CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Del 10 al 14 de Julio

VIII CIBEM

Madrid 2017

LIBRO DE ACTAS

"Miramos con ilusión hacia el futuro de la educación matemática"

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

LIBRO DE ACTAS

Editado por:
Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas
C/ H. Carvajal, 5. 23740 Andújar (Jaén) España

www.fespm.es

ISBN: 978-84-945722-3-4

VIII CIBEM

Madrid 2017

CONGRESO
IBEROAMERICANO DE
EDUCACIÓN MATEMÁTICA

COMUNICACIONES BREVES 701-800

CB-701

DESAFIOS MATEMÁTICOS COMO POTENCIADORES DA CRIATIVIDADE E DA RELAÇÃO ENCOLA-FAMÍLIA

Sofia Ramos – Lina Fonseca
sofi.m.ramos@gmail.com - linafonseca@ese.ipvc.pt

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Portugal

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas
Modalidad: CB
Nivel educativo: Educación primaria (6-11años)
Palabras clave: desafios matemáticos, criatividade, relação escola-família, TPC

Resumo

A relação dos alunos com a Matemática é pautada pelas suas conceções face a esta disciplina – construções sociais, muitas vezes transferidas entre gerações e que, ainda hoje, veiculam a ideia de que esta é uma disciplina difícil e abstrata. Para romper este ciclo, escola e família devem congregar esforços para motivar os alunos na aprendizagem.
Numa turma do 4º ano detetou-se uma exploração rotineira da Matemática, a par da baixa participação das famílias na escola. Como alterar esta situação? Como desafiar os alunos, envolver a família e alterar suas conceções negativas?
Perante isto desenvolveu-se um estudo de caso propondo-se semanalmente um desafio matemático para ser resolvido, ao fim de semana, com a família, sendo o objetivo desta intervenção: desenvolver a atração dos alunos pela Matemática e a sua criatividade, através de uma resolução cooperativa (alunos-familiares). Foram aplicados 11 desafios com temas matemáticos e extramatemáticos situados nas aprendizagens escolares, envolvendo os familiares no processo de ensino-aprendizagem, desconstruindo a tradicional imagem do TPC. Esta iniciativa promoveu um contacto semanal entre famílias e professora. A partilha de respostas num blogue fomentou a motivação dos alunos e famílias para a participação nos desafios, apresentando propostas cada vez mais criativas e apreciações positivas da Matemática.

Introdução

A relação entre a família e a escola é determinante para o sucesso dos alunos (Christenson & Sheridan, 2001) e, por vezes, esta relação não se estabelece baseada nos melhores motivos, não revelando isto um real envolvimento entre as duas instâncias educativas (César, 2012). A preocupação da família centra-se nas avaliações finais do seu educando e na verificação diária dos trabalhos de casa (TPC), e em muitos casos, esta responsabilidade é delegada em

ISBN 978-84-945722-3-4

centros de estudo ou explicadores, o que faz com que as famílias se afastem ainda mais do processo de aprendizagem dos seus educandos.

Numa turma do 4º ano de escolaridade, no início do ano letivo, detetou-se uma participação pouco significativa das famílias na escola e no acompanhamento do percurso académico dos alunos. A preocupação dos pais/família centrava-se na preparação dos alunos para os exames nacionais que iriam realizar no final do ano letivo. Para além disso, em sala de aula, o trabalho da matemática baseava-se na exploração do manual escolar. Neste contexto, surgiram algumas questões pertinentes: Como agir para alterar esta situação? Como desafiar os alunos? Como alterar as conceções negativas sobre a matemática? Como envolver família e alunos nas questões escolares? Mais trabalhos de casa?

Face à situação apresentada foi desenhado um estudo que pretendeu desenvolver a atração pela matemática e a criatividade dos alunos através da resolução cooperativa (alunos-familiares) de desafios semanais. Para orientar o estudo foram definidas as seguintes questões: (a) A resolução cooperativa de desafios matemáticos semanais potencia a relação escola-família? (b) A resolução de desafios matemáticos semanais promove a atração dos alunos pela matemática e desenvolve a sua criatividade? (b1) Qual o grau de implicação dos alunos com os desafios matemáticos? (b2) Que aspetos da criatividade demonstram os alunos na resolução dos desafios matemáticos?

Relação Escola-Família

A escola e a família têm missões educativas diferentes, mas complementares (Roy, 1997), visto que cada uma deve potenciar a ação da outra junto da criança. O autor acrescenta que as influências da família e da escola são mais fortes se as duas instituições estiverem unidas, num trabalho cooperativo, com um mesmo fim. Há diversas situações que fomentam o envolvimento da família na escola e na educação das crianças, desde a participação dos encarregados de educação nos órgãos de decisão da escola, ao acompanhamento dos alunos nos trabalhos de casa (Epstein, 2002). Esta última prática é conhecida da maioria das escolas e pode, segundo Epstein (2002), ser uma das formas de comunicação entre a escola e a família. No entanto, aquilo a que se assiste é uma prática algo ritualizada (Gil & Schlossman, 2003; Henriques, 2006), que se afasta da sua intenção primeira - promover um maior sucesso dos alunos. Revela-se, por vezes, desajustada às necessidades do aluno e pode, por isso,

ISBN 978-84-945722-3-4

traduzir-se em efeitos adversos (Henriques, 2006). Para além disso, o TPC nem sempre retrata as práticas de sala de aula, e, quando assim é, não pode informar adequadamente as famílias do nível de desenvolvimento dos alunos e do que realizam na escola, contribuindo antes para o desenvolvimento de um ambiente de avaliação mútua, gerador de conflitos que enfraquecem a relação escola-família existente. A acrescentar a isto, a investigação evidencia que as principais dificuldades das famílias, no apoio dos alunos, enquanto realizam o TPC, dizem respeito à Matemática, devido às suas conceções enquanto aprendentes deste assunto, e ainda, às constantes mudanças curriculares (César, 2012).

Por ser uma área há muito trabalhada na escola, a matemática fez criar de si a imagem de difícil, complexa, exigente, abstrata, assunto reservado apenas a alguns alunos (Machado & César, 2012). Estas são conceções que ainda hoje se observam nas escolas, muitas vezes reproduzidas e transferidas entre gerações, e que influenciam de forma negativa a aprendizagem dos alunos (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008; Lafortune & Saint-Pierre, 1996). No entanto, a forma como cada um encara a Matemática, para além de ser afetada pelas representações sociais dominantes, é também influenciada pelas suas experiências pessoais (Machado & César, 2012). Perante esta problemática percebe-se a importância em apoiar as famílias nesta tarefa e oferecer respostas que possibilitem a aproximação real entre as famílias e os alunos, que promovam também a sua aproximação à escola e, em particular, à Matemática. Cabe aos professores um importante papel na mudança destas conceções, criando uma variedade de situações de aprendizagem que desafiem os alunos e atuem ainda junto das famílias, revelando-lhes que a matemática é muito mais do que aquilo que julgavam ser.

