Trata-se, portanto, o MKT ou CME, de um conhecimento constituído por um conjunto de conhecimentos do conteúdo e conhecimento didático do conteúdo, que pode ser dividido, de acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), que fundamentaram seus estudos em (SHULMAN, 1986), da seguinte forma:

a) Conhecimento do Conteúdo Específico

- (CCK) Conhecimento Comum de Conteúdo (no original, *Common Content Knowledge*).

Inclui saber resolver problemas, identificar definições e respostas incorretas, saber resolver problemas etc.

O sentido comum atribuído pelos autores, não é um tipo de conhecimento que todos possuem, mas que pode ser utilizado por outros profissionais que não ensinam.

- (SCK) Conhecimento Especializado do Conteúdo (no original, *Specialized Content Knowledge*).

Específico para o Ensino e inclui reconhecer padrões nos erros dos alunos. Como nos esclarece Ferreira (2014, p. 23)

> Muitas das tarefas diárias dos professores são características desse trabalho que é único do professor: apresentar ideias matemáticas, responder os porquês dos alunos, avaliar rapidamente se as afirmações feitas pelos alunos são pertinentes, etc.

b) Conhecimento Pedagógico do Conteúdo

- (KCS) Conhecimento Especializado e os Estudantes (no original, *Knowlededge of Content and Students*).

Uma mistura com algum procedimento específico e como os alunos pensam ou fazem. Como nos esclarece Ball, Thames, Phelps (2008, p.401), " o conhecimento dos alunos e do conteúdo é um amálgama envolvendo uma ideia matemática ou um procedimento específico e a familiaridade com que os alunos normalmente pensam ou fazem".

- (KCT) Conhecimento do Conteúdo e o Ensino (no original, *Knowledge of Content and Teaching*).

Um mistura entre uma ideia matemática ou procedimento e a relação com princípios pedagógicos para o ensino desse conteúdo específico. Como nos esclarece Ferreira (2014, p. 24)

> Combina o conhecimento sobre ensinar e conhecimento sobre matemática. Para ensinar um conteúdo, os professores utilizam sequências de ensino, escolhem quais devem ser os exemplos para iniciar o conteúdo e quais são mais propícios para o aprofundamento. Eles também avaliam vantagens e

> desvantagens na utilização de determinadas representações e analisam as contribuições que diferentes métodos e procedimentos proporcionam para a aprendizagem.

Os autores ainda apresentam mais dois tipos de conhecimentos que são:

- Horizonte do Conhecimento do Conteúdo (HCK).
- Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC).

Provisoriamente, Ball e seus colegas decidiram alocar o (HCK) como um subdomínio do Conhecimento Conteúdo Específico e o Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC) como um subdomínio da categoria Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. Esses subdomínios encontram-se em processo de investigação teórica e empírica

Para o desenvolvimento e sustentação teórica da pesquisa em questão, foram considerados os quatro primeiros tipos de conhecimento, pois os outros dois além de não serem objetos de estudos, como citado, estão em fase de investigação.

Muitos Por Quês que surgiram durante esses 20 anos em que ministro aulas revelaram a necessidade de trabalhar esses conhecimentos e aprofundá-los, para poder reconhecer uma resposta errada (Conhecimento Comum de Conteúdo), dimensionar a natureza matemática desse erro, principalmente os mais comuns (Conhecimento Especializado de Ensino), ter sintonia e familiaridade com erros comuns e compreender por que os alunos o cometem (Conhecimento do Conteúdo e os Estudantes), e finalmente, selecionar uma abordagem de ensino que seja eficiente para superar certas dificuldades e/ou explorar certos aspectos de um conteúdo (Conhecimento de Conteúdo e o Ensino).

Destaco aqui a importância das competências básicas do professor e a importância de conhecer seus alunos e estar atento às suas aulas, bem como os exemplos de representações que vai utilizar para trabalhar o conhecimento de conteúdo e o ensino, a fim de potencializar, por meio de outros modos de representações, a compreensão e a significação dos conceitos e competências matemáticas que almeja que seus alunos desenvolvam. Como nos esclarece Ribeiro, C.M. (2011, p.410-411)

> Esse tipo de exploração só será possível se o professor possuir um sólido e fundamentado conhecimento matemático para o ensino (CME). Nesse tipo de conhecimento, encontram-se incluídos o conhecer diversos tipos de representações para um mesmo conteúdo (o que, no caso concreto aqui abordado, refere-se a números decimais/fraccionários e suas operações) e possuir o saber que permita uma eficaz navegação entre essas representações, de forma que seja possível enriquecer as estruturas e redes conceptuais dos alunos e permitir-lhes uma passagem e uma complementarização entre essas mesmas redes. Para que os alunos adquiram uma competência matemática que lhes permita uma plena e clara compreensão do

> sistema de numeração de posição e do modo como este se relaciona com os algoritmos das quatro operações, é essencial que eles sejam confrontados com situações envolvendo diversas representações, devendo o professor ter em atenção não apenas a escolha dessas representações – e dos exemplos utilizados (ROWLAND, 2008) –, mas também o tipo de linguagem utilizada**.** Essas escolhas e a capacidade de navegar de forma segura e eficaz entre representações estão obviamente relacionadas também com os objectivos de aprendizagem que o professor persegue, pois a forma como explora essas representações e viaja entre elas poderá levar a diversos entendimentos distintos, por parte dos alunos, sobre o conteúdo que abordam, a matemática escolar e o tipo de utilização que se dá aos recursos (se são encarados meramente na perspectiva de serem atractivos ou associados a um objectivo matemático concreto e explícito.

Ao pensarmos no nosso objeto de pesquisa, torna-se fundamental, além da leitura plausível e a interação produtiva, proposta por Barbosa (2011), a competência e sensibilidade do professor ao receber os Por Quês, criar por meio da investigação e da criatividade, maneiras de representar caminhos que fortaleçam e solidifiquem seu CME, e também promova o desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem por meio das multirrepresentações e possibilidades de se compreender e interagir matemática com uma situação problema. Como nos esclarece Ribeiro (2012, p. 9)

> Outro ponto importante destacado pelos autores refere-se à necessidade dos professores de reconhecer estratégias diferentes, não padronizadas, produzidas muitas vezes pelos alunos. Toda vez que os alunos utilizem estratégias pouco usuais é desejável que o professor seja capaz de levantar questionamentos do tipo: "É legítimo fazer isto?"; "Por quê?"; "Isto funciona em geral?"; "Isto é mais fácil para algumas situações e mais difícil para outras?"; "Como descrever o método usado e como justificá-lo matematicamente?". Enfim, o professor precisa estar engajado com essa espécie de discurso interno da matemática, o qual é crucial para determinar o que fazer ao ensinar essa matemática.

Nesses trechos, Ribeiro (2012) deixa clara a importância de o professor conhecer vários tipos de representações ou maneiras de trabalhar situações-problema de ensino de forma a "enriquecer as estruturas, redes conceituais" em consonância com a ideia de conhecimento de Gardner (1993), que propôs que a vida humana requer o desenvolvimento de vários tipos de inteligências, entre elas: lógico-matemática, musical, naturalista, espacial, intrapessoal, interpessoal, linguística, corpora-sinestésica. O fato é que todo mundo é inteligente de maneira diferente.

Sobre a ideia de conhecimento como uma rede, Ribeiro (2012) destaca também a importância do uso de uma linguagem e recursos didáticos de acordo com o assunto e com a comunidade em que o professor está inserido, tudo isso conectado com os objetivos que o professor tem em relação à atividade que realiza e o que projeta como ensino e aprendizagem para seus alunos.

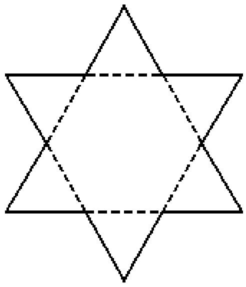
Pensando no conhecimento como uma rede de significações, é possível tanto os alunos como os professores aprenderem com os Por Quês, o que constitui um momento rico da aula (Lorenzato, 1993). Os Por Quês podem colaborar para o desenvolvimento do CME. do professor; à medida que os investiga, procura outras representações para esses Por Quês e promove uma interação produtiva em sala de aula (Barbosa, 2011), possibilitando ao aluno participar da construção (D´Ambrosio,1993), da criação do conhecimento matemático, desmitificando e aproximando a matemática do mundo real.

Podemos “impor” uma única solução para uma situação problema em matemática, esta preparada em casa, com o conhecimento sobre o conteúdo que o professor já possui e apresentar essa “única” solução para os alunos durante a aula, privando-os de participar do processo de construção. Não está sendo defendido e propagado aqui a ideia de que não deva haver planejamento dos professores para suas atividades – o planejamento, a organização da aula, com os objetivos que se deseja alcançar é fundamental para o trabalho docente – o que se destaca é que nesse planejamento haja espaço para o aluno participar, para os “Por Quês”; que haja um espaço para a reflexão e análise do professor após sua aula, o que deu certo e o que não deu, considerando os imprevistos que – ainda bem – ocorrem nas aulas, e que dentro desse processo de investigação e desenvolvimento ocorra, sobretudo, aprendizado, com compreensão e uma ampliação dos horizontes do CME.

O ensino-aprendizagem e o desenvolvimento do CME. começam muito antes, em casa, quando o professor planeja sua aula e o como trabalhar determinado assunto por meio dos questionamentos que possam vir dos alunos (hipótese), quais representações ele (professor) possui sobre esse assunto e como essa questão pode ajudar nas conexões com outros conteúdos e no cotidiano. Nesse sentido, a matemática é vista como um processo de investigação dinâmico, proposto por D’Ambrósio, em contraposição a uma matemática fria e sem significado.

As representações que o professor já possui acerca de um assunto da matemática podem ser enriquecidas com as contribuições dos alunos, como no exemplo que se segue, extraído de uma situação de aula, na qual se trabalhava o assunto de áreas, e possuía uma única representação de solução, mas a contribuição dos alunos fez que fossem possíveis a reflexão e a percepção de que há outras maneiras de resolver a situação problema, proposta em um vestibular da PUC-SP.

Para formar uma estrela regular de seis pontas foram superpostos dois triângulos equiláteros, cada qual com 12 cm^2 de área, como mostra a figura a seguir.



Nessas condições, determine a área da superfície da estrela, em centímetros quadrados.

A leitura e interpretação dessa questão levam a diversas representações para soluções, e o questionamento sobre qual representação usar amplia o CME. do professor. A seguir algumas questões e representações possíveis obtidas por meia da contribuição de Por Quês dos alunos:

1. Pode-se resolver por fórmula da área de triângulo equilátero (necessário resgatar o conceito de triângulo equilátero e o "Por Que" da fórmula), e achar o lado do hexágono. Usar a fórmula novamente e achar a área do hexágono, depois somar com as dos 3 triângulos das pontas.

2. O aluno e o professor podem perceber que, semelhante a uma janela ou mosaico, se "fechar" os triângulos, vai dar exatamente o hexágono e que, portanto, a área da estrela é a soma de 12 triângulos equiláteros menores, pois são os 6 das pontas e os 6 que compõem o hexágono. Como a informação da área dada, de 12 cm^2, foi dos triângulos equiláteros maiores, e cada um é composto por 9 triângulos menores, a área da estrela é 12/9. 12 = 16 cm^2.

3. A área de cada triângulo pequeno, nas pontas, é 12/ 9 = 1,33... – um bom momento para resgatar números racionais, representações decimais e fracionárias.

4. Poderia indagar junto com os alunos onde poderíamos encontrar essa forma na natureza? Pedir que propusessem outra situação problema em que possam trabalhar esse

assunto, ou o professor pode modificar a questão, ampliando para outros conceitos que deseje trabalhar, por exemplo, imaginar o hexágono central como uma piscina e trabalhar com volume e unidades.

5. Podem surgir questionamentos de interpretação e vocabulário, tais como o que significa “sobrepostos”, ou dificuldade de visualização, como por exemplo, onde estão os dois triângulos sobrepostos?

6. E o momento mais rico do processo de ensino-aprendizagem e desenvolvimento do CME: observar, registrar, analisar outras soluções propostas pelos alunos e seus Por Quês, que com certeza surgirão nas aulas e que ajudarão, em muito, ampliar o CME dos professores e facilitar o ensino. Claro que para isso, os alunos necessitam de espaço de criação, de equidade de participação na construção do conhecimento e incentivo à criatividade.

Estas são algumas considerações sobre uma questão apenas e um conteúdo da matemática que nos ajuda a compreender como se pode aprender com o planejamento, propositura do assunto e da questão e, sobretudo, com os questionamentos, sugestões, erros e Por Quês dos alunos, e o uso desses recursos para preparo das aulas e atividades de ensino, como nos esclarece Ribeiro, C.M. (2011, p. 420)

> A realização desse tipo de tarefa, com o recurso das múltiplas representações (com sentido), promove nos alunos uma compreensão do que estão efectivamente a fazer, não aplicando somente uma regra para obter determinado resultado. Cabe-nos então, como professores, o papel de preparar tarefas que permitam ao aluno, durante o percurso de resolução, compreender efectivamente os processos por ele utilizados e transformar em aprendizagens com significado as experiências vivenciadas, não se limitando a repetir mecanicamente determinado conjunto de regras sem que lhe tenham algum significado.
> Para que essas, ou quaisquer outras, propostas de trabalho/tarefas possam surtir o desejado efeito (ser matematicamente desafiadoras e promotoras de aprendizagens significativas), é fundamental que o professor seleccione adequadamente os exemplos com que trabalhar (e.g. MARTINS; RIBEIRO, 2009; ROWLAND, 2008), as representações que utiliza, bem como a forma como navega entre elas e como comunica com os (aos) alunos em cada uma dessas situações. Todas essas opções estão relacionadas com o CME (como tem sido argumentado) que o professor possui, pois ele é uma das dimensões fundamentais definidoras de sua prática. De modo a que se torne realidade, em todas as salas de aula, uma prática direccionada para a verdadeira <u>compreensão dos porquês e não apenas baseada na reprodução de estratégias/processos</u>, é fundamental que ocorra uma perfeita navegação entre as diferentes representações seleccionadas e utilizadas pelos professores, devendo estas

> serem o mais ricas e diversificadas possível, pois, desse modo, estaremos a possibilitar aos alunos a criação de verdadeiras redes conceptuais (grifo nosso).

Ensinar também envolve explicar procedimentos e apresentar justificativas plausíveis e válidas para tais procedimentos.

Em continuidade, os autores ressaltam a necessidade de os professores serem capazes de explicar o significado de conceitos e procedimentos (por exemplo, algoritmo da subtração e conceito de subtração) aos estudantes, e de escolher exemplos e situações que sejam adequados para tal desenvolvimento. Toda essa discussão aponta a relevância de um tipo de raciocínio matemático crucial para o ensino, mas ainda "estranho" à maioria dos adultos, embora estes tenham recebido uma "boa" educação. Isto é o que eles chamam de demandas matemáticas especiais para o ensino de matemática e conjecturaram que tais aspectos do conhecimento do conteúdo – além daquele categorizado como conhecimento pedagógico do conteúdo – precisam ser descobertos, mapeados, organizados e incluídos nos cursos de matemática para professores (Ball; Thames; Phelps 2008, p. 398).

1.4. Dimensões do processo de ensino da matemática

Ao pensar em ensino, torna-se impossível não pensar e planejar a ação das personagens (refiro-me à ideia de pessoa, originalmente da palavra *persona*, máscaras que os gregos antigos usavam para representar papéis): os alunos e os professores, que representam papéis diferentes (alunos, amigos, filhos, pais, educadores). Pensar nos papéis que cada um representa é muito importante para entender esse processo de ensino-aprendizagem, pois não há nesse elenco quem ocupe papel sempre de ator principal ou sempre coadjuvante.

A consciência do papel que cada um exerce e a mobilização de competências para o desenvolvimento desses papéis, não está situada na polarização do ensino, onde em um extremo se encontra o professor, que ensina, e no outro, o aluno, que recebe a informação. A questão está no meio, no par transformação/conservação.

O movimento que cria, que transforma e incentiva o ensino-aprendizagem é provocado pela consciência da ação de educar do professor, bem como por suas competências e também pela competência dos alunos, tudo isso dentro de um espaço em que são trabalhadas outras relações e que possui uma função social: a escola.

Em relação à competência dos professores, verbos como fazer, despertar, ampliar, refinar, atualizar, (re)significar devem estar sempre presentes em suas falas e nortear atitudes

Pensando no conhecimento como uma rede de significados e que conhecer é conhecê-los por meio das relações e trocas que se processam no ambiente escolar, e que esse conhecimento nos leva à compreensão de que os alunos possuem um pré-conhecimento ao chegarem à escola, o como lidar com esse conhecimento que chega junto com os alunos está diretamente relacionado às competências do professor em inserir novas relações, refinar conceitos e promover acréscimos e decréscimos.