Desafios matemáticos e o desenvolvimento da criatividade

O professor tem um papel preponderante na promoção de um clima desafiador e motivador de aprendizagem para os seus alunos. Através da escolha de tarefas e do modo como as apresenta e explora pode promover uma dinâmica desafiadora e ajustada às especificidades dos diferentes alunos que integram a sua sala de aula (Ponte, 2009). As tarefas desafiadoras têm-se mostrado ferramentas enriquecedoras das aprendizagens matemáticas (Taylor, 2009), já que promovem a comunicação e partilha de ideias de resolução e favorecem o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel,

ISBN 978-84-945722-3-4

2008; Pehkonen, 1997). Devem ser pouco estruturadas e abertas, possibilitando diferentes resoluções e soluções. Tarefas desafiantes contribuem para este tipo de momentos de aprendizagem já que o seu processo de resolução não é imediatamente acessível, por forma a promover um real envolvimento e motivação por parte do resolvedor. Para além do desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos, a resolução deste tipo de tarefas favorece capacidades como: a persistência e o envolvimento na busca de soluções para situações distintas, dentro e fora da sala de aula, e também o pensamento divergente e a criatividade (Pehkonen, 1997). Esta última tem estado na ordem do dia, pois é vista como uma capacidade crucial para a adaptação do indivíduo às constantes mudanças do mundo. Apesar desta constatação, quer em casa, como também na escola, observam-se muitas atitudes que vão em contramão com o desenvolvimento desta capacidade – formatações sociais que, pouco a pouco, vão fazendo a criança desistir de arriscar. Face a este panorama, e entendendo-se a criatividade como uma capacidade que pode ser desenvolvida (Sheffield, 2009), é urgente mudar as atuações nas escolas e em casa, não bastando continuar a estimular as crianças em atividades pontuais, também este deve ser um trabalho conjunto de todos aqueles que interagem com as crianças. Sheffield (2009) defende que, na escola o professor tem um papel fundamental no desenvolvimento da criatividade – deve favorecer, em primeira instância, a autoimagem dos alunos e as suas conceções sobre si próprios. Para tal, deve criar ambientes de sala de aula propícios à exploração, à procura de ideias novas e transformação, momentos de sucesso para todos, que lhes possibilitam desenvolver a confiança e demonstrar as próprias ideias.

No que respeita à matemática, esta é uma atividade repleta de ações criativas (Movshovitz-Hadar & Kleiner, 2009) que se manifestam na capacidade de pensar de forma divergente, podendo ser avaliada segundo três dimensões: a fluência, flexibilidade e originalidade, relacionando-se com a resolução e formulação de problemas (Sheffield, 2009; Vale, Pimentel, Cabrita, Barbosa, & Fonseca, 2012). O pensamento divergente, associado ao processo criativo, envolve a criação de múltiplas soluções para um mesmo problema. A fluência é a capacidade de gerar o maior número de ideias, respostas corretas e métodos para resolver um determinado problema. Para além disso, também aqui é considerado o número de novas questões formuladas a partir da primeira e a continuidade e associações estabelecidas entre as ideias geradas. A flexibilidade é a habilidade de apresentar distintos

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

contextos ou categorias diferentes de resposta, métodos e questões. Esta capacidade permite ao resolvedor lucrar de flexibilidade de pensamento – mudar ou adaptar as suas ideias perante um mesmo problema. A originalidade é a capacidade de criar algo totalmente novo, que não é usual – quer ao nível de soluções, métodos, ou questões. Segundo Sheffield (2009) a criatividade dos alunos pode ainda ser avaliada através da profundidade de conhecimento que revelam nas respostas e através das extensões que fazem a partir da tarefa apresentada. As tarefas abertas e pouco estruturadas podem promover este tipo de competências. Os professores devem estar abertos à utilização deste tipo de tarefas e encorajar os alunos com tarefas criativas (Vale et al., 2012). Normalmente, a resolução de desafios matemáticos requer o uso do pensamento criativo já que podem ser resolvidos através de diferentes pontos de vista (Sheffield, 2009).

Metodologia

Face ao exposto, ao objetivo e questões a que se pretendia dar resposta, desenvolveu-se um estudo qualitativo, seguindo um design de estudo de caso (Stake, 2012). Os participantes constituíam uma turma de 24 alunos de 8 e 9 anos de idade. Esta investigação desenvolveu-se durante todo o período de prática da professora estagiária (quinze semanas), que adotou o duplo papel de investigadora e professora. Semanalmente propôs um desafio matemático para ser resolvido, ao fim de semana, necessariamente com a família. Criou-se um blogue por forma a divulgar as resoluções apresentadas, meio que permitiu que alunos e famílias tivessem acesso a todas as contribuições e vissem as suas propostas divulgadas. As respostas deveriam ser enviadas por e-mail para a investigadora, durante o fim de semana, ou poderiam ser levadas para a escola na segunda-feira seguinte. A recolha de dados contemplou as respostas aos desafios semanais, observação participante, registos áudio e fotográficos dos momentos de apresentação dos desafios e de exploração das respostas em sala de aula, e ainda, inquéritos por questionário (alunos e famílias) e entrevistas (pais e professora). Também os e-mails trocados entre os participantes e a investigadora foram dados importantes analisados neste estudo.

Esta intervenção tinha o objetivo de desenvolver a relação escola-família, potenciando a atração pela matemática, e o desenvolvimento da criatividade dos alunos, através da resolução cooperativa (criança - familiares) de desafios semanais. Foram aplicados 11

ISBN 978-84-945722-3-4

desafios, cujos temas matemáticos e extra matemáticos estavam situados nas aprendizagens realizadas na escola. Serviam como ponto de partida, para o trabalho da semana seguinte, quer de introdução de novos temas ou de reforço a conteúdos já abordados. Na semana seguinte os desafios e as propostas de resolução eram discutidos em grande grupo na sala de aula. Os desafios foram sempre propostos na tarde de sexta-feira, de forma variada (e. g. problemas tipo puzzle, mensagens escondidas), de modo a romper com a imagem do tradicional TPC. Pretendeu-se que fossem acessíveis a todas as crianças e famílias e que pudessem ser resolvidos de diferentes modos.

Apresentação e análise de resultados

No Anexo 1 dão-se conta de alguns dos onze desafios apresentados e resoluções propostas pelos resolvedores. Nesta secção, apresenta-se apenas uma breve reflexão sobre o Desafio 7 (Anexo 1 – Figura 4), construído de forma a promover o trabalho sobre as frações. Os resolvedores tinham que identificar a fração pintada a preto sobre a superfície do tetraedro. Depois deveriam representar a mesma parte na superfície do cubo. Foram usados modelos diferentes de pintura nos tetraedros distribuídos aos alunos, de modo a enriquecer-se a discussão sobre as frações, em sala de aula. No entanto, para se poderem comparar diferentes perspetivas e resoluções de uma mesma proposta, garantiu-se que pelo menos dois alunos tinham o mesmo modelo. Foi o que aconteceu com os resolvedores que apresentaram as respostas da Figura 5 do Anexo 1. Apesar de terem um mesmo modelo de pintura do tetraedro, as diferentes respostas espelham diferentes formas de visualização do modelo. O da direita (Figura 5) fez um reconhecimento global da parte pintada (1/3 em cada uma das faces, logo 1/3 do tetraedro), identificando, a partir desta, uma fração equivalente (4/12). Na resposta apresentada à esquerda, o resolvedor reconheceu a parte pintada segmentando o tetraedro em 12 partes iguais, nas quais 4 estavam pintadas. Também a forma como pintaram essa fração no cubo espelhou formas de visualização diferentes que permitiram a exploração de frações equivalentes de uma forma natural e situada, já que até aqui os alunos apenas obtinham frações equivalentes através de truques mecanizados, sem qualquer compreensão da sua representação. A visualização permite trabalhar conteúdos mais abstratos nos anos iniciais, como se verificou neste caso.

ISBN 978-84-945722-3-4

Responderam a este desafio 13 famílias, apresentando um total de 6 resultados corretos, sendo todos eles originais. Também no último desafio (Anexo 1 – Figura 6) se verificou uma crescente flexibilidade e originalidade nas representações fracionárias feitas na manta (Figura 8), apesar de ser este um tema de maior dificuldade para os alunos: "O que mais gostei foi o das frações (…) Porque eles aderiram mesmo bem e mesmo na correção, mais extensa, eles estiveram atentos." (professora TT)

O envolvimento das famílias foi notório pelas partilhas de alunos e famílias, tal como o seu reconhecimento de que os desafios foram tarefas motivadoras para a aprendizagem matemática: "Fomos todos participantes. Foi toda a gente arrastada." (mãe MM) "Este fim de semana excedemo-nos! Eu e a minha filha divertimo-nos imenso na realização das tarefas." (pai Q) "O pai às vezes está mais ansioso do que a filha [pelo desafio]!" (mãe Q) "Comecei a ter interesse em saber qual seria o próximo desafio" (pai Q) "São educativos e divertidos. Aconchegantes à família." (aluno M) "Antes dos desafios não tinha nada para fazer ao fim de semana, só jogos e isso, mas não fazia nada com a minha irmã. Isto é muito mais divertido." (aluno S) "Parabéns pelo excelente trabalho. Excelente forma de motivar os alunos." (comentário deixado no blogue pela mãe R) "Obrigada professora por lançar estes desafios, espero que continuem pois como mãe da (aluna L), menina que tem muitas dificuldades a matemática, pode ser que seja uma maneira de a incentivar e fazer gostar mais da disciplina." (mãe L) "Assim a matemática é mais divertida, gostei mesmo muito deste desafio." (aluna L)

Conclusões

Os resultados mostraram que a visão conjunta das problemáticas em análise – a relação dos alunos com a matemática e a relação entre a escola e a família – foi uma mais-valia na atuação realizada. A resolução cooperativa entre os alunos e familiares de desafios matemáticos potenciou a atração dos alunos pela Matemática e o desenvolvimento da sua criatividade; tal como, a Matemática, envolta de conceções pouco positivas por parte de pais e alunos, serviu como veículo de ligação entre a escola e a família.

Através desta iniciativa as famílias foram contactadas, semanalmente, num clima positivo e de uma forma cada vez mais próxima e produtiva para as aprendizagens dos alunos. Para isto, reconhece-se a importância da facilitação desta relação através do uso de ferramentas digitais, não sendo, esta prática, impeditiva da participação, já que famílias sem acesso à internet também foram participantes ativas na dinâmica semanal. O contacto semanal com os desafios matemáticos desenvolveu uma forte implicação dos participantes com a dinâmica, sendo crescente o envolvimento de alguns alunos desde a primeira proposta. Foram sentidas mudanças na forma como alunos e famílias olhavam a matemática, das respostas dos participantes aos inquéritos e do testemunho da professora da turma. A Matemática assumiu uma imagem mais divertida e acessível. Através dos seus êxitos os alunos foram desenvolvendo uma motivação intrínseca para as tarefas matemáticas (Middleton & Spanias, 1999).

A criatividade das respostas revelou-se principalmente através da fluência e flexibilidade. Notou-se ao longo da intervenção uma grande evolução ao nível da originalidade das respostas e da sua apresentação. A valorização de respostas originais promoveu nos alunos mais implicados o auto desafio de se mostrarem diferentes/únicos.

O conjunto de desafios propostos, e o conceito de uma intervenção em cooperação com a família, provou ainda ser uma linha de trabalho dinâmica e potenciadora do trabalho de sala de aula, já que a investigadora pôde partir das respostas a cada desafio para introduzir novos temas e/ou consolidar outros conteúdos, envolvendo a maioria dos alunos, de forma natural, na aprendizagem matemática.

Referências

Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico: Programa de formação contínua em Matemática para professores dos 1º e 2º ciclos do Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação: Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.

César, M. (2012). O papel das famílias nos processos de aprendizagem matemática dos alunos: caminhos para a inclusão ou retratos de formas (subtis) de exclusão? *Interacções, 20,* 255-292.

Christenson, S. L., & Sheridan, S. M. (Eds.). (2001). *Schools and Families: Creating essential connections for learning.* New York: The Guilford Press.

Epstein, J. L. (2002). School, Family, and Community Patnerships: Caring for the Children We Share. In J. L. Epstein, M. G. Sanders, B. S. Simon, K. C. Salinas, N. R. Jansorn, & F. L. Voorhis (Eds.), *School, Family, and Community partnerships: Your handbook for action* (pp. 7-29). California: Corwin Press, SAGE.