Compete ao professor tecer relações no processo de ensino-aprendizagem, trabalhar com temas escolares e temas de fora da escola, para promover o significado e ajustar o centro de interesse do aluno com o da escola, colaborando assim para a compreensão de conceitos.

Uma aula de porcentagem, por exemplo, na forma expositiva, em que o professor apresenta métodos de cálculo de porcentagens, seja por regra de três simples, por multiplicação de fração ou decimal, mesmo que apresentados muitos modelos de exercícios, de longe não provocariam o mesmo efeito se o centro de interesse fosse deslocado para o cotidiano. Porcentagem está no cotidiano, não somente dos alunos, mas de todos nós, nas compras, nos tributos, nos aumentos e decréscimos de produtos, como gasolina, dólar, alimentos, remédios etc.

Uma aula de porcentagem pode ser uma simples aula na lousa, com exemplos na lousa, mas pode, a partir da habilidade do professor de tecer relações, incentivar a aprendizagem por meio de um ensino que mobilize o centro de interesse do aluno e torne a aprendizagem mais significativa.

Fazer recortes no jornal e socializar a leitura em sala com a intenção de trabalhar porcentagem e leitura, bem como calcular e dimensionar as taxas que se paga e os nomes dos impostos, consiste em trabalhar, não somente com assuntos do cotidiano, mas ampliar conceitos e significar conteúdos.

Existem jogos, do tipo dominó, que podem ser usados para trabalhar porcentagem, que além de facilitar o ensino, extrapolam o objetivo de significar e compreender o conceito de conteúdo, proporcionando o desenvolvimento de outras habilidades como raciocínio, responsabilidade, trabalho e respeito em grupo, que a atividade lúdica proporciona.

Trabalhar com temas escolares e extraescolares modifica o cenário e ajuda a mobilizar o ensino, à medida que há um ajuste entre os centros de interesse.

Mapear relevâncias dentro de um conteúdo, também consiste em uma competência do professor, pois não há como aprender tudo. Portanto, mapear relevâncias ao invés de ensinar dentro de um currículo promove um esquecimento consciente, porém necessário. As relevâncias eleitas pelo professor devem estar em consonância com a realidade escolar em que está inserido e em coerência com os conteúdos que serão trabalhados.

Mediar conflitos e exercer autoridade com tolerância são outras habilidades indispensáveis ao professor como facilitador do ensino-aprendizagem. Autor é aquele que cria algo e autoridade seria aquele que cria ordem. O professor deve exercer sua autoridade, consciente de que deve criar, iniciar algo no aluno, e ter a tolerância como atributo dessa autoridade. Ninguém cria um centro de interesse com imposição de autoridade, e sim pela mobilização de conhecimento, por meio de recursos didáticos que ofereçam caminhos atrativos, compreensivos e motivadores em contraposição ao escasso dueto lousa-aluno e ensino(professor)–aprendizado(aluno). Nesse contexto favorável ao ensino-aprendizagem, no qual as habilidades são desenvolvidas e as competências trabalhadas, há um ensino-aprendizagem mútuo e um movimento positivo no processo, à medida que o aluno se desenvolve junto ao professor.

No início da carreira de qualquer profissional, é provável que aconteçam situações conflituosas e momentos de tomada de decisões nos quais o conteúdo que se obteve na faculdade jamais daria conta de responder ou solucionar esses tipos de situações. Para um médico, por exemplo, em um hospital ideal, não faltariam medicamentos, ou aparelhos para tratar seus pacientes, mas sabemos que em muitos lugares em que os recursos materiais são escassos, esse profissional tem que decidir, por meio de sua competência, que atitude responsável tomar.

Na mesma linha de raciocínio aparece o professor, que possui em sua formação profissional um espectro de competências específicas, sobretudo na formação atual, na qual o conhecimento se entrelaça com o trabalho; mas em diversas situações, análogo ao médico, o professor estará em contato com situações decisivas, que requerem uma capacidade fundamental: um olhar atento, constante e responsável sobre o ser humano.

Não raro, há professores que convivem concomitantemente em universos antagônicos, ou seja, trabalham em escolas particulares, nas quais os alunos não precisam se preocupar com transporte, lanche ou material didático; e escolas públicas, onde a renda das famílias é muito baixa, falta material escolar, os alunos não conseguem chegar à escola devido à falta de transporte e quando chegam trazem na bolsa a esperança de conviver, de ser criança e a rara oportunidade de se alimentar.

O comum nessas situações é que todos que estavam ali vejam na escola e no professor a oportunidade de aprender, de obter recursos para lançar-se em busca de uma carreira, a oportunidade de sonhar. E o professor é o responsável pela condução desses anseios, por isso precisa ter consciência da ação de educar. Jamais deve disseminar a desilusão, pois nesses ambientes, jogar o jogo, iludir-se, sonhar, é combustível fundamental para o desenvolvimento.

Palavra dita ganha vida e a responsabilidade por aquela é muito importante, principalmente se for a palavra de um professor.

A responsabilidade sobre a ação de educar e pela palavra é um elemento comum nas duas situações citadas, seja em uma escola particular ou não. O que deve ser diferente é o olhar e a sensibilidade do professor para saber que decisão deve tomar em cada situação – seja na mediação de conflitos, no conteúdo pedagógico, nas avaliações, ou na prática de atividades.

Explicar uma expressão matemática, cheia de números, para alunos, em que muitas vezes o melhor e mais interessante, seria ter uma boa aula de porcentagem, buscando o exercício da autonomia nas suas decisões econômicas, ou mesmo uma aula bem planejada de prevenção de doenças causadas por bactérias ou vírus, ou ainda levar um panfleto sobre febre amarela e conversar sobre a transmissão, prevenção e tratamento, parece ser de grande valia para o desenvolvimento desses alunos.

Não sugiro, de maneira alguma, que se negue informação e conhecimento aos alunos, mas que o olhar do professor, dentro de um currículo, que muitas vezes é extenso e pouco profundo, não deve jamais deixar de considerar o mais importante: seus alunos. Não podemos, como professores responsáveis, forçar um conteúdo especifico sem levar em consideração o ambiente de aprendizagem e as pessoas que fazem parte desse ambiente. O aprendizado é processual, é humano, pressupõe interação e diálogo e não um simples seguir o currículo.

Dentre as competências básicas do professor: autoridade, tolerância, mediação, fabulação, tecedura e mapeamento; acrescentaria esta habilidade: a da percepção e sensibilidade com o outro, por meio do olhar, como um ser bio-psico-social, o que é fundamental para o trabalho e desenvolvimento docente.

Essa habilidade não está nos cursos de formação de professores, nos currículos universitários, e nem em livros didáticos. Ela se constitui na prática, no dia a dia, com os alunos, na observação das atitudes e expressão de cada um quando apresentado a situações-problema, reflexivas, que requerem uma atitude ou um pensar sobre. Como nos esclarece Tardif (2014, p.234), “se assumirmos o postulado de que os professores são atores competentes, sujeitos ativos, deveremos admitir que a prática deles não é somente um espaço de aplicação de saberes provenientes da teoria, mas também um espaço de produção dessa mesma prática".

Por isso, é fundamental que o professor conheça seu aluno, saiba não somente seu nome, mas conheça suas dificuldades e estimule seu potencial, por meio da confiança que se estabelece. Se o aluno sentir confiança na relação, respeito e não medo da autoridade do professor, o aprendizado torna-se mais humano, significativo.

O conhecer e respeitar os limites dos alunos tem influência até mesmo na disciplina, pois se uma matéria ou assunto desperta o interesse, o faz sonhar, estará auxiliando, de alguma maneira, o seu projetar-se, e faz com que alimente suas redes de conhecimento, desenvolva e entenda o porquê e para quê compreender e aplicar determinados conteúdos.

Há um mecanismo natural de disciplina na sala que é o conversar sobre as diversas formas e olhares acerca do assunto. Nesse momento que, com a mediação do professor, os alunos discutem, fazem inferências, dão opiniões, aprendem a socializar trabalhos, desenvolver a equidade da palavra, a organizar argumentos e expô-los, se constitui um momento rico de ensino- aprendizagem.

Pode-se notar que, se o professor tiver a sensibilidade de ouvir e perceber o aluno, ao se apresentar situações-problema em sala de aula, muitas das soluções partirão dos próprios alunos e se o professor, ao preparar sua aula, pensou em uma ou duas maneiras de resolver determinado exercício, certamente finalizará sua aula com uma série de outras possibilidades de solução da mesma questão.

Levar uma única solução – e o pior, impor esta solução – é um crime e uma formatação no aprendizado. O professor deve combater essas narrativas unárias e binárias, como dizia Bertrand Russel (1954), nas funções do professor. Levar pronto faz com que o aluno acredite que o professor é mágico, ou extremamente sábio, e que ele próprio não tem a capacidade de pensar. Não se pode privá-los de ver os mecanismos que o professor utiliza nas situações que encontra, pois isso também é aprendizado, mais humano, não tão mágico ou de outro universo.

O professor – além de um semeador de sentidos, promotor de esperanças e equidade – deve, através da reflexão de suas práticas e do preparo de suas aulas, partilhar sentidos por meio de uma narrativa multifária, exercer sua autoridade (com tolerância), mediar conflitos e situações de aprendizagem, contar histórias que estimulem a criatividade dos alunos, para que o aprendizado e a compreensão de conteúdos sejam prazerosos, sem medo e dotados de significados, ou seja, não há espaço para a imposição ou programação e formatação engessadas.

A fim de ser ter um norte e saber quais caminhos e correções o professor poderá realizar no exercício da docência, de forma a tecer significados, fazer escolhas importantes através de uma escala de valor e construir um mapa de relevância; entre as competências docente, sem dúvida, estará um olhar cuidadoso e reflexivo.

Esse olhar atento que ajusta o centro de interesse do aluno e o que é oferecido pela escola, que destaca e dá autonomia para o aluno seguir sua trajetória de vida pós-escola básica, cumpri um dos papéis mais importantes do professor: levar um indivíduo de situação de anomia para situação de autonomia, por meio de uma coação legítima, para que, ao atingir essa autonomia, possa desenvolver seus projetos enquanto pessoa e desempenhar seu papel de cidadão.

A educação por esse olhar e com essa consciência pode atingir várias metas, por meio do conhecimento, pode promover a liberdade de escolha, permitir sonhos, posicionamentos políticos, permite ser cidadão e exercer papéis, fugindo do reducionismo humano.

Em relação à competência dos alunos, de acordo com Machado (2010), espera-se que os espectros a serem desenvolvidos por eles sejam a capacidade de expressão em diferentes linguagens, compreensão de fenômenos, argumentação, tomada de decisões, contextualização e imaginação, isto é, extrapolar o contexto. A competência dos alunos está direta e mutuamente conectada às capacidades dos professores, a autonomia a qual se pretende levar um aluno por meio do desenvolvimento pleno de suas competências, não poder ser constituída, sem a competência e consciência do professor sobre a ação de educar.

1.5. Das dimensões do ensino da matemática

> Em primeiro lugar, uma boa parte do que os professores sabem sobre ensino, sobre os papéis do professor e sobre como ensinar provém de sua própria história de vida e, sobretudo, de sua vida escolar (BUTT e RAYMOND, 1989 *et al*, Apud TARDIF, 2014, p. 260)

Ao pensar nas dimensões do ensino da matemática, deve-se analisar os protagonistas desse processo (professor-aluno), o ambiente em que se processa, os recursos utilizados para o desenvolvimento desse processo na construção do conhecimento, a formação dos professores que trabalham e trabalharão nessa área e o desafio de tornar a visão da matemática de abstrata, com raras aplicações no cotidiano e dominada somente por alguns “gênios”, para uma matemática divertida, curiosa, com aplicações no dia a dia, por meio de uma linguagem simples que se conecte ao centro do interesse do aluno.

Para Arendt (2004) há uma crise no ensino-aprendizagem, nos seguintes aspectos:

- Na ideia de autoridade (e aqui, no sentido de criação)
- De conteúdo, pois o professor se preocupa muito com a metodologia e esquece que precisa também de conteúdo.
- Na teoria (do grego, visão), pois sem teoria e estudos o professor não consegue ir muito além da reprodução, e a prática sem teoria se torna cega.

Inseridos nesse contexto, a maioria (muitos) dos professores pensa nas dimensões do conhecimento matemático como processos metodológicos e reduzem o conhecimento matemático a uma linguagem rebuscada, estática e de resolução de problemas. Como nos esclarece D’Ambrósio (1993, p.35)

> [...] Visão do que vem a ser matemática: Thompson (1992-127) resultados precisos e procedimentos infalíveis, cujos elementos fundamentais são operações aritméticas, procedimentos algébricos, definições e teoremas geométricos.
> Há necessidade de novos professores compreenderem matemática como disciplina de investigação. Avanços se dão como consequência do processo de investigação e ter como foco a utilidade para os alunos.
> Ernest (1991), seguindo a linha de Lakatos, ressalta a importância da interação social na gênese do conhecimento matemático. Ele enfatiza o fato de que a matemática evolui através de um processo humano e criativo de geração de ideias e subsequente processo social de negociação de significados, simbolização, refutação e formalização. Ele propõe que, na sua gênese, o conhecimento matemático evolui da resolução de problemas provenientes da realidade ou da própria construção matemática. O grande desafio da matemática é determinar como traduzir essa visão da Matemática para o ensino. Nossa sociedade em geral, e nossos alunos em particular, não veem a Matemática como disciplina dinâmica que ela é, com espaço para criatividade e muita emoção.

Muitos Por Quês matemáticos apresentados pelos alunos têm raízes nesses procedimentos metodológicos, que muitas vezes são usados como fim, na tentativa de tratar o conteúdo matemático e a compreensão, e deveriam ser usados como meio. Resolver expressões numéricas, contas enormes com trigonometria, “tirar” o m.m.c., sem compreender o que está fazendo, para que está fazendo e o porquê de tal procedimento são alguns exemplos de como os procedimentos estão sendo usados como construtores de conhecimento e significados, o que limita, em muito, as dimensões do conhecimento, do ensino-aprendizagem e reduz a matemática à mera resolução de problemas.

Outro Por quê muito comum no Ensino Médio é em relação à resolução de equações do 2° grau, em que a fórmula de Bháskara (matemático indiano) é colocada muitas vezes para ser decorada, sem explicar de onde veio, o que motiva perguntas como: “Por que a fórmula de Bháskara tem esse formato?” ou “ Por que a equação do 2° grau pode ser resolvida por Bháskara?”. Além de não saberem o porquê, os alunos muitas vezes são apresentados a essa fórmula ou, o inverso, a fórmula ao aluno, como único modo de resolução, o que limita as suas dimensões de conhecimento matemáticos, não tendo a oportunidade de vislumbrar ou conhecer outras resoluções, tais como fatoração, soma e produto de raízes, completar quadrados ou mesmo a construção geométrica de uma caixa de sapato, como opção de resolução da equação do segundo grau.

Temos um problema de conteúdo, teoria e de conhecimento do professor que ensina matemática, de escassez de recursos didáticos, gerando uma ideia e impressão no aluno de que a matemática é estática, fria, enigmática. Como nos esclarece Beatriz D’Ambrósio (1989, p.15)

> [...] Primeiro, alunos passam a acreditar que a aprendizagem de matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor.
> Segundo, os alunos acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona, nem mesmo nos preocupamos em compreender, porque funciona. Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios.

Ao analisar a aprendizagem como um processo na construção do conhecimento, limitar seu ensino a regras, escassos recursos metodológicos e didáticos, que muitas vezes são reproduções do que o professor experimentou enquanto aluno, é colocar limites frágeis e muito pequenos diante da possibilidade de estendê-los. Quando é dada a chance ao aluno de participar do processo e lhe é mostrada a possibilidade de outros caminhos, outros olhares, há um ganho na aprendizagem e, consequentemente, na construção do conhecimento.