Machado, R., & César, M. (2012). Trabalho colaborativo e representações sociais: contributos para a promoção do sucesso escolar em matemática. *Interacções, 20*, 98-140.

ISBN 978-84-945722-3-4

Middleton, J. A., & Spanias, P. A. (1999). Motivation for Achievement in Mathematics: Findings, Generalizations, and Criticisms of the Research. Journal for Research in Mathematics Education, 30(1), 65-88.

Movshovitz-Hadar, N., & Kleiner, I. (2009). Intelectual courage and mathematical creativity. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in Mathematics and Education of Gifted Students* (pp. 31-50). Rotterdam: Sense Publishers.

Pehkonen, E. (1997, June). The State-of-Art in Mathematical Creativity. *ZDM: Mathematics Education*, 63-67.

Ponte, J. P. (2009). O novo programa de matemática como oportunidade de mudança para os professores do Ensino Básico. *Interacções, 12*, 96-114.

Roy, J. (1997). Ser, actualmente, pai de um aluno. In A. Rodrigues-Lopes (Ed.), *Problemática da família: Contributo para uma reflexão sobre a família na sociedade actual* (pp. 156-165). Viseu: Instituto Politécnico de Viseu.

Sheffield, L. J. (2009). Developing mathematical creativity - Questions may be the answer. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students* (pp. 87-100). Rotterdam: Sense Publishers.

Stake, R. E. (2012). *A arte da investigação com estudos de caso* (3ª ed.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Taylor, P. (2009). Challenge in mathematics learning - Where to from here? In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students* (pp. 71-85). Rotterdam: Sense Publishers.

Vale, I., Pimentel, T., Cabrita, I., Barbosa, A., & Fonseca, L. (2012). Pattern problem solving tasks as a mean to foster creativity in mathematics. In T. Y. Tso (Ed.), *Proceedings of the 36th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 171-178). Taipei, Taiwan: PME.

ANEXO 1

Apresentação de alguns desafios e propostas de resolução

O primeiro desafio foi selecionado com o intuito de descrever a primeira aceitação dos participantes à dinâmica que lhes foi proposta e por ser uma tarefa aberta o que resultou desde logo numa busca contínua dos alunos pela matemática; o desafio nº 6 por ter sido aquele que motivou mais os alunos, tendo conseguido agarrar o maior número de participantes e de respostas; expõe-se o sétimo desafio – uma tarefa mais fechada e que representava um grau de dificuldade superior, mas que apresentou, em seus resultados, marcas de uma crescente originalidade dos participantes nas suas representações; e o último desafio – a manta dos desafios – por ter o objetivo de coligir todas as tarefas realizadas até então, numa

ISBN 978-84-945722-3-4

representação orientada de todos os desafios nas quadrículas da manta, o que permitiu também à investigadora avaliar a relação dos participantes com as diferentes propostas. Com esta escolha, pretende-se aqui ilustrar aquele que foi o percurso de investigação levado a cabo.

Desafio 1

O primeiro desafio foi entregue através de uma mensagem escondida. Os alunos tinham que rodar o círculo superior para ler o desafio inscrito no interior: *Quando ando sozinho nada valho, mas os meus amigos dão-me valor. Que número sou eu? Encontra à tua volta números em que eu tenha valor (Figura 1)*

Ao primeiro desafio responderam 11 famílias, reunindo-se um total 68 respostas corretas. Os resolvedores revelaram nesta primeira tarefa alguma flexibilidade nas suas respostas, já que apresentaram 19 contextos diferentes. No entanto, a proposta era também muito aberta, o que favoreceu este resultado inicial. Dos contextos apresentados, 9 apareceram pelos olhos de um único resolvedor, sendo por isso estas consideradas respostas originais.

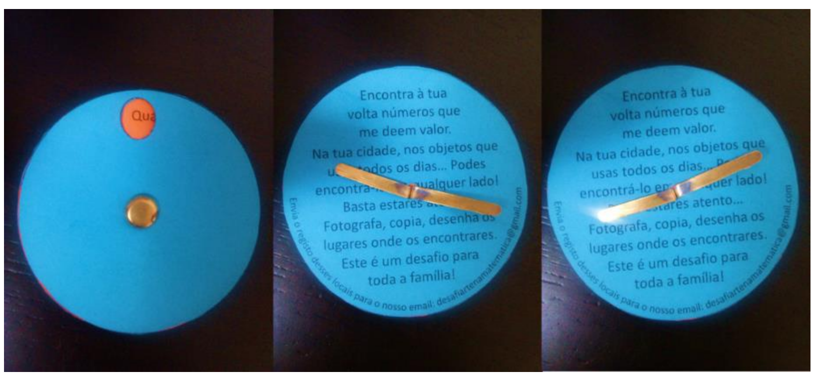


Figura 1: Apresentação do Desafio 1.

Figura 2: Exemplos de respostas obtidas no Desafio 1.

Desafio 6

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 3: Apresentação do Desafio 6.

Neste desafio os alunos tinham que construir um jogo, tradicionalmente chamado "quantos queres?" Para tal, foram-lhes apresentadas as instruções matemáticas para auxiliar a sua montagem. Este deveria ser um jogo matemático, por isso tinham que criar questões matemáticas para cada um dos oito triângulos escondidos no interior. Os símbolos de escolha da pergunta, visíveis no exterior, também deveriam estar relacionados com a matemática.

A formulação de tarefas é normalmente uma tarefa mais difícil para os alunos (Vale et al., 2012), apesar disso, os resolvedores mostraram-se bastante satisfeitos com esta proposta, sendo este o desafio mais resolvido no conjunto dos 11 apresentados. Este desafio deu-lhes a possibilidade de "jogar à matemática" e este facto fez com que 25 famílias o resolvessem e os alunos o considerassem "o mais divertido".

No total foram criadas 134 questões matemáticas, sendo nelas tocados 23 diferentes conteúdos matemáticos. Nesta fase da investigação percebeu-se que foram os alunos e famílias participantes regulares, aqueles que apresentaram maior flexibilidade e originalidade de respostas, tal como expressaram com maior profundidade o seu conhecimento matemático, criando questões mais complexas.