As dimensões do ensino-aprendizagem da matemática são determinadas por muitos fatores além da simples ideia de transmissão-recepção de conhecimento. Essas dimensões são construídas na relação professor-aluno, na forma de apresentação dos conteúdos didáticos, na estruturação desses conteúdos, nos recursos didáticos, nas crenças de que a matemática é difícil ou não, nas competências do professor e do aluno, nos processos avaliativos dessa aprendizagem, nas experiências que são ofertadas a esses alunos, de fazerem parte desse processo à medida que enxergam a matemática como uma área de pesquisa e investigação. Como nos esclarece D'Ambrósio (1993, p.36)

> A visão absolutista da matemática gera uma dinâmica de ensino em que os alunos devem acumular conhecimento. Esta é a força que vem dirigindo nosso ensino da matemática há vários séculos. [...] Alunos devem ter legítimas experiências matemáticas, com identificação de problemas, solução desses problemas e negociação entre o grupo de alunos sobre a legitimidade das soluções propostas. Infelizmente o processo de transmissão de conhecimento não deixa que o aluno analise a Matemática como uma área de pesquisa e investigação. O professor faz questão de preparar todos os problemas a serem apresentados com antecedência; consequentemente, o legítimo ato de pensar matematicamente é escondido do aluno, e o único a conhecer a dinâmica desse processo continua sendo o professor. O professor, com isso, guarda para si a emoção da descoberta de um caminho produtivo, das frustações inerentes ao problema considerado e de como um matemático toma decisões que facilitam a solução do problema proposto. O que o aluno testemunha é uma solução bonita, eficiente, dando-lhe a impressão de que ele também deverá conseguir resolver problemas matemáticos com tal elegância.

O professor não deve considerar o conhecimento matemático como algo pronto e acabado, ocultando do aluno o fazer parte do processo de ensino-aprendizagem por meio da investigação, da descoberta. Ao apresentar as fórmulas prontas, além de reduzir as dimensões do processo de ensino-aprendizagem, colabora para o aumento dos Por Quês, a falta de compreensão dos mesmos, dando a ideia de que a solução de situações-problema em matemática não possui custo reflexivo. Como nos esclarece D'Ambrósio (1993, p.1-2)

> Os professores em geral mostram a matemática como um corpo de conhecimentos acabado e polido. Ao aluno não é dado em nenhum momento a oportunidade ou gerada a necessidade de criar nada, nem mesmo uma solução mais interessante. O aluno, assim, passa a acreditar que na aula de matemática o seu papel é passivo e desinteressante.
>
> O aluno, acreditando e supervalorizando o poder da matemática formal perde qualquer autoconfiança em sua intuição matemática, perdendo, dia a dia, seu "bom-senso" matemático. Além de acreditarem que a solução de um problema encontrada matematicamente não estará, necessariamente, relacionada com a solução do mesmo problema numa situação real.

Oferecer ao aluno a oportunidade de participar da construção do conhecimento matemático, trabalhando sua criatividade, seu conhecimento prévio e levando em consideração suas contribuições por meio de seus apontamentos e Por Quês, é convidá-lo a uma matemática dinâmica, prazerosa, real, que tem sentido; e o incentiva à investigação e às conclusões que conduzem a compreensão e os conecta com situações reais do cotidiano, melhorando a autoestima desse aluno em relação à matemática, fazendo com que se torne sujeito ativo e parte do processo educacional.

1.6. Dificuldades do Ensino de Matemática

Beatriz D´Ambrósio, em seu artigo “***Como ensinar matemática hoje?”,*** de 1989, já destacava e levantava algumas dificuldades no processo de ensino de matemática que persistem até hoje. Como nos esclarece D’Ambrósio (1989, p.1)

> A comunidade de Educação Matemática internacionalmente vem clamando por renovações na atual concepção do que é a matemática escolar e de como essa matemática pode ser abordada (ver Cockcroft, 1982; NCTM, 1989). Questiona-se também a atual concepção de como se aprende matemática.
> Sabe-se que a típica aula de matemática em nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e, em seguida, procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição da aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento, mais ainda, de que a resolução de problemas reduz-se a procedimentos determinados pelo professor.

Quase trinta anos após a escrita desse artigo por D’Ambrósio, ainda persistem muitos dos problemas apontados por ela, que dificultam o processo de ensino-aprendizagem, dos quais podemos destacar alguns que analisaremos a seguir.

Primeiro, o conteúdo que é proposto deve ser muito bem planejado com a equipe de professores e coordenadores da escola, de maneira que tenha sequência e coesão lógica. Há relatos de alunos que durante todo um ano letivo tiveram um único conteúdo: função de 1° grau. Isso, além de contribuir para o déficit de conteúdo, revela uma falta de planejamento e coordenação desses conteúdos ou revela um não domínio de outros assuntos pelo professor, devido à má formação, ou falta de interesse, ou consciência do que é ser professor.

Outra questão, mesmo nas escolas em que há um planejamento, é a metodologia de aula, que muitas vezes reproduz e incentiva decorar fórmulas sem explicar os Por quês, levando o aluno a acreditar que há apenas um caminho para resolver situações-problema. Essa pobreza de recurso didático contribui, em muito, para o surgimento de Por quês, como nos esclarece Barbosa (2011, p.11)

> “O professor precisa ser capaz de ler o que seu aluno diz, mesmo que esteja 'errado', tanto quanto como quando está 'certo'.” (Lins, 2004). Isto requer que os professores

> saibam mais do que as definições que possam encontrar nos cursos universitários, indica que cada uma destas tarefas comuns do ensino, envolve raciocínio matemático tanto quanto o pensamento pedagógico. No qual predominam as argumentações semiformais.

A questão da linguagem também influi no desenvolvimento do ensino da matemática. Não se trata de deturpar ou adulterar a matemática e suas definições, mas a maneira como é colocada, discutida e refletida influencia, em muito, o ensino dessa disciplina. É muito comum alunos perguntarem por que esse monte de símbolos ou por que letras com números? No ensino de função do 1° grau, por exemplo, podemos colocar a expressão f(x) = ax + b e depois exemplificar essa função. Porém, muitos alunos entendem melhor se propuser a seguinte situação: Contratou-se uma pessoa para consertar o seu computador, o preço cobrado foi 30,00 mais 20 reais por hora trabalhada. É a mesma ideia, porém, faz mais sentido, pois está no cotidiano do aluno. Após outros exemplos da mesma função, em um diálogo com a sala, quase a totalidade chega à expressão f(x) = ax + b, mas com construção de significados e exemplos do cotidiano.

Esse exemplo passa pela linguagem utilizada, metodologia e preparo da aula, diferente de uma aula impositiva, em que se fornece uma fórmula e pede-se para aplicar, sem construção dos conceitos.

A condução da aula pelo professor, como mediador, e a criação de momentos e espaços para a discussão sobre o tema ou conteúdo trabalhado também é parte de outro aspecto importante e catalisador no ensino da matemática, é o que nos explica D’Ambrósio (1993, p.37-38)

> Ambiente propício para a construção de uma visão da matemática deve ser um ambiente em que os alunos propõem, exploram e investigam problemas matemáticos. Para isso grupos de trabalhos são importantes e simulam a comunidade de pesquisa em matemática. O professor deixa de ser autoridade do saber e passa ser integrante dos grupos de trabalho.
> Quanto ao conteúdo a ser discutido é um tanto imprevisível e dependerá da direção tomada pelos alunos na solução de problemas propostos. O professor terá que ter flexibilidade ao determinar o conteúdo a ser tratado, que dificilmente seguirá a ordem arbitrária em que ele aparece nos livros didáticos. Em vez de resolver muitos problemas, investigarão a fundos poucos problemas e passarão bastante tempo analisando um único problema.

Ao adotar um mapa de relevâncias e uma escala de importância para conteúdos, apoiado pelo uso de uma linguagem que consiga dialogar matematicamente com os alunos, promovendo momentos e espaços para discussão e reflexão sobre as questões e dando espaço para surgirem os Por Quês, o professor poderá ter outra dimensão do conhecimento matemático, expressa em um ganho, não somente para seus alunos, mas para ele enquanto professor, pois esse conjunto de atitudes e reflexões amplia os horizontes do ensino e aprendizagem da matemática.

Outra questão é o olhar e as crenças que cada professor possui em relação aos seus alunos, em relação ao ensino-aprendizado de matemática.

O professor, na sua autoridade e na sua função de mediador, pode ser fatalista em relação a quem pode aprender matemática, condenando-os ou não à aprendizagem e desenvolvimento da mesma. Entre os profissionais da educação, é muito comum ouvir frases dizendo que aluno A não era propenso à matemática, era de humanas; ou que C era mais inteligente que B, matematicamente. Há desvios graves, primeiro na tentativa pífia de prever se A vai bem ou não em matemática, pois como podemos observar, não raro, há alunos que aparentemente “não se davam bem com as contas” e que tiveram um desenvolvimento espetacular em matemática. Portanto, não se pode prever e nem se deve, o futuro de um aluno, o que se deve é dar condições, para que alcance a autonomia e desenvolva seus projetos.

Em relação à inteligência Gardner (1993) tem uma explicação que é muito apropriada: Jamais podemos comparar duas pessoas em mais inteligente ou menos inteligente. Para Gardner, todo mundo é inteligente e todo mundo é deficiente, pensando em inteligência como um espectro, e cada pessoa equilibra o seu de acordo com seus projetos e a mobilização que realiza para o conhecimento. Para ele, dois espectros são sempre incomensuráveis.

Ao professor (e isso vale para todos, não apenas o de matemática), como mediador e facilitador do ensino, não compete, no uso de sua autoridade, julgar o futuro matemático de seus alunos, nem os julgar mais ou menos inteligentes, pois esses desvios atuam diretamente na autoconfiança do aluno, lembrando que palavra dita ganha vida.

Como ensinar é uma atividade relacional, também os problemas de ensino-aprendizagem em matemática são reflexos de procedimento didáticos, mas também possuem componentes psicossociais e relacionais, como nos esclarece Tardif (2014, p.267)

> Em primeiro lugar, os seres humanos têm a particularidade de existirem como indivíduos. Mesmo que pertençam a grupos, a coletividades, eles existem primeiro por si mesmos, como indivíduos .Esse fenômeno da individualidade está no cerne do trabalho dos professores, pois, embora eles trabalhem com grupos de alunos , devem atingir os indivíduos que os compõem, pois são indivíduos que aprendem. [...] ao invés de centrar nos fenômenos que possibilitam o acúmulo de conhecimentos de ordem geral, como ocorre com a construção dos saberes codificados sobre os alunos (por exemplo, em psicologia infantil, nas teorias de aprendizagem), a disposição do professor para conhecer seus alunos como indivíduos deve estar impregnada de sensibilidade e de discernimento a fim de evitar as generalizações excessivas e de afogar a percepção que ele tem dos indivíduos num agregado indistinto e pouco

> fértil para a adaptação de suas ações. [...] A aquisição da sensibilidade relativa às diferenças entre os alunos constitui uma das principais características do trabalho docente. Essa sensibilidade exige do professor um investimento continuo e a longuíssimo prazo, assim como a disposição de estar constantemente revisando o repertório de saberes adquiridos por meio da experiência.

Conhecer seus alunos consiste em um papel importante do professor e um balizador do caminho a percorrer, a fim de proporcionar melhor estratégia de ensino, as mais amplas representações, que propiciem o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e ao mesmo tempo fortaleça, por meio dessa atenção, desse cuidado com o aluno, a sua autoestima, facilitando de um modo geral, o processo de ensino-aprendizagem da matemática.

CAPÍTULO 2:

2.1 Procedimentos Metodológicos e apresentação dos dados.

Neste capítulo serão apresentadas as duas etapas metodológicas da pesquisa, que são a produção dos Por Quês junto aos alunos do Ensino Médio e a realização de dois Grupos Focais com professores dos grupos de estudos e pesquisa GEPRAEM da UFSCar- Campus Sorocaba- SP e GEPEMAI da Unicamp de Campinas-SP.

O instrumento utilizado na primeira etapa, para a produção dos Por Quês, foi uma urna denominada “Hexaedro dos Por Quês”, que foi deixada durante as aulas e onde os alunos de Ensino Médio depositaram seus “Por Quês” matemáticos.

A técnica de pesquisa utilizada na segunda etapa, foram os Grupos Focais, com a finalidade de responder às questões da pesquisa, bem como seus objetivos.

No final do capítulo foi feita uma pré-analise dos dados, relacionando as falas dos integrantes em eixos de acordo com o referencial teórico.

A modalidade de pesquisa para a primeira etapa metodológica, que consistiu na produção de dados junto aos alunos do Ensino Médio da Educação Básica, foi uma pesquisa naturalista ou de campo, que de acordo com Fiorentini e Lorenzato (2007), é uma modalidade na qual a coleta de dados é realizada no local em que o problema ou fenômeno acontece e pode ser realizada por amostragem, entrevista, observação participante, pesquisa ação, aplicação de questionários, testes, etc. Para tanto, a produção de dados, ou seja, o levantamento dos Por Quês dos alunos do Ensino Médio, foi realizada em três escolas particulares da cidade de Campinas-SP, no mês de março de 2017. A produção desses dados, nas referidas escolas, reforça o objeto de pesquisa, de compreender quais conhecimentos matemáticos são mobilizados a partir da reflexão dos “Por Quês” dos alunos e suas implicações na prática docente enquanto potencialidades criativas, à medida que a população escolhida – alunos do Ensino Médio da Educação Básica – responde aos interesses desse objeto e colabora para que a questão central seja respondida satisfatoriamente.

Destaca-se a o fato de serem escolas particulares, com uma carga horária de 5 horas semanais de matemática por série, na qual todo conteúdo previsto para matemática, no plano de trabalho da escola, é cumprido passando por diversas áreas da matemática nos três anos do Ensino Médio o que contribui para o levantamento dos “Por Quês” matemáticos dos alunos, pois serão resultado de um programa matemático trabalhado em sua totalidade, de acordo com os PCN, colaborando, portanto, para a confiabilidade da pesquisa.

Pensando na importância desses "por quês" sobre as dimensões do conhecimento matemático, na qual os Por Quês dos alunos constituem peça fundamental na investigação e busca pela reposta, o que esses "Por Quês" sobre as dimensões do conhecimento matemático, o tipo de pesquisa de campo que foi utilizado na primeira etapa metodológica foi o de levantamento, que é pertinente quando o pesquisador pretende investigar o que, por que, como ou quando se dá determinada situação; não sendo possível, por meio do método, determinar variáveis dependentes e independentes; a pesquisa dá-se no momento presente ou recente e trata situações reais do ambiente.

Um Por Quê matemático de um aluno, por exemplo, sobre divisão, pode revelar quais relações com conteúdos matemáticos este Por Quê possui, bem como a área da matemática a que ele pertence, qual a relação desse Por Quê com as diversas representações matemáticas que existem para se o explicar, podendo sinalizar problemas do ensino e possíveis caminhos para superação de dificuldades da prática docente a partir da reflexão desses "Por Quês".

Quanto ao tempo, a primeira etapa metodológica ocorreu em um único momento, durante os quinze primeiros dias, do mês de março de 2017.

O instrumento de pesquisa deve proporcionar ao pesquisador produção de dados de forma que possa analisá-los por meio de uma escala mensurável (Silva, 2013). Como instrumento de produção de dados, foi utilizada urna denominada "Hexaedro dos Por Quês", a qual foi deixada exposta durante as aulas para que os alunos, de forma espontânea, sem obrigatoriedade de identificação, depositassem seus Por Quês matemáticos, norteados pela seguinte orientação:

Coloque sob a forma de "Por Quê" uma pergunta que você queira fazer sobre algum conteúdo matemático.

Esta urna foi deixada durante as aulas que ministro, no Ensino Médio, em 3 (três) escolas particulares diferentes, A, B, C, em regiões distintas, na cidade de Campinas-SP, durante o mês de março de 2017, tendo como público alvo um total de 150 alunos.

Para a elaboração e propositura da questão foram tomados os seguintes cuidados, de acordo com Gil (1991) e Perrien, Chéron e Zins (1984):

a) Somente questões relacionadas ao problema devem ser incluídas;

b) Deve-se considerar as implicações das perguntas quanto aos procedimentos de tabulação e análise dos dados;
c) As questões devem ser redigidas de forma clara e precisa, considerando o nível de informação dos respondentes;
d) As questões devem possibilitar uma única interpretação e conter uma única ideia;
e) As perguntas não devem induzir as respostas;

A fim de que se obtivesse a validade e a confiabilidade do instrumento de pesquisa, teve-se o cuidado de atingir o público-alvo de forma adequada e vocabulário compatível com o nível dos respondentes – alunos do Ensino Médio –, buscando os "por quês", bem como a coerência e consistência dos diferentes resultados, evidenciando a relação entre nível conceitual e operacional. Dentre a população de 150 alunos, 105 participaram efetivamente e tiveram seus "por quês" validados e escolhidos para análise a partir da observação da seguinte questão: "Eu estou medindo aquilo que desejo medir?, ou seja, "O meu instrumento representa o fenômeno que está sendo estudado?" (Frankfort - Nachmias e Nachimias,1996- p.165-166)

Acredita-se que com o uso do "hexaedro dos por quês", como forma de captação do *corpus* que representa o fenômeno que está sendo estudado, e a partir do comando utilizado – "Coloque sobre a forma de por que uma pergunta que você queira fazer sobre algum conteúdo matemático" – pôde-se atingir de modo eficiente o grau de confiabilidade desses instrumentos, como nos esclarece, Hoppen *et al* (1996) , que observam que a validade pode ser classificada nos seguintes tipos:

a) Aparente: enfoca a forma do instrumento e o vocabulário utilizado.
b) De conteúdo: verifica se o instrumento representa o que deseja medir.
c) De traço: busca a coerência interna de cada medida e a consistência sob os diferentes resultados.
d) De constructo: elo entre o nível conceitual e o operacional
e) Nomológica: testa a relação entre os constructos e a relação empírica entre as medidas de diferentes constructos.