Desafio 7

Este desafio foi construído de forma a promover o trabalho sobre as frações.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

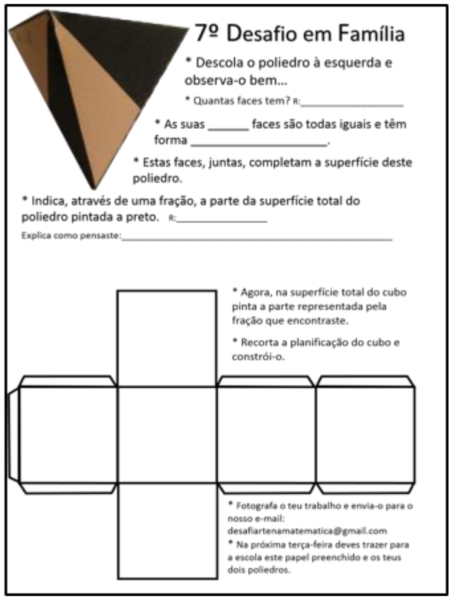


Figura 4: Apresentação do Desafio 7

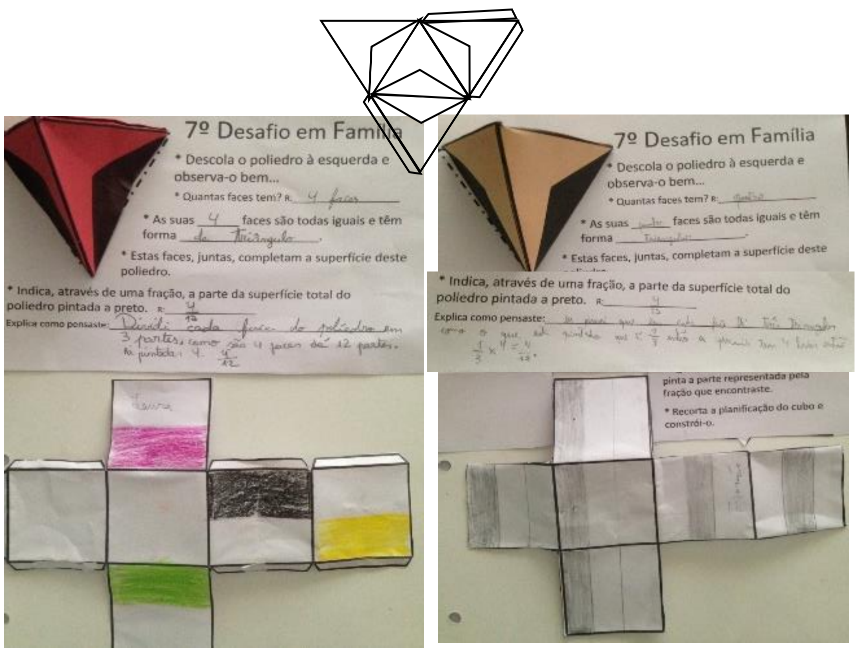


Figura 5: Exemplos de resultados apresentados para um mesmo modelo.

Desafio 11

O desafio 11, “A manta dos desafios”, consistia na representação de todos os desafios realizados até então, numa determinada porção da manta. Assim, pretendeu-se mais uma vez trabalhar as frações. Os resolvedores tinham que interpretar diferentes expressões

ISBN 978-84-945722-3-4

matemáticas para perceber em quantos quadrados da manta deveriam representar os diferentes desafios.

Figura 6: Apresentação do Desafio 11.

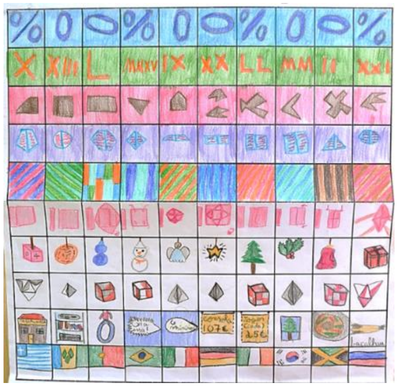
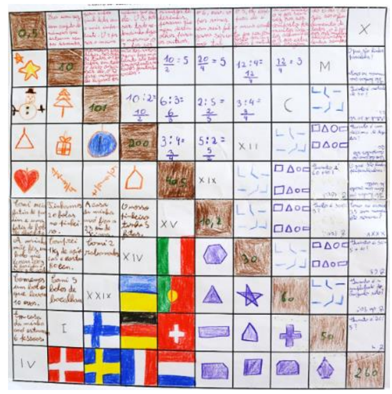
Os alunos representaram os desafios realizados de modos muito diversificados, como se ilustra nas Figuras 7 e 8 apresentadas em seguida. A quase totalidade das crianças identificou cada uma das frações envolvidas como sendo 1/10 da manta e representou sempre do mesmo modo, em linha, todos os desafios. No entanto, algumas crianças escolheram motivos alusivos ao conteúdo do desafio revelando profundidade do conhecimento matemático nele trabalhado (Figura 7) e, por isso, também se consideram originais.

Outras crianças revelaram-se mais criativas no modo como organizaram a décima parte da manta (Figura 8). Foram fluentes pois representaram de vários modos os diferentes desafios, flexíveis pois mudaram de representações, como é observável na Figura 8 – representação em diagonal, em disposição triangular, entre outras. Foram também originais porque, de entre as crianças que responderam ao desafio, encontraram um modo único de representação.

Figura 7: Exemplo A da resolução do Desafio 11

Figura 8: Exemplo B de resolução do Desafio 11.

ISBN 978-84-945722-3-4

A este desafio responderam 13 famílias, com 9 resultados corretos, sendo 5 deles representações originais.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

CB-702

LA ARTICULACIÓN SECUNDARIA UNIVERSIDAD UNA PROPUESTA DE FORMACIÓN DOCENTE EN MATEMÁTICA Y TIC

María de las Mercedes Suárez Valmadre
- Liliana Irassar- MarÍa Beatriz Bouciguez
m54_suarez@hotmail.com- lirassar@fio.unicen.edu.ar-boucigue@fio.unicen.edu.ar

Facultad de ingeniería UNCPBA. Olavarría. Buenos Aires. Argentina

Núcleo temático: IV Formación del Profesorado
Modalidad: CB
Nivel Educativo: Formación Profesional
Palabras clave: actualización docente / articulación / matemática/TIC

Resumen

Como investigadoras formamos un Núcleo de Actividades Científico Tecnológicas denominado GIASU (Grupo de Investigaciones en Articulación Secundaria Universidad) cuyo objetivo rector es formar recursos humanos.

El carácter del GIASU de "observatorio" de las problemáticas en el acceso a los estudios superiores, avala la articulación de nuestro trabajo investigativo con el campo profesional de los docentes de secundaria.

La propuesta de una Diplomatura es una acción concreta de transferencia y articulación. Las diplomaturas constituyen cursos sistematizados mediante un plan de estudios, destinados a la capacitación, actualización y/o perfeccionamiento en un área temática determinada y cuentan con reconocimiento oficial de la Universidad.