No caso do instrumento utilizado na produção de Por Quês, todos esses itens de classificação foram observados com o objetivo de garantir a validade do instrumento.

No caso da pesquisa em questão, a amostra escolhida foi por adequação ao tema, uma vez que os participantes escolhidos estavam disponíveis, ou seja, são alunos de Ensino Médio; e por casos típicos, por representarem uma situação típica, de alunos de Ensino Médio, que possuam algum Por Quê relacionado ao objeto de pesquisa. O tipo de amostra é a não probabilística, em que é utilizado algum critério para seleção dos elementos, que resulta que nem todos os elementos da população serão selecionados, o que torna os resultados não generalizáveis. Como a pesquisa em questão tem como foco os Por Quês matemáticos dos alunos do Ensino Médio, a amostra escolhida foi de 105 alunos, de uma população de 150 alunos de Ensino Médio, de 3 (três) escolas diferentes que, pelo objeto de pesquisa, pela disponibilidade, por ser um universo finito, por representarem casos típicos (representam situações típicas, não extremas), por serem estudantes das três séries do ensino médio, foram eleitos para participarem da amostra, contribuindo, de acordo com os critérios enumerados anteriormente, para a confiabilidade e a validade da pesquisa.

Fink (1995d) afirma que o tamanho da amostra se refere ao número de respondentes necessário para que os resultados sejam precisos e confiáveis, e que o aumento da amostra diminui o erro e discute, também, sobre “quanto é suficiente”. O tamanho da amostra deve ser estabelecido considerando alguns aspectos: se o universo é finito ou infinito; o nível de confiança estabelecido (usualmente 95%) e o erro permitido (normalmente não superior a 5%); e a proporção em que a característica foco da pesquisa se manifesta na população.

A melhor amostra é a representativa da população ou um modelo dela (Fink, 1995d); contudo, nenhuma amostra é perfeita, o que pode variar é o grau de erro ou viés.

Alguns aspectos devem ser fortemente considerados, como: ter claramente definido o objetivo que se tem com a realização da pesquisa; o que dará melhores condições de assegurar se a amostra é adequada ou não; como definir objetivamente os critérios de elegibilidade dos respondentes, ou seja, quais as condições que definem se uma pessoa pode ou não participar da amostra.

Após a produção, categorização e análise dos dados registrados, espera-se que esses Por Quês nos revelem quais conteúdos apresentaram maior dificuldade, como, a partir desses por quês, pensar em estratégias/recursos didáticos que permitam diminuir fragilidades no/do processo de ensino aprendizagem de matemática e de que maneira colaboram para uma reflexão da prática docente e indicam o caminho para a quebra do ciclo Aluno → Por Quês Matemáticos ← Professor.

A importância desses registros está na fonte direta dos Por Quês, na população expressiva de 150 alunos no Ensino Médio – não se espera que todos tenham Por Quês – e acredita-se (por hipótese) em uma intersecção desses Por Quês com as séries anteriores ao Ensino Médio. A fim de auxiliar o professor, a partir do momento que possui um estudo evidenciando quais são os principais Por Quês desses alunos e a que área do conhecimento matemático pertencem, espera-se poder colaborar de forma significativa com o trabalho docente, sinalizando quais conteúdos matemáticos incidem de forma mais frágil no trabalho do professor, podendo contribuir para que (re)pensem, reflitam suas práticas, suas representações, sua linguagem e trabalho com conhecimento matemático para o ensino (C.M.E) – esta expressão é aqui utilizada no sentido atribuído por Deborah Ball *et al*., Ball; Bass (2003); Ball; Thames; Phelps (2008); Hill; Rowan; Ball (2005) referindo-se ao conhecimento necessário específico para ensinar, o qual é mais amplo do que qualquer outro tipo de conhecimento que permita simplesmente fornecer respostas às diversas situações matemáticas propostas e, como nos lembra Ribeiro (2011), para que, em atividades propostas por esses professores, levem em consideração os Por Quês, contribuindo para uma aprendizagem significativa. Nesse sentido Ribeiro, C.M. (2011, p.420) esclarece

> Para que essas, ou quaisquer outras, propostas de trabalho/tarefas possam surtir o desejado efeito (ser matematicamente desafiadoras e promotoras de aprendizagens significativas), é fundamental que o professor seleccione adequadamente os exemplos com que trabalhar (e.g. MARTINS; RIBEIRO, 2009; ROWLAND, 2008), as representações que utiliza, bem como a forma como navega entre elas e como comunica com os (aos) alunos em cada uma dessas situações. Todas essas opções estão relacionadas com o CME (como tem sido argumentado) que o professor possui, pois ele é uma das dimensões fundamentais definidoras de sua prática. De modo a que se torne realidade, em todas as salas de aula, uma prática direccionada para a verdadeira compreensão dos porquês e não apenas baseada na reprodução de estratégias/processos, é fundamental que ocorra uma perfeita navegação entre as diferentes representações seleccionadas e utilizadas pelos professores, devendo estas serem o mais ricas e diversificadas possível, pois, desse modo, estaremos a possibilitar aos alunos a criação de verdadeiras redes conceptuais.

Após o desenvolvimento da pesquisa, nessa primeira etapa metodológica, foi eleito como expectativas as seguintes hipóteses, referente ao material da amostra coletado:

- Encontrar Por Quês nas das diversas áreas da matemática.
- Muitos Por Quês de Ensino Médio são também por quês do Ensino Fundamental 1 e 2, podendo indicar uma perpetuação pela trajetória escolar.

- Que os Por Quês apresentados irão mostrar o predomínio da memorização em oposição à compreensão do conteúdo matemático, por meio da análise dos dados produzidos.

Muitos Por Quês dos alunos também são Por Quês dos professores, enquanto alunos da educação básica, o que evidencia que os Por Quês, quando produzidos, poderão evidenciar se são típicos daquela série ou do fundamental. Por exemplo, dúvidas em divisão básica ou fatoração, são conteúdos que já foram abordados (ou deveriam) em séries do EF2 e, também, na licenciatura.

Nessa primeira etapa metodológica, foram registrados 105 Por Quês dos alunos, em três escolas particulares da cidade de Campinas. O quadro com a totalidade dos Por Quês, encontra - se anexo I.

Buscando responder às questões centrais da pesquisa:

Quais dimensões do conhecimento para o ensino se revelam a partir do diálogo com professores que ensinam matemática sobre os por quês dos alunos?

Quais potencialidades formativas e para a prática educativa dos professores se revelam a partir dos por quês matemáticos dos alunos do ensino médio da educação básica?

e com foco nos objetivos :

- Esclarecer conceitualmente o que compõe o conhecimento para o ensino de matemática.
- Revelar a partir dos Por Quês dos alunos potencialidades formativas e para a prática educativa dos professores que ensinam matemática.

Os 105 Por Quês produzidos na primeira etapa metodológica da pesquisa foram divididos nas quatro áreas da matemática clássica: Álgebra, Geometria, Aritmética, Trigonometria e constatou-se que existiam Por Quês que não se encaixavam em nenhuma dessas áreas. Para estes foi criada a coluna “Outros Campos do Conhecimento Matemático relacionados ao Ensino ou à Prática Educativa”, e que englobou desde perguntas relacionadas ao ensino até aquelas ligadas à etimologia das palavras.

Após a organização desses Por Quês, observou-se que no campo da Aritmética, das 30 questões, 13 referiam-se ao zero, e pelo critério da recorrência, por existirem tantas questões sobre o zero, este assunto foi utilizado como recorte para levar aos grupos focais (GF), na segunda etapa metodológica, com o objetivo de compreender quais conhecimentos matemáticos são mobilizados pelos professores integrantes desses grupos acerca desses Por Quês em destaque.

Foram levadas também, com destaque, questões sobre outros campos do conhecimento matemático que não se referiam especificamente ao conteúdo, mas ao ensino, além de dúvidas em geral sobre a aplicação de determinado conteúdo.

Tais questões reforçam a definição de “Por Quê” matemático definido nessa pesquisa, ou seja, os “Por quês” podem não estar diretamente relacionados a uma dúvida pontual de matemática, mas sim à prática do ensino, à linguagem e às representações que o professor utiliza, o que fortalece a relação existente entre a construção e a constituição do conhecimento, especificamente o CME (Conhecimento Matemático para o Ensino).

O quadro abaixo apresenta os “Por Quês” categorizados em área da matemática, com destaque para Aritmética e outros campos do conhecimento matemático que foram levados juntos aos professores dos grupos focais.

Álgebra	Geometria	Aritmética	Trigonometria	Outros campos do conhecimento matemático relacionados ao Ensino ou Prática Educativa
1. Por que o ponto máximo da parábola para baixo é menor que zero e vice-versa? 2. Por que a forma canônica é f(x) = a(x-x'). (x- x") 3. Por que a variância é o desvio padrão elevado ao quadrado? 4. Por que a fórmula de Bháskara é $\Delta = b^2 - 4.a.c$ e Por que termina com $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$? 5. Por que quando se faz soma e subtração de fração $\frac{2}{4}+\frac{3}{7}$, fazendo m.m.c dá certo? 6. Por que quando calculamos Dx em Cramer, não usamos os números que multiplicam x?	1. Por que a soma dos ângulos internos de um triângulo é de 180°? 2. Por que "a" apótema de uma face do tetraedro regular é $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ e por que se usa a letra g para representá-la? 3. Por que a área de uma "circunferência" é πr^2 4. Por que um ângulo pode ser, no máximo, 360°? Por que definiram o número 360? 5. Por que ponto, reta e plano são conceitos que não podem ser definidos? 6. Por que o volume da esfera é $\frac{4}{3}\pi r^3$? 7. Por que a área é ao quadrado e o volume ao cubo?	1. Por que dois negativos dão um positivo? 2. Por que quando temos uma fração com raiz quadrada temos que racionalizar? 3. Por que não pode ter raiz quadrada no denominador das frações? 4. Por que 0,3 e 0,30 tem o mesmo valor? Para mim faz mais sentido 0,30 ser maior que 0,3. **5. Por que colocamos zero na multiplicação com mais de 1 número, exemplo:** **20** **x 12** **----** **40** **200** **6. Por que o zero não pode ser negativo?**	1. Por que o cosseno de 0° é 1? 2. Por que π é 3,14? 3. Por que o π= 180° no círculo? 4. Por que para calcular cossecante usa-se seno e não cosseno? 5. Por que π é igual a 360°? 6. Por que o valor de π é 3,14? 7. Por que não existe tangente de 90° e 270°? 8. Por que π = 180° na trigonometria? 9. Por que o π= 180° no círculo?	1. Por que o triângulo tem vários tipos de classificação (escaleno...) e não só um? 2. Por que nos fornecem as fórmulas prontas? Existe alguma coisa que nós aprendemos, mas nos anos seguintes nos revelam que nos ensinaram errado de propósito? 3. Por que aprendemos equações? Para que são usadas na vida? 4. Por que aprendemos contas tão avançadas? Onde as usamos? 5. Por que aprendemos função? Sempre tive dúvida em função de todos os tipos. 6. Por aprendemos log? Nunca consegui entender. 7. Por que log foi criado?

7. Por que existe “infinitos” maiores que “infinitos”? 8. Por que a fórmula de Bháskara é desse jeito? 9. Por que nas matrizes, quando se multiplica um número pelo seu inverso, é sempre I? ($A.A^{-1} = I$)? 10. Por que zero fatorial (0!) é um? 11. Por que não existe log de números negativos? 12. Por que usamos a relação $\log_b a = x$, de onde surgiu? 13. Por que $i = \sqrt{-1}$ e como se chegou a tal definição? 14. Por que no cálculo do IDH usa-se média geométrica ($\sqrt{x}.y$) ao invés de média aritmética (x+y) /2? 15. Na análise combinatória, por que “descontar” é sinônimo de divisão e não	8. Por que a área do triângulo é dado por $\frac{Base\ x Altura}{2}$? 9. Por que a unidade de medida do *volume* é elevada ao cubo e a *área* é elevada ao quadrado? 10. Por que a reta do coeficiente angular é chamada de tangente de sua inclinação θ? 11. Por que dizemos que há infinitas retas no espaço, mas não as vemos? 12. Por que a reta é infinita? Como algo pode não ter começo nem fim? 13. Por que se diz que paralelas não se encontram se a gente vê que se encontram (rua, trilhos, etc.)? 14. Por que a área da elipse é π *a b*? 15. Por que a integral $\int$ dá a área da figura?	**7. Por que não pode dividir por zero?** 8. Por que o resultado da raiz quadrada admite um valor positivo e outro negativo? 9. Por que na soma de sinais (mais com menos) o menos prevalece? **10. Por que zero é par?** 11. Por que 1 não é primo? 12. Por que a soma dos algarismos de um número divisível por 3, também é divisível por 3? Ex: 132.234 **13. Por que nenhum número pode ser dividido por zero?** **14. Por que o zero “não” poder ser considerado par, sendo que 1, que o número seguinte, é ímpar?** 15. Desde de pequenos, aprendemos que para tirar a		8. Por que estudar matriz? Para que serve no dia a dia? 9. Por que aprendemos determinante e para que “ela” (*sic*) serve? 10. Por que usamos o (!) para representar os números fatoriais. 11. Por que calculamos seno, cosseno e tangente? 12. Por que aprendemos sec, cossec. colog? De onde surgiram esses nomes? 13. Por que aprendemos logaritmo? E para que foi inventado? 14. Por que o logaritmo se chama logaritmo? Por que log de 10 é 1? E como ele pode ser usado no dia a dia? 15. Por que aprendemos número imaginário? O que ele significa? Qual a sua importância na prática? 16. Por que nós usamos a

subtração? 16. Por que os gráficos de equações de 1° e 2° graus, respectivamente, são retas e parábolas? 17. Por que $(a+ b)^{2}$ é $a^{2}+2ab+b^{2}$? 18. Por que o perímetro é 2p? 19. Por que o módulo anula o sinal? 20. Por que 0! =1 ? e 1! = 1? Como pode existir o mesmo resultado para duas contas diferentes? 21. Por que sempre se usa *x* nas incógnitas das equações? 22. Por que só pode usar Pitágoras quando se tem ângulo reto?	16. Por que o cubo também é um paralelepípedo? 17. Por que na pirâmide é apótema e no cone é geratriz? Não é a mesma coisa? 18. Por que o *volume da pirâmide* corresponde a um terço do prisma? 19. Por que todo prisma triangular pode ser decomposto em três pirâmides triangulares? 20. Por que o cilindro e o prisma com bases iguais têm volumes iguais, se eles são diferentes? 21. Por que o volume do cilindro é igual a $h\pi r^2$? 22. Por que o volume da pirâmide é a terça parte do volume do prisma de mesma base e mesma altura? 23. Por que o sólido geométrico com 20 faces chama-se icosaedro?	‘prova real” da resposta de uma divisão, fazemos o quociente multiplicado pelo divisor. Ex: 10 / 2 = 5 e quando fazemos 5 x2 = 10. Por que, se aplicarmos essa regra em alguns casos não funciona? Ex: 10/3 = 3,333... e quando fazemos 3. 3,333... = 9,999... ≠ 10. 16. Por que a soma dos ímpares dá um quadrado perfeito? 17. Por que $\frac{0}{0}$ é impossível? Se todo número dividido por ele mesmo é 1? **18. O zero é um valor ou ausência de valor?** **19. Por que tudo elevado a zero da 1?** 20. Por que a soma de números ímpares sempre dá um quadrado perfeito? Ex: 1+3 =4 1+3+5+ 9 e 1+3+5+7 =16		equação da Circunferência? Além dos objetivos literais, descobrir o raio e o centro? 17. Por que os números possuem seus formatos? 18. Por que números primos tem esse nome? 19. Por que existem números negativos?