Desde el GIASU se creó la Diplomatura Universitaria Superior en Gestión en el Aula de Matemática (DiGAM). En Argentina en la provincia de Buenos Aires los cambios en el currículo relacionados con matemática evidenciaron la necesidad de contar con profesores con conocimientos acordes con las TIC. Esta Diplomatura se inserta como una propuesta para estudiar y profundizar aspectos tales como: la formación continua del profesorado, el conocimiento profesional del profesor, el conocimiento matemático para la enseñanza, el conocimiento didáctico y pedagógico del docente, las concepciones de los profesores acerca de las matemáticas y de los procesos cognitivos que pretenden estimular mediante recursos TIC.

Introducción

A mediados del siglo pasado, cobró relevancia a nivel mundial la necesidad de abordar la problemática de la enseñanza y del aprendizaje de las matemáticas con fundamentos teóricos significativos. Esta toma de conciencia atrajo esfuerzos individuales de matemáticos, pedagogos, psicólogos y epistemólogos, se logró así impulsar la instrumentación de nuevos planes de estudio de matemáticas en todos los niveles educativos.

El reconocimiento de que la articulación escuela media-educación superior debe ser objeto de una política pública nos estimula a diseñar intervenciones que permitan alcanzar un diagnóstico compartido y sustenten un plan de trabajo con el aporte y compromiso de los actores involucrados.

Esta propuesta educativa centrada en el abordaje de contenidos matemáticos bajo la modalidad taller, como estrategia pedagógica, tuvo entre sus propósitos poner en discusión herramientas conceptuales para analizar las prácticas docentes de la escuela secundaria, con la intención de mejorar la enseñanza de la Matemática y generar un impacto favorable en los aprendizajes de sus alumnos. Fue financiada mediante un convenio con el municipio de Olavarria y dictada en el Museo de las Ciencias de la ciudad.

Nuestra trayectoria docente en asignaturas de matemática se inicia, aproximadamente, en la década de 1980 con lo cual y en la continuidad de ese rol hemos ampliado y profundizado los conocimientos con respecto a las condiciones de ingreso de los aspirantes a las carreras de ingeniería. Alrededor de 1994 comenzamos a participar activamente en congresos nacionales e internacionales cuyo objeto de estudio era “la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en los estudios superiores”; allí comenzamos a dar cuenta de nuestra labor en el ingreso y en las asignaturas de primer año. Nuestra visión de que la formación docente continua de los profesores de secundaria favorece la formación de las competencias de egreso de los estudiantes que ingresan a la FIO comienza a plasmarse en 1997 con la realización de Curso de Capacitación "Programa Nacional de Reconversión de cargos docentes", 3º Ciclo de la E. G. B. Res. Rec. N º 258. General La Madrid. 1997 - 1998.

La etapa de formación en la Escuela Secundaria debe contribuir a desarrollar en los estudiantes las capacidades para ejercer la ciudadanía democrática, consolidar la madurez personal y social, y afianzar los hábitos de lectura y disciplina de estudio, como condiciones necesarias para el eficaz aprovechamiento del aprendizaje y como medio de desarrollo personal. Debe promover además el uso de principios pedagógicos encaminados a favorecer la capacidad del estudiante para aprender por sí mismo, para trabajar en equipo y para aplicar métodos de investigaciones apropiadas. (Competencias en Ingeniería, CONFEDI, 2014)

ISBN 978-84-945722-3-4

Adherimos a que la articulación entre la Escuela Secundaria y la Universidad debe ser entendida como un proceso destinado a la construcción de vínculos de trabajo conjunto entre instituciones de diferentes niveles educativos pero también, de análisis y detección de necesidades, de formulaciones de líneas de acción que atiendan a un compromiso de actuación mutua en el mejoramiento de la calidad educativa.

Esto supone construir, para los alumnos, un conjunto, entre otras actividades, de secuencias pedagógicas y didácticas que le den forma a su experiencia escolar y los posicione en mejores condiciones para afrontar los cambios que toda nueva etapa demanda.

Las competencias necesarias del ingresante universitario a las carreras de la Facultad de Ingeniería deben ser identificadas para poder aplicar de manera articulada los procedimientos matemáticos generales[1], desde el Programa de Ingreso, hacia las asignaturas iniciales del Área de Matemática de la FIO. Dada la complejidad de la problemática y la naturaleza de los obstáculos detectados se requiere de un trabajo de intervención que excede las posibilidades docentes con la sola intervención desde el aula de secundaria.

Es en este escenario en el que debe interpretarse como una instancia genuina de articulación entre niveles a la DiGAM

En este trabajo se exhibe una propuesta elaborada y desarrollada desde el GIASU, Grupo de Investigaciones en Articulación Secundaria Universidad centro ejecutor que desarrolla sus tareas en el Departamento de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería (FIO) de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNCPBA) con sede en la ciudad de Olavarría.

Esta propuesta está alineada con el pensamiento de Alicia W. de Camilloni (2009), en el sentido de que las diferentes situaciones referidas a la formación escolar, que dificultan el ingreso a la universidad, son: carencia que presentan algunos alumnos provenientes del nivel medio respecto de la formación y en el manejo de ciertas estrategias cognitivas; laxa responsabilidad respecto de la organización del tiempo de trabajo fuera del aula y también del destinado al ocio; los hábitos de estudio, o la falta de ellos, que requieren toma de decisiones pertinentes en el momento de organizar el estudio.

---

[1]Tal como se muestra en Hernández Fernández H., Delgado Rubí, R. y Fernández, B. (1998): ‘Cuestiones de Didáctica de la Matemática’ (Homo Sapiens, Rosario, Argentina) los procedimientos y/o habilidades son: definir, demostrar, identificar, interpretar, recodificar, graficar, algoritmizar, calcular y modelar.

ISBN 978-84-945722-3-4

El desafío que tienen los docentes en estos tiempos es llevar a cabo una reforma del pensamiento educativo, un cambio paradigmático que atañe a la habilidad para constituir el conocimiento. La reforma de la enseñanza debe producir una reforma del pensamiento de cada docente, de cada educador. La reforma del pensamiento educativo debe conducir a la reforma de la enseñanza en todos los niveles (Edgar Morin, 2002).

Acordamos con Carina Lion (2010) cuando manifiesta: Me parece que la universidad se tiene que acercar a la escuela media y "hacerse cargo" de los desafíos de la articulación; esta es una posición política que muchos asumimos. Siempre se acusa al nivel anterior de todos los males, pero si el alumno llegó hasta acá, entonces algo hay que hacer.