	24. Por que tenho que desenhar figuras espaciais se eu não tenho noção de como e onde é pontilhado e onde não é? 25. Por que o volume da esfera é $\frac{4}{3}\pi r^3$?	21. Se entre um número e outro existem infinitos números, por que, no dia a dia, contamos normalmente 0,1,2,3,4,...? Por que se instituiu que os números podem ser contados? 22. Por que 1 não é primo? **23. Por que o zero é o número escolhido para “separar” os números negativos dos positivos?** **24. Por que todo número elevado a zero é igual a 1?** **25. Por que zero é par, se zero não é nada?** **26. Por que zero não pode ser considerado par, sendo que 1, que é o número seguinte, é ímpar?** **27. Por que quando o dividendo < que o divisor, temos que colocar um “0” a direita do dividendo e, logo após, colocar “0”, no quociente?**		

		28. Por que na soma dizemos “vai um”? Qual o significado desse ‘vai um’? Ex: 1 158 +22 ---------------- 0 29. Por que $\frac{3}{4}.\frac{4}{8}=\frac{3}{8}$ está correto e $\frac{0}{7}.\frac{17}{0}=\frac{17}{7}$ está errado? 30. Por que em uma dízima periódica precisa colocar $\frac{x}{q}$?		
Álgebra: 22 **(21%)**	Geometria: 25 **(23,9%)**	Aritmética: 30 **(28,5%)**	Trigonometria:9 **(8,6%)**	Outros: 19 **(18 %)**
Total – 105 por quês –100%				

Quadro 3 : Por Quês matemáticos dos alunos categorizados em áreas da matemática e outros campos do conhecimento matemático
Fonte: Serra, 2018.

2.2. Segunda Etapa Metodológica e os Grupos Focais (GF)

Foi realizada uma segunda etapa metodológica da pesquisa, por meio de uma técnica de pesquisa denominada Grupo Focal (GF). Técnica muito usada nos trabalhos qualitativos, que permite analisar processos de construção da realidade por determinados grupos sociais, assim como a compreensão de práticas cotidianas, atitudes e comportamentos prevalecentes no trabalho com alguns indivíduos que compartilham traços em comum, relevantes para o estudo e investigação do problema em questão. Como nos esclarece Powell e Single (1996, p.449), “Um grupo focal é um conjunto de pessoas selecionadas e reunidas por pesquisadores para discutir e comentar um tema, que é o objeto de pesquisa, a partir de sua experiência pessoal”.

Com a intenção de compreender e esclarecer quais conhecimentos são mobilizados pelos professores para o ensino de matemática, foram formados dois grupos focais.

O primeiro com 3 integrantes, do grupo GEPRAEM (Grupo de Estudos e Pesquisa sobre Práticas Formativas e Educativas em Matemática); que é um grupo da UFSCAR - *Campus* Sorocaba, que tem por objetivo desenvolver estudos sobre as diferentes práticas de formação e de ensino-aprendizagem de matemática e cujos integrantes são pesquisadores da área de educação, professores que ensinam matemática e futuros professores. O grupo reuniu-se em 08 de dezembro de 2017, às 14h.

O segundo grupo foi o GEPEMAI (Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais) da Faculdade de Educação da UNICAMP. Um grupo colaborativo, formado por professores que ensinam matemática, licenciados em Pedagogia ou Matemática. No GEPEMAI, o grupo era constituído por 4 integrantes, que se reuniram no dia 11 de dezembro de 2017, às 16h30, na Unicamp.

A importância desses grupos focais para o objeto de pesquisa está na composição desses grupos, pois são formados por professores que investigam, discutem e refletem suas práticas e que possuem grande experiência na carreira docente, contemplando desde a educação infantil até o ensino superior, tanto em escola privada, quanto pública.

O roteiro do Grupo Focal (GF) foi pensado e estruturado com a intenção de atingir aos objetivos da pesquisa e tomando o cuidado para não influenciar ou sugerir opiniões aos integrantes de modo a colocar em risco a naturalidade e espontaneidade das falas, sem transformar em uma entrevista, assim como Gondim (2002, p. 6) esclarece, “um roteiro é importante, mas sem ser confundido com um questionário. Um bom roteiro é aquele que não permite um aprofundamento progressivo (técnica de funil), mas também a fluidez da discussão sem que o moderador precise intervir muitas vezes".

O roteiro feito para o diálogo utilizado com os Grupos Focais (GF), encontra-se no quadro abaixo:

a) Foi entregue um quadro para cada participante e sinalizado que foi posto em destaque os Por Quês mais recorrentes (coluna de aritmética, Por Quês sobre zero). Deixou-se claro que eles não precisam responder a nenhum Por Quê. Este quadro serve apenas para desencadear a reflexão sobre o professor e o ensino de matemática.
b) Solicitou-se a leitura em voz alta dos Por Quês **em destaque** da coluna de aritmética – **Por Quês sobre o zero.**
c) Solicitou-se a leitura em voz alta dos Por Quês da coluna sobre "**Outros campos do conhecimento matemático".**
d) Foi proposta uma conversa sobre o que eles representam e nos sinalizam.
e) A fim de dar andamento à pesquisa, foi proposta a reflexão de cada uma das questões abaixo relacionadas, de forma que todos os integrantes do GF. pudessem individualmente expor seus argumentos:
    1º. O que você pensa, enquanto professor que ensina matemática, quando lê estes Por quês?
    2º. O que estes Por Quês provocam em relação:
        ❖ Ao domínio do conteúdo e domínio didático do conteúdo?
        ❖ Ao conhecimento necessário para o ensino?
        ❖ À prática de ensino?
    3º. O que você tem a dizer sobre esta conversa que tivemos agora?

Quadro 4: Roteiro para realização dos Grupo Focais (GF) - Fonte: Serra, 2018

A postura de pesquisador e moderador foi a proposta por Gatti (2005, p.41), na qual em um grupo focal é muito importante o respeito ao princípio de não diretividade, pois o moderador ou facilitador, deve conduzir a comunicação ou discussão sem interferências indevidas, como emissão de opiniões particulares ou conclusões; todavia não deve ter uma postura de "deixar passar', a condução do moderador deve facilitar as discussões entre os participantes e ele precisa ter em mente que não está fazendo uma entrevista com o grupo e sim criando condições para que os participantes atuem efetivamente nas discussões.

Quanto ao local, os dois Grupos Focais (GF) foram organizados em um ambiente propício à captação do áudio e à interação entre os participantes, ou seja, a maneira como foram convidados a compor o grupo foi em círculo, permitindo uma fluidez melhor da conversa, como nos explica Lopes (2014, p. 485): “O local deve ser adequado para proporcionar uma interação maior entre os participantes, nesse âmbito a disposição do grupo pode ser em forma de círculo. O círculo traz a oportunidade de os participantes se olharem face a face”.

O tempo de duração da conversa foi o seguinte:

1° G.F.: GEPRAEM - UFSCAR - *Campus* Sorocaba – SP - Duração: 1h 8mim 5s.

2° G.F.: GEPEMAI – FE – UNICAMP – Duração: 54 mim 33s.

As transcrições foram ouvidas várias vezes, com o objetivo de proceder a análise sempre com vistas ao objeto de pesquisa. Como nos explica Lopes (2014, p. 488)

> No começo o pesquisador pode construir um plano descritivo das falas, destacando as diferenças entre os relatos e opiniões, isso tanto para relatos escritos quanto para os gravados em áudio ou vídeo. Nesse caso o pesquisador deve ter uma atenção apurada, ouvindo ou revendo várias vezes o material gravado para que tenha uma transcrição mais fidedigna da situação gravada. Logo deve fazer alguns agrupamentos em relação aos sentidos e valores percebidos, pode também fazer diferenciação entre grupos e subgrupos segundo as variáveis destacadas no início.

Para posterior análise, foi feito um quadro com as siglas dos participantes dos dois G.F., para a identificação das respectivas falas dos integrantes de acordo com o grupo focal do qual fizeram parte, ou seja, GF1 ou GF2 (Grupo Focal 1 ou 2), as iniciais do primeiro nome de cada participante e o campo de atuação de cada um, sendo classificados em Anos Iniciais (AI), Fundamental 1 e 2 (F), Ensino Médio (M) , Superior (S) , Formador(a) de Professores (FP) e Supervisor de Ensino (SE). Dessa maneira, por exemplo, a sigla GF1EAI, significa: professor(a) do Grupo Focal 1 (GF1), inicial do nome (E), e que atua nos anos iniciais (AI).

A escolha dessas siglas era justamente para identificar na posterior análise quem são esses professores e de que “lugar” eles falam, colaborando com suas trajetórias para responder às questões dessa pesquisa.

O quadro a seguir apresenta as siglas adotadas para cada integrante dos grupos focais.

Grupo Focal 1 - Integrantes do GEPRAEM (Grupo de Estudo e Pesquisa sobre Práticas Formativas e Educativas em Matemática) – UFSCar – *Campus* - Sorocaba-SP.
GF1EAI - (Professora do 2° ano, anos iniciais, escola pública, na cidade de Sorocaba-SP).
GF1CFMSE - (Professor licenciado em Matemática, trabalhou por 20 anos na rede pública, Ensino Fundamental 2 e Médio, e hoje atua na supervisão de ensino, na cidade de Votorantim-SP)
GF1MFM - Atua como professor de Matemática na rede estadual, na cidade de Sorocaba-SP, em cursos técnicos, Ensino Fundamental e Médio, há 5 anos.
Grupo Focal 2 – Integrantes do GEPEMAI (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais) - FE-UNICAMP – Campinas – SP.
GF2RAIF - Professora dos anos iniciais e do Ensino Fundamental 2, há 14 anos, na rede pública de Paulínia-SP.
GF2TFFP - Professora por 30 anos na rede pública na cidade de Sumaré-SP, fundamental 2 e atualmente atua na formação de professores desse mesmo município.
GF2AF - Professor de matemática de 8° e 9° anos, há 20 anos, na cidade de Campinas-SP.
GF2FMS - Professor de matemática do Ensino Fundamental 2, Médio e Superior, de escolas/universidades privadas na cidade de Valinhos-SP e Campinas-SP.
Mo - Moderador, que, nesse caso, é próprio pesquisador.

Quadro 5: Sigla dos integrantes dos Grupos Focais. Fonte: Serra, 2018

Após a realização dos grupos focais, as falas dos integrantes foram ouvidas várias vezes e transcritas na íntegra, com o objetivo de proceder a análise, que acontecerá no capítulo 3.

O grande exercício nesse momento foi como, a partir de um material muito rico e horas de transcrições, organizar essas falas por categorias, de acordo com o referencial teórico, e que nesse recorte respondesse às questões centrais propostas na pesquisa.

Dentro das propostas de categorias do Conhecimento Matemático para o Ensino (CME) proposta por Ball et all (2008), que engloba um conjunto de conhecimentos necessários para o ensino, foi feita uma categorização, por meio de recorte, das falas dos integrantes dos GF, em colunas que propiciassem a análise, com o objetivo de responder às questões da pesquisa:

1) Quais dimensões do conhecimento para o ensino se revelam a partir do diálogo com professores que ensinam matemática sobre os por quês dos alunos?
2) Quais potencialidades formativas e para a prática educativa dos professores se revelam a partir dos por quês matemáticos dos alunos do ensino médio da educação básica?

E seus objetivos:

. Esclarecer conceitualmente o que compõe o conhecimento para o ensino de matemática.

. Revelar, a partir dos Por Quês dos alunos, potencialidades formativas e para a prática educativa dos professores que ensinam matemática

Para tanto foram criadas as colunas: Domínio do Conteúdo e Domínio Didático do Conteúdo, Conhecimento necessário para o Ensino, Prática de Ensino, Potencialidades Formativas e Síntese da Conversa, evidenciando a importância dos Por Quês na formação do professor que ensina matemática.

Nessas colunas, juntamente com as siglas, foram escritas as falas de cada participante do G.F., recortadas após a leitura da transcrição, de maneira a perceber elementos que auxiliassem na posterior análise e estivesse em consonância com o objeto de pesquisa.

O quadro abaixo apresenta a classificação feita nas cinco categorias dos recortes das falas dos integrantes do GF que estão alinhadas com o referencial teórico, bem como com a problemática e os objetivos da pesquisa.

Domínio do Conteúdo e Domínio Didático do Conteúdo	Conhecimento necessário para o Ensino/C.M.E	Prática de Ensino	Potencialidades Formativas	Síntese da Conversa
GF1EAI: Sobre conteúdo e domínio didático do conteúdo: "Se eu não souber o que eu vou ensinar, nem adianta eu entrar na sala de aula e começar a explicar para os alunos. Eu tenho que saber a sequência que eu quero que meus alunos entendam matemática, para poder passar para o ano seguinte continuando o que eu ensinei. Nunca colocar um limite, vai até aonde as crianças podem alcançar, não podemos dizer, expliquei soma e subtração, pronto já está bom.". **GF1CFMSE**: "Saber a matéria e saber passar para o aluno".	**GF1CFMSE:** "Essa participação nossa aqui, está enriquecendo nosso conhecimento!". **GF1CFMSE**: "Valorizar o que o aluno traz para a gente, por meio dos por quês!". **GF1CFMSE**: "Reflexão: se o aluno não domina a divisão pelo método clássico, deve tentar explicar o porquê". **GF1CFMSE**: "Quando o aluno traz um por que incentiva o professor. Precisa ver o que ele vai fazer com esses por quês". **GF1CFMSE**: "Ampliar o conhecimento necessário	**GF1EAI**: "Esses por quês são bons, sabe para quê? Para repensar nossa prática em sala de aula!". **GF2RAIF**: "Um por quê pode ser profundo, pode ser mobilizador de mudança de prática de um professor..." **GF1EAI**: "Perguntava para meu professor de matemática, por que temos que fazer desse jeito? Ele respondia: 'É a regra, tem que seguir a regra! '." **GF1EAI:** "Hoje eu vejo pelo lado didático, será que não estava faltando um lado didático? Porque o professor imaginava que o aluno sabia tudo já!	**GF1EAI:** "O professor não pode achar que formou, está pronto!". **GF1EAI:** "Os HTPC vieram ajudar bastante, para compartilhar esses por quês e os grupos de pesquisas ajudam bastante. A ACIEP (Atividades Curriculares de Integração, Ensino, Pesquisa e Extensão) ajudou bastante". **GF1CFMSE:** "Esses por quês motivariam o professor a melhorar o conteúdo e conteúdo didático. Quando o aluno pergunta, faz um por quê, sinaliza que a maneira como professor explica ou forma, ou ainda, que ele sabe sobre a matéria	**GF1EAI:** "Reflexão da prática!". **GF1EAI**: "Por quê é um motorzinho! Tanto na formação dos professores quanto dos alunos!" **GF1EAI**: "Estímulo a uma nova pesquisa! Mais formação!". **GF1CFMSE**: "Momento de formação!". **GF2RAIF**: **"**Acho um ponto forte esse diálogo, conhecimento do professor e prática. Vejo aqui a relação ensino-aprendizagem. Aprendizagem depende do ensino, então os por quês, se os por quês são muitos e

GF1MFM: “Sobre o zero, acho que os alunos têm dificuldade para entender quando é definição. Quando é definido não parece lógico para o aluno. Se você explica para o aluno, e assim por definição, parece que eles não entendem muito a lógica disso”. **GF1MFM**: “Tem por quês que se contradizem, por exemplo, do zero: Por zero é par e outro não é par”. **GF1MFM**: “De nada adianta o professor ter o domínio do conteúdo, se não conseguir fazer com que os alunos compreendam aquilo que está sendo passado em sala de aula”. **GF2RAIF**: “Não adianta	para o ensino” **GF1MFM**: “Eu acho que nem sempre o professor vai ter a repostas. Deve tentar explicar dentro do conhecimento que tem e que o aluno tem, que o professor quer que ele compreenda. Agora se algo que o professor não sabe no momento, o professor pode trazer em outra aula. Eu nunca tive problema em o aluno me perguntar algo que não sei. Eu digo: ‘Eu preciso rever isso aqui’. Por exemplo, logaritmo, fiz a faculdade e trabalhava na indústria e fazia 10 anos que não via. Preciso pegar esse problema, por que não lembro. Não sei se outros professores agem assim”. **GF2RAIF**: “Sobre a questão 2, ‘outros campos	Hoje eu vejo bem, o que o professor ensinava, era só um complemento”. **GF1CFMSE**: “Hoje podemos incentivar a investigação. Quando o aluno traz um problema para gente, muitas vezes não sabemos de imediato, podemos devolver a pergunta para o aluno, de maneira inteligente, pode transformar em um projeto”. **GF1CFMSE**: “Tentar associar alguma história para os alunos, fica mais fácil. Tentar explicar o conteúdo, com situações que ele vivencia no cotidiano”. **GF1MFM**: “Esses por quês revelam um pouco das dificuldades do aluno, em aprender, dificuldade de associar o que aprende	não foi suficiente para aquele aluno”. **GF1CFMSE**: “Deveria ter um fórum de por quês! Online!”. **GF1MFM**: “Eu tive um E.F e E.M muito fracos, em escola pública. Não vi nem metade do conteúdo de matemática, tive que correr atrás. Fui refém! Me formei no Ensino Médio sem ver trigonometria, fatorial, número complexo, etc. O professor pegava um ou dois conteúdos e explicava. Muita coisa tive que aprender por conta própria. Muitas vezes, vejo professores que estão formados, com dificuldades em algum conteúdo, pois esquece, por não dar aulas ou não viu muito bem o assunto	muitos, eles estão dizendo que existe alguma coisa errada, não está havendo aprendizagem... então não estou ensinando... Vejo esse diálogo: conhecimento - prática - papel do professor na relação ensino e aprendizagem...”. **GF2TFFP**: “Achei muito interessante discutir esses por quês, as dúvidas dos alunos, o que sente na hora e quanto à prática pedagógica. Vejo que alguns por quês que são colocados aqui, que um melhor encaminhamento pedagógico poderia ajudar”. **GF2TFFP**: “Essa pesquisa dos por quês leva à reflexão por parte dos alunos e dos professores, mas também depende de questões políticas, da organização e estruturas de

eu saber o conteúdo e não saber ensinar. Eu sei o conteúdo para mim, mas não sei levar o aluno a construir aquele conceito". **GF2RAIF**: "Diz um autor: 'Existe uma matemática para pessoas normais e uma matemática para matemáticos, porém essa matemática para quem não será matemático, ela tem que levar os estudantes a desenvolver raciocínio lógico, a construir caminhos que levam a abstração, se depois vai ser matemático ou não, é outra questão'".	da matemática': Não é que ensinamos coisa errada, naquele momento, não há condições de explicar, por falta de algum conteúdo que será explicado". **GF2RAIF**: "Meu aluno, um dia desses, perguntou, fez um por que, sobre números pares e ímpares. Eu trouxe para o professor Sergio, pois não sabia. Mas levou-me a pensar: 'Se você não sabe a resposta naquele momento, você tem obrigação de ir atrás'. (Por que dois números impares adicionados dá um par?)". **GF2RAIF**: "É uma responsabilidade nossa, professores de anos iniciais, tentar explicar alguns por quês para diminuir por quês mais	a algo real". **GF1MFM**: "Esses por quês mostram que os alunos buscam sentido, significados no que estão aprendendo!". **GF2FMS**: "Um cuidado com os pormenores, com os indícios. Eu enxergo que muitos desses por quês sugerem a maneira de abordar a gênese de algumas coisas para o aluno, olhando desde o planejamento pelas séries. Devemos ter um olhar mais cuidadoso na hora de ensinar e planejar", **GF2RAIF**: "Sobre a questão 2, 'outros campos da matemática', não é que ensinamos coisa errada, naquele momento, não há condições de explicar, por falta de algum conteúdo que será explicado".	durante a graduação". **GF2RAIF**: "Os por quês são fundamentais, pois quem faz a pergunta está desencadeando toda uma possibilidade de análise da situação, de diferentes possibilidades de resposta, investigação". **GF2RAIF**: "Resolvi sistema a minha vida inteira, mas eu só fui entender depois, em 2015, com um problema. Não é pragmatismo, é uma forma de você ver, como caminhou para chegar no sistema, não só chegar na sala e dizer: 'Hoje vamos aprender sistemas'. Aí você resolve e mostra: 'É assim que resolve!'". **GF2RAIF**: "Em 2009, um aluno de 4° série: 'Por que que põe, vírgula zero? Não soube responde	curso. Para o Fund.1 a matemática está dentro pedagogia". **GF2AF**: **"**Achei interessante recolher as perguntas, uma ou outra, posso usar em minhas aulas...".

	para frente". **GF2RAIF**: "O fato de externalizar o por quê, já é uma atitude diante desse cenário, atitude que pega para o professor e para o aluno". **GF2RAIF**: "Por quê do aluno não está questionando pontualmente, ele está colocando em questão os conhecimentos do professor e a prática do professor...não é só uma perguntinha pontual. Realmente tem que questionar como estou ensinando? Será que aquilo que estou ensinando está sendo suficiente?" **GF2TFFP**: "A questão do zero para crianças é um grande problema, devido à complexidade,	**GF2RAIF**: "No Ensino Médio você põe as fórmulas e lá no primeiro aninho põe os algarismos de 1 a 9. Você deu pronto! É o mesmo 'procedimento'. A professora põe para cantar, eles aprendem, depois à medida que eles têm um entendimento maior, vão se perguntar esses por quês". **GF2RAIF**: "Os por quês nos levam a pensar seu conhecimento em termos de conteúdo, sua prática. É bom despertar por quês, pergunta sempre é bom". **GF2TFFP**: "Devemos informar para que? Envolve na metodologia do professor, a didática de como ensinar para que o aluno entenda aquele conteúdo".	na hora, mas aquele por quê, naquele momento, soou para mim assim: 'Eu preciso aprender mais matemática!'. Eu preciso mais do que aprender, porque eu sabia fazer a conta, mas eu preciso saber ensinar para ele, procedimento eu sabia, mas levá-lo a construir o conceito daquilo, a lógica. Aí eu disse: 'Preciso aprender matemática'... Aí vim para o GEPEMAI". GF2AF: "O simples fato de os alunos levantarem essas perguntas, já é um fato maravilhoso, porque estão tão habituados aquela questão: 'Faz porque eu estou mandando', a fórmula está pronta, e os alunos não têm muita coragem de falar: 'Mas por que isso aí?' Às vezes, nem	

	particularidade específica e vai ao longo do tempo para entender isso...”. **GF2AF**: “Letramento em matemática... os alunos sabem a diferença entre palavra e letra, mas não sabem a diferença entre número e algarismo”. - Referindo-se a questão 5, do campo aritmética. **GF2AF**: “É natural pôr a culpa no professor (na questão do zero), mas o assunto é complexo e exige abstração e cada aluno tem uma faixa de abstração diferente”. **GF2FMS**: “Sempre que for possível, tentar aproximar esse conteúdo do cotidiano, sem somente se prender nisso”.		sempre estamos preparados para responder de bate-pronto, mas temos que estar preparados para pesquisar isso aqui. Devemos falar honestamente não sei te responder isso agora, mas o seu por que é mais importante que tudo aquilo que passei”. **GF2FMS**: “Formação didática e conteúdo do professor. Por exemplo, aplicação de matrizes, não é algo difícil , mas se o professor não tiver se dedicado ou não tiver tido a oportunidade de discutir sobre isso, mesma coisa logaritmo...”. **GF2FMS**: “Algo que passa pela formação da rotina do professor e do desempenho dele, de buscar esse aprimoramento”.	

	GF1MFM: “Situações de cotidiano, trazem o aluno para realidade e tornam a matemática mais real”. **GF1MFM**: “Às vezes esses por quês sinalizam um mero desabafo do aluno”.			

Quadro 6: Recorte das falas dos Integrantes dos Grupos Focais. Fonte: Serra, 2018.

Com esses recortes associados às respectivas colunas, foi possível, a partir dessa pré-análise, reunir elementos que permitissem uma posterior análise, focando o Conhecimento Matemático para o Ensino (CME), bem como potencialidades formativas e elementos para a prática de Ensino.

CAPÍTULO 3:

3.1. Análise dos dados e resultados

Neste capítulo apresento a análise dos resultados obtidos nos grupos focais (GF), por meio do recorte das falas dos participantes (quadro 6, p.67), tendo em vista compreender quais conhecimentos são mobilizados pelos professores a partir dos "Por Quês" dos alunos, possíveis implicações na prática docente e a utilização desse "Por Quês" como potenciais elementos formativos para o professor que ensina matemática, e, por fim, são expostos alguns resultados e considerações finais.

De acordo com Gatti (2005, p. 44), é preciso que haja "um esforço para não perder de vistas seus propósitos e manter a capacidade de julgar a pertinência dos rumos analíticos em sua contribuição ao exame do problema"; portanto, para a análise dos resultados foram adotados cuidados para não perder de vista os objetivos da pesquisa e manter a capacidade de julgar com atenção as falas dos participantes.

O referencial teórico proposto por Ball, Thames; Phelps (2008) sobre o Conhecimento Matemático para o Ensino (CME), que contempla um tipo de conhecimento necessário para que o professor possa desenvolver sua "tarefa" de ensinar matemática, norteará a análise dos recortes das falas das duas primeiras colunas dos integrantes do GF., quadro da p.67.

Esses conhecimentos foram classificados por esses autores como sendo:

- CCK (Conhecimento Comum do Conteúdo): reconhecer uma resposta errada.
- SCK (Conhecimento Especializado do Conteúdo): dimensionar rapidamente a natureza de um erro, especialmente aqueles que não são familiares.
- KCS (Conhecimento do Conteúdo e os Estudantes): ter familiaridade com os erros comuns e saber por que diversos alunos os cometem é um conhecimento de conteúdo e os estudantes.
- KCT (Conhecimento do Conteúdo e o Ensino): selecionar uma abordagem de ensino que seja eficiente para superar certas dificuldades e/ou explorar certos aspectos de um conteúdo.

Analisando os trechos das transcrições do quadro da página 67, foi possível perceber que muitas das falas dos professores, nas duas primeiras colunas, estão relacionadas com a teoria proposta por Ball *et al* (2008) com relação ao Conhecimento Matemático para o Ensino (CME), que constitui um conjunto de conhecimentos necessários para ensinar matemática.

A análise dos resultados foi feita com base nos recortes das falas dos integrantes dos GF e levou em consideração o referencial teórico, as questões centrais e os objetivos da pesquisa. Para isso, o procedimento para a análise foi o seguinte:

As falas nas duas primeiras colunas do quadro 6, página 67, sendo estas Domínio do Conteúdo e Domínio Didático do Conteúdo e Conhecimento necessário para o Ensino (CME), estão ligadas ao referencial teórico proposto por Ball et all (2008) e visam responder à primeira questão da pesquisa:

> Quais dimensões do conhecimento para o ensino se revelam a partir do diálogo com professores que ensinam matemática sobre os por quês dos alunos?

e um dos objetivos:

Esclarecer conceitualmente o que compõe o conhecimento para o ensino de matemática.

As três últimas colunas do quadro da página 67 referem-se à segunda questão da pesquisa:

> Quais potencialidades formativas e para a prática educativa dos professores se revelam a partir dos por quês matemáticos dos alunos do ensino médio da educação básica?

e a o outro objetivo:

Revelar, a partir dos Por Quês dos alunos, potencialidades formativas e para a prática educativa dos professores que ensinam matemática.

e com essa finalidade foram categorizadas de Prática de Ensino, Potencialidades Formativas e Síntese da Conversa.

Nas duas primeiras colunas, pode-se observar nas falas dos integrantes dos G.F., uma reflexão sobre a importância de não apenas dominar o conteúdo, mas saber "passar", ensinar esse conteúdo, e para isso destacam o planejamento e o conhecimento do que ensinam e para quem ensinam.

É notória também, nas falas desses professores, a importância da valorização e da investigação dos "Por Quês" apresentados pelos alunos, como forma de possibilidade de ampliar o CME do professor e criar novas formas de representações para explicar determinado conteúdo, como divisão, por exemplo, como a fala de **GF1CFMSE** na coluna 2, no quadro da p.67:

"Se o aluno não consegue dominar a divisão pelo método clássico, deve tentar explicar o por quê".

Ou ainda, a fala de **GF2RAIF**, na coluna 1, p.67:

"Não adianta eu saber o conteúdo e não saber ensinar. Eu sei o conteúdo para mim, mas não sei levar o aluno a construir aquele conceito".

Observa-se, também, nessas falas das primeiras colunas, uma preocupação e reflexão do professor em relação à consciência que possui sobre os limites do CME e as possibilidades por meio dos Por Quês de ampliarem esse limite e redimensioná-lo por meio da investigação e valorização dos "Por Quês" dos alunos, como podemos observar na fala de **GF1MFM**, coluna 2, p.67:

"Eu acho que nem sempre o professor vai ter as repostas. Deve tentar explicar dentro do conhecimento que tem e que o aluno tem, e que o professor quer que ele compreenda. Agora, se é algo que o professor não sabe no momento, o professor pode trazer em outra aula. Eu nunca tive problema em o aluno me perguntar algo que não sei. Eu digo: 'Eu preciso rever isso aqui'. Por exemplo, logaritmo. Fiz a faculdade e trabalhava na indústria e fazia 10 anos que não via. Preciso pegar esse problema, por que não lembro. Não sei se outros professores agem assim".

E na fala de **GF2RAIF**, coluna 2, p.67:

"Meu aluno, um dia desses, perguntou, fez um por que, sobre números pares e ímpares. Eu trouxe para o professor Sergio, pois não sabia. Mas levou-me a pensar: 'Se você não sabe a resposta naquele momento, você tem obrigação de ir atrás'".

Há falas que estão em consonância com o proposto por Beatriz D'Ambrósio (1989), que ressalta que um ambiente propício à construção de uma visão da matemática deve ser um ambiente em que os alunos propõem, exploram e investigam problemas matemáticos. Estas falas sinalizam a importância da investigação por meio dos por quês, evidenciando a importância desses questionamentos e mostrando que esse por quês podem ser utilizados como instigadores à investigação e também favorecem o diálogo entre professores e alunos, fazendo com que a matemática, não seja algo "mágico" e que está nas mãos de um único "gênio": o professor.

Ao analisar os recortes das falas dos integrantes do G.F. das três últimas colunas do quadro 6, página 67, observa-se que muitas sugerem a potencialidade dos Por Quês como elementos desencadeadores e que incentivam a formação continuada do professor. Constitui uma fala comum, que, por meio dos Por Quês, é possível que o professor reflita sobre seu conhecimento, sua prática, à medida que decide investigar esses Por Quês, além de aumentar suas representações sobre determinado assunto da matemática, amplia seu Conhecimento Matemático para o Ensino (CME) e contribui para sua formação, como as falas de:

***GF1EAI**, coluna 3, p.67: "Esses por quês são bons, sabe para quê? Para repensar nossa prática em sala de aula!"*

***GF2FMS**, coluna 3, p.67: "Algo que passa pela formação da rotina do professor e do desempenho dele, de buscar esse aprimoramento".*

***GF1MFM**, coluna 4, p.67: "Eu tive um E.F e E.M muito fracos, em escola pública. Não vi nem metade do conteúdo de matemática, tive que correr atrás. Fui refém! Me formei no Ensino Médio sem ver trigonometria, fatorial, número complexo, etc. O professor pegava um ou dois conteúdos e explicava. Muita coisa tive que aprender por conta própria. Muitas vezes, vejo professores que estão formados, com dificuldades em algum conteúdo, pois esquecem, por não dar aulas ou não viu muito bem o assunto durante a graduação".*

***GF1EAI**, coluna 5, p.67: "Por quê é um motorzinho! Tanto na formação dos professores quanto dos alunos!"*

Essa busca motivada pelos Por Quês dos alunos parece promover uma maior interação entre professores e alunos, ajustando o centro de interesse e colaborando para uma mudança de paradigma de professor "emissor" de informações, "detentor" do saber, para uma postura de mediador, que interage, estabelece relações de ensino e constrói o conhecimento, não para o aluno, e sim com o aluno.

Em relação às potencialidades formativas dos Por Quês, há um consenso entre todos os integrantes de que investigar e levantar os Por Quês, bem como socializá-los em grupos de pesquisas, horários de trabalhos docentes, traz uma contribuição na formação dos professores, pois esclarecem suas dúvidas, refletem sobre estratégias de ensino, ampliam o conhecimento matemático. Sugerem, pelas falas, que devem adotar em suas aulas a prática de recolher os por quês, com a intenção de buscar essas mudanças de paradigmas, como por exemplo, na fala de:

***GF2AF**, coluna 5, p.67: "Achei interessante recolher as perguntas, uma ou outra, posso usar em minhas aulas..."*

Em síntese, ao analisar as falas dos integrantes dos grupos focais, pôde-se constatar a importância de se levantar os Por Quês juntos aos alunos – que nessa pesquisa compreendeu a primeira etapa metodológica – e de levá-los ao conhecimento dos professores, com o objetivo de compreender os conhecimentos mobilizados por meio desses Por Quês, e também suas potencialidades formativas, reflexão e mudanças nas práticas pedagógicas, à medida que amplia o CME., promove a interação entre professor-aluno e entre professor-professor.

Em relação às duas primeiras colunas do quadro 6, página 67, relacionadas ao referencial teórico, foi possível perceber pelas falas dos participantes, uma relação dos “Por Quês” dos alunos com temas como o domínio do conteúdo para o ensino e uma reflexão sobre a possibilidade da investigação desses “Por Quês” como elementos facilitadores da ampliação das dimensões do CME.