Un poco de historia

Como profesoras a cargo de asignaturas del Área de Matemática de la FIO – UNCPBA iniciamos nuestra tarea investigativa en la década del 90; la misma fue y es plasmada a través de diversas comunicaciones en congresos y artículos en revistas.

Estas producciones surgen a partir de diversos proyectos de investigación centrados en el abordaje de las problemáticas del ingreso a la universidad y también de la formación docente.

Cronológicamente la trayectoria a la que aludimos quedó configurada con los proyectos:

Deserción Estudiantil e Ingreso Universitario en la U.N.C.P.B.A. (1995), Transición Escuela Secundaria Universidad inicio de carrera en la Facultad de Ingeniería (1998), Experiencias de innovación educativa y de orientación al estudiante frente al fracaso universitario en las asignaturas básicas ingenieriles (2001), Procedimientos generales en la enseñanza de la matemática un análisis metodológico y por Niveles en carreras de ingeniería (2004), Los procedimientos didácticos en matemática y la orientación educativa: una mirada sobre la articulación nivel medio - universidad (2007), Articulación escuela secundaria - universidad: análisis de aspectos disciplinares, vocacionales y discursivos-comunicativos en los estudiantes de la FIO (2010), Escuela secundaria-universidad: su articulación y la formación docente. Análisis de aspectos vocacionales y disciplinares de matemáticas en los estudiantes de la FIO (2013).

Como se puede observar los títulos de los proyectos encuadran nuestra tarea, centrada en la articulación secundaria-universidad a fin de fortalecer la formación docente y de contribuir a la consolidación de las competencias de ingreso a Ingeniería. A través de ellos, fuimos profundizando los conocimientos de los procesos involucrados en dicha articulación,

ISBN 978-84-945722-3-4

imbricando los pertinentes aportes teóricos desde la bibliografía específica con los obtenidos de los proyectos ejecutados anteriormente, siempre focalizando en el trabajo con los docentes y los estudiantes.

Las dificultades que causa la transición entre los niveles educativos se manifiesta de diferentes formas, y muy especialmente en problemas que se ponen en evidencia en el nivel universitario. Los altos niveles de deserción, el bajo rendimiento, son seguramente indicadores de una problemática compleja pero de la que no está ajena, como una componente importante, la brecha entre el nivel medio y el universitario. La transición de la Escuela Media a la Universidad plantea un cambio no sólo en lo referente al aprendizaje de nuevos conocimientos y distintas formas de relacionarse con el saber, significa además adaptarse a nuevas formas de vida institucional. No se trata únicamente de estudiar más y durante más tiempo, sino también con más autonomía, organizando mejor los tiempos, de manera comprensiva (Mastache, 2011). Estas dificultades van en detrimento de los objetivos curriculares, alargando los plazos de adquisición de competencias básicas y la construcción de aprendizajes significativos. Esta realidad plantea la necesidad de generar espacios interniveles para diseñar estrategias de intervención que faciliten una continuidad en la experiencia educativa de los alumnos.

Es en el año 2010 cuando surge la posibilidad de trabajar más exhaustivamente en las condiciones de acceso a la Universidad es decir ampliar la mirada más allá de lo académico. Es a tal fin que se plasma el proyecto de investigación “Tutorías en el ingreso y en primer año de la FIO”.

Así, en el año 2012 con las líneas de investigación en Articulación y en Tutorías logramos, con el aval de la Universidad constituir un Núcleo de Actividades Científico Tecnológicas (NACT) que denominamos GIASU (Grupo de Investigaciones en Articulación Secundaria Universidad) y cuyo objetivo rector es formar recursos humanos capacitados en: investigación científica, asesoramiento, diseño y desarrollo de alternativas educativas. El carácter del GIASU de “observatorio” de las problemáticas en el acceso a los estudios superiores, avala la articulación de nuestro trabajo investigativo con el campo profesional de los docentes de secundaria. Pretendemos, también, difundir los resultados de la investigación obtenidos a lo largo de estos años permitiendo la transferencia y aplicabilidad de los mismos y contribuir al desarrollo profesional de los docentes.

ISBN 978-84-945722-3-4

Generando una propuesta para los docentes

La propuesta de una Diplomatura Universitaria relacionada con matemática y su enseñanza constituye una acción concreta de articulación desde el Núcleo. La Universidad Nacional del Centro define estas carreras como "cursos sistematizados mediante un plan de estudios, destinados a la capacitación, actualización y/o perfeccionamiento en un área temática determinada". Las diplomaturas cuentan con reconocimiento oficial de la Universidad.

Considerando que la Declaración Mundial sobre la Educación Superior en el Siglo XXI en su artículo 12 afirma que: "Los rápidos progresos de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación seguirán modificando la forma de elaboración, adquisición y transmisión de los conocimientos… No hay que olvidar, sin embargo, que la nueva tecnología de la información no hace que los docentes dejen de ser indispensables, sino que modifica su papel en relación con el proceso de aprendizaje.

Nuestra trayectoria de trabajo cubre aspectos inherentes al diseño e instrumentación de cursos de capacitación y/o actualización que contribuyen a la formación docente y se ha iniciado aproximadamente en el año 2000. Dichos cursos y talleres han sido sometidos a evaluación por parte de la Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires y avalados por el Consejo Académico de la Facultad de Ingeniería de la UNCPBA algunos son: "Lógica", 45 hs. 2.000; "Funciones. Análisis de gráficos utilizando P.C.", 45 hs. 2.001; "Cálculo infinitesimal", 51 hs. 2003; "Estrategias de enseñanza de la matemática", 48hs. 2006; "El Software Libre en el Aula de Matemática", 48 hs. 2010 y 2011;" El software libre en el aula de matemática"28 hs. 2012 y Talleres: "Nociones para la introducción al uso de software libre de matemática en el aula" (2011); "Introducción de software libre en el diseño de secuencias didácticas. Aportes para el uso de las netbook en el aula de matemática" (2012). Algunos de ellos se desarrollaron además de en Olavarría en otras ciudades de la provincia como Pehuajó y Daireaux.