Ainda nas colunas 1 e 2 do quadro 6, observa-se uma preocupação desses professores de valorização e investigação dos “Por Quês” matemáticos, influenciando na relação professor-aluno, por meio do diálogo e ajustes de centro de interesse do aluno e do professor e também uma influência direta na reflexão de sua prática, tema esse que fica claro nas falas das colunas 3, 4 e 5, do quadro 6.

Nessas 3 últimas colunas há dois temas notórios nas falas dos participantes dos GF: Prática e Formação.

Seja na reflexão de sua própria prática, por meio de algum “Por Quê” mobilizador de investigação e, com isso, podendo ampliar as representações que possui sobre algum conteúdo matemático.

Na formação, relatam que investigar os “Por Quês” consiste um momento muito importante na sua formação continuada, seja na socialização desses “Por Quês” em HTPC, em grupos de estudos e pesquisas, com os pares, propiciando a quebra de um ciclo em que o professor “manda” e o aluno faz. Nesse aspecto, torna-se uma relação de ensino mais plausível, em que a multirepresentação didática sobre determinados conteúdos é favorecida à medida que os professores inventariam, socializam e retornam com outras “respostas” para seus alunos.

Após análise das falas dos integrantes dos grupos focais, chega-se aos seguintes resultados:

- O levantamento e a investigação dos Por Quês constitui fonte importante e um instrumento de grande potencial para formação de professores.
- Há Por Quês referentes ao conteúdo matemático e outros ao ensino da matemática.
- A medida que investiga e busca outras soluções representativas sobre os Por Quês o professor pode aumentar seu CME (Conhecimento Matemático para o Ensino).

- Ao entrar em contato com os Por Quês dos alunos, registrarem e devolverem esses Por Quês, poderá ocorrer um ganho pedagógico à medida que o professor investiga, reflete e repensa sua prática de ensino.
- Para a formação dos professores, seria interessante não exatamente responder os Por Quês, mas como metodologia de ensino, trabalhar a importância dos Por Quês dos alunos como elementos de/na formação continuada.
- Dar o retorno aos alunos sobre os Por Quês pode sintonizar o centro de interesse do aluno e do professor, aproximando-o de uma matemática mais realista, dando a oportunidade de o aluno participar da construção do conhecimento.
- Os Por Quês são motivadores da investigação e mudança do paradigma da fala: “Por que é assim e pronto!”.
- O incentivo dos alunos à prática de investigação dos “Por Quês” faz com que eles participem e enxerguem a matemática como uma disciplina mais real e humana, sem a redução à procedimentos e técnicas, muitas vezes desprovidas de qualquer significado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Um “Por Quê” matemático vai além de uma dúvida pontual de um determinado conteúdo, ele pode estar ligado à prática do ensino, à linguagem e às representações que o professor que ensina matemática utiliza. Possui uma forte relação com a construção e constituição do conhecimento, especificamente o CME (Conhecimento Matemático para o Ensino) proposto por Ball; Thames; Phelps (2008). À medida que ocorre o inventário, a investigação e a reflexão desse “Por Quês” pelos professores, pode ocorrer um ganho pedagógico e uma ressignificação de seus paradigmas de aulas acompanhado de uma diversificação do seu CME.

Os “Por Quês” matemáticos podem colaborar para um ajuste na relação professor-aluno à medida que ajustam os centros de interesse de ambos. Investigar um “Por Que” e retomar com os alunos, com certeza provocará uma aproximação e um diálogo entre esses dois sujeitos da ação de educar, permitindo o que foi proposto por Beatriz D’Ambrósio (1989), ou seja, uma participação mais ativa do aluno, uma matemática mais dinâmica, distante do modelo frio e “genial” de emissão do “conhecimento” pelo professor e recebimento sem custo reflexivo para o aluno, que, por sua vez, não se sente parte do processo. A atenção e o olhar para o aluno são parte da competência do professor que permite que esse aluno se expresse, seja ouvido, acolhido e suas dúvidas respondidas em um ambiente de colaboração e investigação.

Os “Por Quês” sinalizam também para a importância da não culpabilidade dos professores, seja qual for a fase do ensino em que lecionem, caso se deparem em algum momento com o determinado “Por quê” matemático em suas aulas e não saibam responder de imediato.

A matemática e os modos de representá-la são muito extensos e variáveis, e a isso constitui fonte inesgotável de investigação e riqueza. Sempre existirão “Por Quês” matemáticos e por uma razão de extensão e amplitude de conteúdo os cursos de formação, licenciaturas, pedagogias por melhor estruturados que sejam, jamais responderiam a todos, seria impossível. O que seria importante refletirmos para os cursos de formação de professores é a implementação de uma disciplina de prática investigativa de “Por Quês” por parte dos professores, mostrando os possíveis ganhos dessa prática na carreira docente.

O potencial formativo dos “Por Quês” matemáticos pode permitir ao professor que ensina matemática uma ampliação no leque de possibilidades de representações de conteúdo e conhecimento, por meio da tríade: levantar os por quês dos alunos - pesquisá-los - retornar com a investigação. É muito evidente na fala de vários professores integrantes dos grupos focais dessa pesquisa a sugestão de que esses “Por Quês” sejam socializados em grupos de pesquisas, horários de trabalhos pedagógicos, fórum de “Por Quês” em ambientes virtuais, momentos de formação, seminários, cursos. Destacam, portanto, a investigação e discussão desses “Por Quês” como elementos motivadores de suas formações continuas.

O incentivo por parte dos professores ao aluno em relação a investigação de “Por Quês” contribui para combater a ideia relatada por Beatriz D’Ambrósio (1989) na qual os professores, em geral, mostram a matemática como um corpo de conhecimento acabado e distinto e que ao aluno não é dado em nenhum momento a oportunidade ou gerada a necessidade de criação, pois no modelo de emissão - recepção de conhecimento, o papel desse aluno é passivo. Com a prática de investigação dos “Por Quês” tanto dos professores quanto dos alunos o ambiente de aprendizagem fica mais propício à exploração, à investigação e, nesse contexto, professores e alunos constituem um grupo de trabalho.

Os grupos de estudos e pesquisas, momentos de formação, seminários, encontros pedagógicos, horários de trabalhos do professor, segundo relatos dos participantes dos grupos focais, são de extrema importância para socialização e discussão desses “Por Quês”. Observou-se na fala dos participantes uma troca intensa de práticas e estratégias de ensino, discussão de conteúdo, aprendizado e novas formas de representações acerca de soluções e procedimentos de conteúdos matemáticos, evidenciando o ganho pedagógico e de conteúdo que os “Por Quês” promovem.

Em relação à questão norteadora dessa pesquisa, que era compreender quais conhecimentos matemáticos para o ensino são mobilizados a partir dos “Por Quês” dos alunos e suas implicações na prática docente enquanto potencialidades formativas, as falas dos integrantes dos grupos focais não somente respondem à essa questão, como nos trazem subsídios para compreender a importância dos “Por Quês” no processo de formação, no momento de reflexão da prática, na interação professor-aluno e professor-professor, na diversificação das representações que o professor que ensino matemática utiliza em sua prática - o que auxilia na percepção e, se necessário, na mudança de paradigmas – além de instigar a investigação de conteúdos matemáticos de forma a diversificar e ampliar seu CME.

O ponto inovador dessa pesquisa consiste em levantar “Por Quês” com os alunos e levá-los aos professores, com o objetivo de compreender quais conhecimentos são mobilizados por eles. É importante frisar que esses “Por Quês” não são das memórias de professores enquanto docentes ou de suas lembranças enquanto alunos, são “Por Quês” de alunos do Ensino Médio da

Educação Básica levados a professores que ensinam matemática, colaborando dessa forma para o cumprimento do percurso metodológico, com a intenção de atingir os objetivos da pesquisa.

Uma possível contribuição dessa pesquisa para o campo da Educação e Educação Matemática seria, por meio das conclusões e análises que se alcançou, a implementação e/ou discussão nos cursos de licenciaturas, de formação de professores, seminários, encontros de uma disciplina ou tópico que trate do levantamento dos “Por Quês” em sala de aula e sua importância para a reflexão, formação continuada, prática docente e a relação desses “Por Quês” como mobilizadores da busca do conhecimento para o ensino.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLIAUD, Andrea (coord.) Los Sistemas de Formación Docente enel MERCOSUR: planes de estúdio y propuseras de formación contínua. Buenos Aires: Tese, 2014.

ANDRÉ, Marli; SIMÕES, Regina H. S.; CARVALHO, Janete M.; BRZEZINSKI, Iria. Estado da arte da formação de professores no Brasil. Educação e Sociedade: formação de profissionais da educação: políticas e tendências, Campinas, v. 20, n. 68(ed. esp.), p. 299-309, dez. 1999.

ARENDT, H. Responsabilidade e Julgamento. São Paulo. Companhia das Letras, 2004

AUSUBEL, D.P. (1963). The psychology of meaningful verbal learning. New York: Grune & Stratton.

_____________________ Educational Psychology: A Cognitive View. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1968.

BABBIE, Earl R. Métodos de pesquisas de survey**.** Belo Horizonte: Editora da UFMG, 1999. 519p. Bibliografia e indice. ISBN 8570411758 (broch.).

BAKHTIN, Mikhail. Os gêneros do discurso. In BAKHTIN, Mikhail. Estética da Criação Verbal. Trad. Paulo Bezerra. 4ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

BALL, D.; BASS, H. Toward a practice-basedtheoryofmathematicalknowledge for teaching. In: ANNUAL MEETING OF THE CANADIAN MATHEMATICS EDUCATION STUDY GROUP, 2002, Edmonton. Proceedings... Edmonton: CMESG/ GCEDM, 2003. p. 3-14.

BALL, D.; THAMES, M; PHELPS, G. Contentknowledge for teaching: whatmakes it special? JournalofTeacherEducation, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008

BANDEIRA, Marina (Org). Texto 1B: tipos de pesquisa. Disciplina: Modelos de Investigação e Produção em Psicologia do Laboratório de Psicologia Experimental, Departamento de Psicologia – FUNREI. Disponível em <http://www.ufsj.edu.br/portal-repositorio/File/lapsam/texto%201b%20-%20TIPOS%20DE%20PESQUISA.pdf> Acesso em: 21/10/2013.

BARBOSA, E. P. Os Por Quês Matemáticos dos Alunos na Formação dos Professores. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife, Brasil. Anais... Recife, 2011. p. 1-12.

BERTO, R. M. V. S., NAKANO D. N. A Produção Científica nos Anais do Encontro Nacional de Engenharia de Produção: Um Levantamento de Métodos e Tipos de Pesquisa**.** Revista Produção. Vo1.9. n2. p. 65-76 ano 2000. ABEPRO. Rio de Janeiro. Disponível em http://www.scielo.br/pdf/prod/v9n2/v9n2a05.pdf Acesso em 21/10/2013.

BICKMAN,L. & ROG, D. G. Handbook of applied research methods.Thousand Oaks, Sage,1997. 580p.

BRASIL/MEC/SEF. Parâmetros curriculares nacionais de matemática, Brasília: MEC/SEF, 1988.

PASSEGI, M. da Conceição; VICENTINI, Paula P; SOUZA, Elizeu C. Pesquisa (auto) biográfica: narrativas de si e formação. Curitiba, PR: CRV, 2013. p. 30-47.

CARDOSO, Maria Angélica; LARA, Ângela Mara de Barros - Sobre as funções sociais da escola - IX Congresso Educacional de Educação – EDUCERE - III Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia – Puc – PR - 26 a 29 Outubro - 2009.

COCHRAN - SMITH, Marilyn.e LYTLE, Susan. Relationships of knowledge and practice: Teacher learning in communities. In A. Iran - Nejad and C.D. Pearson (Eds.), Review of Research in Education. Washington, DC: AERA. *v.*24, p. 251-307, 1999.

CRESWELL, John. Projeto de Pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto**.** Porto Alegre: Artmed, 2010.

DAMBRÓSIO, B.S. COMO ENSINAR MATEMÁTICA HOJE? TEMAS E DEBATES.SBEN.ANO I I.N2.BRASÍLIA.1989.P 15-19.

________________ FORMAÇÃO DOS PROFESSORES DE MATEMÁTICA PARA O SÉCULO XXI : O GRANDE DESAFIO. PRO-POSIÇÕES, VOL. 4, N°1 [10], MARÇO DE 1993, P.35-41.

DESLAURIERS & KERISIT. O delineamento da pesquisa qualitativa. In: POUPART ET all. A pesquisa qualitativa: enfoques epistemológicos e metodológicos. Petrópolis: Vozes. 2012, p.127-153.

DINIZ-PEREIRA, Júlio Emílio. A Construção do campo da pesquisa sobre formação de professores. Revista da FAEEBA – Educação e Contemporaneidade. Salvador, v. 22, n. 40, p. 145-154, jul./dez. 2013.

________________ A pesquisa dos educadores como estratégia para a construção de modelos críticos de formação docente. In: DINIZ-PEREIRA, Júlio Emílio e ZEICHNER, Kenneth M (orgs). A pesquisa na formação e no trabalho docente. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

DUARTE, A.W.B.D. Survey. In: OLIVEIRA, D.A.; DUARTE, A.M.C.; VIEIRA, L.M.F. DICIONÁRIO: trabalho, profissão e condição docente. Belo Horizonte: UFMG/Faculdade de Educação, 2010. CDROM. Disponível em http://www.gestrado.org/?pg=dicionario-verbetes&id=203. Acesso em 21/10/2013.

FERREIRA, M.C.C. Conhecimento Matemático Específico para o Ensino na Educação Básica: A Álgebra na Escola e na Formação do Professor. Tese de Doutorado em Educação. UFMG, Belo Horizonte, MG-2014.

FIORENTINI & LORENZATO – Investigação em educação matemática- 2º ed. Autores Associados-2007.

FINK, A. The survey handbook. Thousand Oaks, Sage, 1995ª. [The Survey, Kit, v.1]

FRANKFORT-NACHIMIAS, C, & NACHIMIAS, D. Research methods in the social science, 5ª ed. New Tork, St. Martin´s Press, 1996. 600p.

FREIRE, P. Pedagogia da Autonomia-Saberes Necessários à Prática Educativa. Ed. Paz e Terra. Coleção Saberes, 1996. 36ª edição.

FREITAS, Henrique et al. O método de pesquisa survey. Revista de Administração, São Paulo, v. 35, n. 3, p.105-112, jul. 2000. Trimestral. Disponível em: <http://www.unisc.br/portal/upload/com_arquivo/o_metodo_de_pesquisa_survey.pdf>. Acesso em: 20 out. 2013.

FREITAS, H; Oliveira, M.; SACOL A. Z. ; MOSCAROLA, J. Revista de Administração, São Paulo v.35, n.3, p.105-112,julho/setembro de 2000.

FOUCAULT, Michel. Vigiar e punir: nascimento da prisão. Petrópolis: Vozes, 1984.

GATTI, Bernadete; ANDRÉ, Marli. A relevância dos métodos de pesquisa qualitativa em Educação no Brasil. Metodologias da pesquisa qualitativa em educação: teoria e prática. Petrópolis, RJ: Vozes, p. 29-38, 2010.

____________Grupo Focal na Pesquisa em Ciências Sociais e Humanas. Brasília, Líber Livro, 2009.

Gil, A.C. Como elaborar projetos de pesquisa. 3ª ed. São Paulo, Atlas, 1991, p.159.

GONDIM, S.M.G. Grupos Focais como técnica de investigação qualitativa: desafios metodológicos. Paidieia , v.12, n.24,2002, Ribeirão Preto-SP.

GROUWS, D. A *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning,* New York, Macmillan, 1992.

LINS, R.C. (1999) Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para Educação Matemática. In. BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora Unesp, p. 75-94. (Seminários e Debates).

LOPES, B.E.M. Grupo Focal na Pesquisa em Ciências Sociais e Humanas. Revista Educação e Políticas em Debate. v.3, n.2,ago./dez 2014.UFU – Uberlândia - MG.

LORENZATO, S. Para aprender matemática. Campinas, Autores Associados: 2006.

______. Os “por quês” matemáticos dos alunos e as respostas dos professores. Proposições. Vol. 4, n. 1, 1993.

Machado, N. J. Educação: Projetos e Valores. 6ª edição, Editora Escrituras-SP- 2006

_____________Educação: competência e qualidade. 2ª edição, Editora Escrituras-SP-2010.

_____________O conhecimento como um valor. São Paulo, Editora Livraria da Física- 2015.

_____________Educação: cidadania, projetos e valores. Editora Escrituras-SP- 2016.

MARCELO, Carlos. Pesquisa sobre a formação de professores. Revista Brasileira de Educação, v. 9, p. 51-75, 1998.

MELLO, Carlos (Org.). Métodos quantitativos: pesquisa, levantamento ou survey**.** Aula 09 da disciplina de metodologia de pesquisa na UNIFEI. Disponível em: <http://www.carlosmello.unifei.edu.br/Disciplinas/Mestrado/PCM-10/Slides-Mestrado/Metodologia_Pesquisa_2012-Slide_Aula_9_Mestrado.pdf>. Acesso em: 20 out. 2013.

MENDES, L. N dos Santos. Grupo Focal como Técnica de Coleta de Dados na Pesquisa Qualitativa. Revista Pesquisa em Pós- Graduação- Série Educação- n°09.

MIZUKAMI, M. G. N. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S. Shulman. Educação**,** Santa Maria, v. 29, n. 2, p. 33-49, 2004.

MOREIRA, P. C. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. 2004. Tese – Universidade Federal de Minas Gerais, MG. MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. Revista Brasileira de Educação. v. 11, n. 28, p. 50-62, 2005.

MOREIRA, P. C. A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar**.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

____________________ O conhecimento matemático do professor **:** formação e prática docente na escola básica. Revista Brasileira de Educação. N° 28. P.50-61.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **A .** Formação Matemática do Professor**:** licenciatura e prática docente escolar. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

MORIEL JUNIOR, Jeferson Gomes; WIELEWSKI, Gladys Denise . Por quês matemáticos na Revista do Professor de Matemática. Revista de Educação Publica (UFMT), v. 22, p. 975-998, 2013.

NOBRE, S. Alguns “porquês” na História da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática. Caderno CEDES - História e Educação Matemática, Campinas: Papirus, v. 40, p. 29-35, 1996.

PRADO, Guilherme do Val Toledo; SOLIGO, Rosaura. Memorial de formação – quando as memórias narram a história da formação. In.: PRADO, Guilherme do Val Toledo;

PEREIRA, J. E. A Pesquisa dos Educadores como estratégia para construção de modelos críticos de formação docente. In: PEREIRA, J. E. D & ZEICHNER, K. A pesquisa na formação e no trabalho docente. Belo Horizonte: Autentica, 2008.

PEREIRA, J. E. D. e LACERDA, M . P. Possíveis significados da pesquisa na prática docente: ideias para fomentar o debate. In: *Educação e Sociedade*, Campinas, vol. 30, n. 109, p. 1229-1242, set./dez. 2009.

PINSONNEAULT, A. & KRAEMER, K.L. Survey research in management information systems: an assessmente, Journal of Management Information System, 1993.

PONTE, João Pedro da. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. Artigo publicado em 1992, em J. P. Ponte (Ed.), Educação matemática: Temas de investigação (pp.185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

POWELL, R. A.; SINGLE. H. M. Focus groups. International Journal for Quality in Health Care, v. 8, n. 5, p. 449–504, 1996.

RIBEIRO, A.J. Conhecimento Matemático para o Ensino de Equação: Algumas Implicações para a Formação do Professor de Matemática. Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. 28-31 outubro de 2012, Petrópolis-RJ, Brasil.

RIBEIRO, C. M. Abordagem aos números decimais e suas operações: a importância de uma eficaz navegação entre representações. Educação e Pesquisa: Revista da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, Vol.37(2), pp.407-422, 2011.

RUSSEL, B. “As Funções do Professor”.In Ensaios Impopulares, tradução Breno Silveira, São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1954 (Biblioteca do Espirito Moderno), pp.139-152.

SAMPAIO, Cláudio Hoffmann and PERIN, Marcelo Gattermann. Pesquisa científica da área de marketing: uma revisão histórica**.** Revista administração contemporânea. [online]. 2006, vol.10, n.2, p.179-202. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/S1415-65552006000200010 Acesso em 21/10/2013.
Site: http://help.ovh.co.uk/PhpSurveyor acesso em 21/10/2013
Site: https://pt.surveymonkey.com/ acesso em 21/10/2013

SHULMAM, L. Those who undestand : Knowledge growth in the teaching. Educacional Researcher, v.15, n.2.p. 4-14,1986.

SILVA, Jane Quintiliano Guimarães. O memorial no espaço de formação acadêmica: (re)construção do vivido e da identidade - PERPESCTIVA, Florianópolis, V.28,n.2,601-624, Jul./Dez. 2010.

SOLIGO, Rosaura. Porque escrever é fazer história: revelações, subversões, superações. Prefácio Rui Canário. Campinas, SP: Graf. FE, 2005. p. 47-62.

TARDIF, Maurice & LESSARD, Claude. O trabalho docente: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. Rio de Janeiro: vozes, 2005.

XAVIER, Libânia Nacif. A construção social e histórica da profissão docente: uma síntese necessária. Revista Brasileira de Educação. v.19. n. 59 out-dez 2014.

ZEICHNER, Kenneth M. Políticas de Formação de Professores nos Estados Unidos: como e porque elas afetam vários países do mundo. Belo Horizonte: Autentica Editora, 2013. Coleção Docência. Pp. 17-50 & 131-182.
______. Tendências da pesquisa sobre formação de professores nos Estados Unidos. Revista Brasileira de Educação, 1998, n.09, pp. 76.

ANEXOS

1. QUADRO DOS 105 “POR QUÊS” NA SUA TOTALIDADE PRODUZIDOS JUNTO AOS ALUNOS DE ENSINO MÉDIO

1. Por que o ponto máximo da parábola para baixo é menor que zero e vice-versa?
2. Por que o cosseno de 0° é 1?
3. Por que dois negativos dão um positivo?
4. Por que π é 3,14?
5. Por que a forma canônica é f(x) = a(x-x’). (x- x”)
6. Por que em uma dízima periódica precisa colocar x/q ?
7. Por que a variância é o desvio padrão elevado ao quadrado?
8. Por que a fórmula de Bháskara é Δ= b^2 – 4 .a .c e Por que termina com $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$?
9. Por que quando temos uma fração com raiz quadrada temos que racionalizar?
10. Por que o triângulo tem vários tipos de classificação (escaleno...) e não só um?
11. Por que, quando se faz soma ou subtração de fração $(2/4 + 3/7)$, fazendo m.m.c dá certo?
12. Por que a soma dos ângulos internos de um triângulo é de 180°?
13. Por que nos fornecem as fórmulas prontas? Por quê existem algumas coisas que nós aprendemos, mas nos anos seguintes nos revelam que nos ensinaram errado de propósito?
14. Por que não pode ter raiz quadrada no denominador das frações?
15. Por que o π= 180° no círculo?
16. Por que aprendemos equações? Para que são usadas na vida?
17. Por que aprendemos contas tão avançadas, onde as usamos?
18. Por que 0,3 e 0,30 tem o mesmo valor? Para mim faz mais sentido 0,30 ser maior que 0,3.
19. Por que colocamos zero na multiplicação com mais de 1 número, exemplo: $\begin{array}{r} 20 \\ \text{x}\ \ 12 \\ \hline 40 \\ 20\underline{\mathbf{0}} \end{array}$

20.	Por que o zero não pode ser negativo?
21.	Por que não pode dividir por zero?
22.	Por que quando calculamos Dx em Cramer, não usamos os números que multiplicam x?
23.	Por que aprendemos função? Sempre tive dúvida em função de todos os tipos.
24.	Por que aprendemos log? Nunca consegui entender.
25.	Por que para calcular cossecante usa-se seno e não cosseno?
26.	Por que o resultado da raiz quadrada admite um valor positivo e outro negativo?
27.	Por que "a" apótema de uma face do tetraedro regular é $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ e por que se usa a letra g para representá-la?
28.	Por que na soma de sinais (mais com menos) o menos prevalece?
29.	Por que π é igual a 360°?
30.	Por que existe "infinitos" maiores que "infinitos"?
31.	Por que na soma de sinais menos com menos vira mais?
32.	Por que log foi criado?
33.	Por que a fórmula de Bháskara é desse jeito?
34.	Por que o valor de π é 3,14?
35.	Por que a área de uma "circunferência" é πr^2 ?
36.	Por que zero é par?
37.	Por que 1 não é primo?
38.	Por que estudar matriz? Para que serve no dia a dia?
39.	Por que nas matrizes, quando se multiplica um número pelo seu inverso, é sempre I? ($A.A^{-1} = I$)?
40.	Por que aprendemos determinante e para que "ela" (*sic*) serve?
41.	Por que usamos o (!) para representar os números fatoriais.
42.	Por que zero fatorial (0!) é um?
43.	Por que calculamos seno, cosseno e tangente?
44.	Por que aprendemos sec, cossec. colog? De onde surgiram esses nomes?
45.	Por que não existe tangente de 90° e 270°?
46.	Por que aprendemos logaritmo? E para que foi inventado?
47.	Por que não existe log de números negativos?

48. Por que um ângulo pode ser, no máximo, 360°, Por que definiram o número 360?
49. Por que o logaritmo se chama logaritmo? Por que log de 10 é 1? E como ele pode ser usado no dia a dia?
50. Por que usamos a relação $\log_b a = x$, de onde surgiu?
51. Por que $i = \sqrt{-1}$ e como se chegou a tal definição?
52. Por que aprendemos número imaginário? O que ele significa? Qual a sua importância na prática?
53. Por que a soma dos algarismos de um número divisível por 3, também é divisível por 3? Ex: 132.234
54. Por que no cálculo do IDH usa-se média geométrica($\sqrt{x}$.y) ao invés de média aritmética (x+y)/2?
55. Por que ponto, reta e plano são conceitos que não podem ser definidos?
56. Por que nenhum número pode ser dividido por zero?
57. Por que o zero “não” poder ser considerado par, sendo que 1, que o número seguinte, é ímpar?
58. Na análise combinatória, por que “descontar” é sinônimo de divisão e não subtração?
59. Por que nós usamos a equação da Circunferência? Além dos objetivos literais, descobrir o raio e o centro?
60. Por que o volume da esfera é $4/3\ \pi\ r^3$?
61. Desde pequenos, aprendemos que para tirar a ‘prova real” da resposta de uma divisão, fazemos o quociente multiplicado pelo divisor. Ex: 10 / 2 = 5 e quando fazemos 5x2 = 10. Por que, se aplicarmos essa regra em alguns casos não funciona? Ex: 10/3 = 3,333... e quando fazemos 3. 3,333... = 9,999... $\neq$ 10.
62. Por que os gráficos de equações de 1° e 2° graus, respectivamente, são retas e parábolas?
63. Por que a soma dos ímpares dá um quadrado perfeito?
64. Por que $\frac{0}{0}$ é impossível? Se todo número dividido por ele mesmo é1?
65. Por que $(a+b)^2$ é $a^2+2ab+b^2$?
66. Por que o perímetro é 2p?
67. O zero é um valor ou ausência de valor?

68.	Por que $\pi = 180°$ na trigonometria?
69.	Por que tudo elevado a zero da 1?
70.	Por que a área é ao quadrado e o volume ao cubo?
71.	Por que o módulo anula o sinal?
72.	Por que a soma de números ímpares sempre dá um quadrado perfeito? Ex: 1+3 =4 1+3+5 = 9 e 1+3+5+7 =16
73.	Se entre um número e outro existem infinitos números, por que, no dia a dia, contamos normalmente 0,1,2,3,4,...? Por que instituiu-se que os números podem ser contados?
74.	Por que a área do triângulo é dado por $\frac{Base\ x Altura}{2}$?
75.	Por que 1 não é primo?
76.	Por que a unidade de medida do *volume* é elevada ao cubo e a *área* é elevada ao quadrado?
77.	Por que a reta do coeficiente angular é chamada de tangente de sua inclinação θ?
78.	Por que dizemos que há infinitas retas no espaço, mas não as vemos?
79.	Por que a reta é infinita? Como algo pode não ter começo nem fim?
80.	Por que se diz que paralelas não se encontram se a gente vê que se encontram (rua, trilhos, etc.)?
81.	Por que a área da elipse é $\pi\, a\, b$?
82.	Por que a integral $\int$ dá a área da figura?
83.	Por que os números possuem seus formatos?
84.	Por que o cubo também é um paralelepípedo?
85.	Por que 0! =1 ? e 1! = 1? Como pode existir o mesmo resultado para duas contas diferentes?
86.	Por que na pirâmide é apótema e no cone é geratriz? Não é a mesma coisa?
87.	Por que o *volume da pirâmide* corresponde a um terço do prisma?
88.	Por que todo prisma triangular pode ser decomposto em três pirâmides triangulares?
89.	Por que o cilindro e o prisma com bases iguais têm volumes iguais, se eles são diferentes?
90.	Por que o volume do cilindro é igual a $h\pi r^2$?
91.	Por que o volume da pirâmide é a terça parte do volume do prisma de mesma base e

mesma altura?
92. Por que o sólido geométrico com 20 faces chama-se icosaedro?
93. Por que tenho que desenhar figuras espaciais se eu não tenho noção de como e onde é pontilhado e onde não é?
94. Por que o volume da esfera é $4/3\ \pi\ r^3$?
95. Por que sempre se usa **x** nas incógnitas das equações?
96. Por que $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{8} = 38$ está correto e $\frac{0}{7} \cdot \frac{17}{0} = 17$ está errado?
97. Por que o zero é o número escolhido para “separar” os números negativos dos positivos?
98. Por que todo número elevado a zero é igual a 1?
99. Por que só pode usar Pitágoras quando se tem ângulo reto?
100. Por que zero é par, se zero não é nada?
101. Por que números primos tem esse nome?
102. Por que existem números negativos?
103. Por que zero não pode ser considerado par, sendo que 1, que é o número seguinte, é ímpar?
104. Por que quando o dividendo < que o divisor, temos que colocar um “0” a direita do dividendo e, logo após, colocar “0”, no quociente?
105. Por que na soma dizemos “vai um”? Qual o significado desse ‘vai um’? 1 Ex: 158 + 22 ------------------ 0

Quadro 7: Os 105 “Por Quês” na sua totalidade produzidos junto aos alunos de Ensino Médio. Fonte : Serra, 2018.

2. CARTA DE APRESENTAÇÃO E PEDIDO DE PERMISSÃO PARA A REALIZAÇÃO DA PESQUISA.

Venho, por meio desta, informar-lhe que **Rodrigo Donizete Serra** é aluno regularmente matriculada no **Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos –** ***campus*** **Sorocaba** (PPGEd-UFSCar), em nível de mestrado.

Sob minha orientação, o referido pós-graduando pretende desenvolver uma pesquisa de caráter qualitativo, intitulada **“O Conhecimento Matemático para o Ensino e os ‘Por Quês’ dos alunos”**, cujo objetivo é compreender quais conhecimentos são mobilizados pelos professores de Ensino Médio da Educação Básica a partir dos “Por Quês” dos alunos.

Tal pesquisa será realizada por meio de duas etapas metodológicas, sendo a primeira realizada na Educação Básica, por meio da produção de “Por Quês” matemáticos junto aos alunos do Ensino Médio.

Nesse sentido, solicito a V.Sa. permissão para que tal estudo seja realizado no âmbito desta instituição no Ensino Médio.

Agradeço a atenção e coloco-me à disposição para eventuais esclarecimentos.

Cordialmente.

____

Profª Drª Bárbara Cristina Moreira Sicardi Nakayama

e-mail: barbara@ufscar.br

Sorocaba, de março de 2017

3. TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a) participante:

Sou mestrando do programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal de São Carlos, *Campus* Sorocaba, vinculado à linha de pesquisa formação de professores e práticas educativas. Realizo uma pesquisa intitulada **"Conhecimento Matemático para o Ensino e os 'Por Quês' dos Alunos**", soborientação da Profª Drª Bárbara Cristina Moreira Sicardi Nakayama e co-orientação do Profº Sergio Apparecido Lorenzato, cujo objetivo é compreender quais conhecimentos para o ensino de matemática são mobilizados a partir da reflexão sobre os Por Quês dos alunos.

Sua participação nesta pesquisa é voluntária e requer a leitura e a reflexão sobre alguns Por Quês matemáticos apresentados por alunos de Ensino Médio da educação básica além de relato, por meio de gravações, a respeito de quais são suas percepções enquanto professor de matemática, sobre esses "Por Quês" e o que eles despertam e mobilizam na sua prática docente.

O caráter ético desta pesquisa assegura que as pessoas participantes tenham um retorno dos resultados apresentados e ao final da mesma uma cópia do relatório será disponibilizada para consulta.

Desde já agradeço pela sua contribuição. Quaisquer dúvidas relativas à pesquisa poderão ser esclarecidas pelo pesquisador.

Atenciosamente

____

Rodrigo Donizete Serra

Consinto em participar desta pesquisa e declaro ter recebido uma cópia deste termo de consentimento

______________________________	______________________________
Nome e assinatura do participante	Sorocaba, 08 de dezembro de 2017