En procura de fortalecer el trabajo conjunto de los niveles secundario y universitario un trabajo pedagógico internivel permite desarrollar una visión integral de la formación y promover el desarrollo de competencias transversales que faciliten a los alumnos el traspaso entre niveles educativos. Se abordan en la DiGAM, mediante el pertinente acompañamiento pedagógico, propuestas para el mejoramiento de la calidad de las prácticas docentes; la utilización de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la enseñanza de la matemática representan un desafío para los docentes en general y de la escuela secundaria en particular. Ya no se trata de

ISBN 978-84-945722-3-4

solucionar problemas prácticos de introducción de materiales en el aula, sino de construir un nuevo modelo de conocimiento a través de las posibilidades que brindan las TIC y las conexiones entre sujetos que aprenden y enseñan en un mundo en el que conocer se ha convertido en una actividad constante, ubicua y múltiple (Reig, 2012). Esta Diplomatura se inserta como una propuesta para estudiar y profundizar aspectos tales como: la formación continua del profesorado, el conocimiento profesional del profesor, el conocimiento matemático para la enseñanza, el conocimiento didáctico y pedagógico del docente, las concepciones de los profesores acerca de la educación matemática.

Así, desde el GIASU la DiGAM, constituye una acción concreta de transferencia y formación docente continua dirigida a la comunidad en la que la UNCPBA se encuentra. La misma recupera como fundamento el hecho de que, del mismo modo que se aprende matemática construyendo conocimientos en contextos, reflexionando sobre esos conocimientos y descontextualizándolos también es necesario estudiarlos como objetos de esta disciplina. Serán objeto de estudio los cambios metodológicos y de gestión de aula vinculados al uso de determinados recursos que se aplican con éxito en el proceso de enseñanza de la matemática, junto con el análisis crítico de los contextos en que resultan aplicables, y de los procesos cognitivos que se pretenden estimular mediante herramientas o recursos TIC.

Así, la Diplomatura fue diseñada en tres ejes o fases, una de **Actualización Matemática** con el objetivo de lograr el dominio de los contenidos de las asignaturas que el profesor enseña; otra de **Especialización Matemática** que permita al profesor la profundización en otras áreas disciplinares y por último la fase de **Actualización Didáctica** a fin de lograr fundamentos a través de contenidos teórico y didácticos.

Las **CARACTERISTICAS DE LA DIPLOMATURA, PLAN DE ESTUDIOS** y sus **OBJETIVOS** se muestran en el Anexo

Conclusiones

En la Primera edición de la DiGAM bienio 2015-2016 como Trabajos de Conclusión surgieron propuestas relevantes e interesantes. Las mismas superaron nuestras expectativas. Cabe aclarar que mediante Resolución del Consejo Superior N° 5292/14 se aprobó el dictado de esta diplomatura. Para profundizar la articulación entre niveles se gestionó el otorgamiento de puntaje y el mismo se otorgó mediante Resolución de la Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires (DGCyE) Nº 921/16.

FUENTES CONSULTADAS

ISBN 978-84-945722-3-4

Planes de Estudios de carreras de Profesorados (nivel Terciario, Universitario y no Universitario).

Planes de Estudios de Licenciaturas Afines que se dictan en el país.

Planes de Estudios de Licenciaturas en Enseñanza de la Matemática de otros países.

Dirección General de Cultura y Educación. Diseño Curricular para la Educación Secundaria. Provincia de Buenos Aires.

Resolución CAFI N° 042/14. Aprobación de la "Diplomatura Universitaria Superior en Gestión en el Aula de Matemática".

Unesco. Declaración Mundial sobre Educación Superior en el Siglo XXI. Visión y Acción. Conferencia Mundial sobre los Cambios en la Educación Superior. http://unesdoc.unesco.org/images/0011/001163/116345s.pdf . (1998). Acceso marzo 2017

Bibliografía

Abrate, S., Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Córdoba. Argentina. Universidad Nacional de Villa María.

Camillioni, A., (2009) *Los desafíos del ingreso a la universidad* en Gvirtz, S. y Camou, A. (coord.) La universidad argentina en discusión, Buenos Aires, Editorial Granica.

Coll, C., (2009), *Aprender y enseñar con las TIC: expectativas, realidad y potencialidades*. En Los desafíos de las TIC para el cambio educativo. Obra coordinada por Roberto Carneiro, Juan Carlos Toscano y Tamara Díaz. Versión digital. OEI – Fundación Santillana.

Godino J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. UNIÓN: Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20, 13-31.

Kieran, C. y Filloy Yagüe, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*. 7 (3), pp. 229-240.

Lion, C. (2010). Transformar la Información en Conocimiento. Recuperado en enero 2017 dehttp://www.epol.com.ar/newsmatic/index.php?pub_id=204&sid=1249&aid=64459&eid=63&NombreSeccion

Mastache, A. (2011) Los jóvenes estudiantes del siglo XXI: desafíos para la enseñanza. En Martínez, S. (Comp) Democratización de la universidad: investigaciones y experiencias sobre el acceso y la permanencia de los/as estudiantes. (pp. 167 – 202) Neuquén: EDUCO – Universidad Nacional del Comahue.

Morín, E. (2002). La cabeza bien puesta. Bases para una reforma educativa. Buenos Aires: Edit. Nueva Visión.

ISBN 978-84-945722-3-4

Reig, Dolors, 2012, Presentación en el Encuentro Internacional de Educación 2012/2013. Videoconferencia en https://www.youtube.com/watch?v=v3ytq9jiCnE (última fecha de consulta: enero de 2017)

Pérez Echeverría, M., Pozo Municio J.I., Scheuer Rubiños N., de La Cruz, M., Martín Ortega, E., Mateos Sanz, M. (2006) Nuevas formas de pensar la enseñanza y el aprendizaje. Las concepciones de profesores y alumnos sobre la enseñanza y el aprendizaje. Línea Críticas y Fundamentos. Editorial Grao.

Pochulu, M. y Rodríguez M.(comps)(2012), *Educación Matemática: Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos.* Universidad Nacional de General Sarmiento, Villa María, Universidad Nacional Villa María.

Rico Romero, L.; Moreno Verdejo, A. (2016) Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria. Ediciones Pirámide.

La Diplomatura fue diseñada en tres ejes o fases, una de **Actualización Matemática** con el objetivo de lograr el dominio de los contenidos de las asignaturas que el profesor enseña; otra de **Especialización Matemática** que permita al profesor la profundización en otras áreas disciplinares y le proporcione herramientas para continuar su búsqueda de conocimientos matemáticos y por último la fase de **Actualización Didáctica** a fin de lograr fundamentos a través de contenidos teórico y didácticos y de otras asignaturas que le proporcionen conocimientos y herramientas para el ejercicio de la docencia en matemáticas.

CARACTERISTICAS DE LA DIPLOMATURA

OBJETIVOS

El *objetivo general* de la Diplomatura Universitaria Superior en Gestión en el Aula de Matemática (DiGAM) es favorecer la construcción de conocimiento acerca de la enseñanza y del aprendizaje de la matemática contribuyendo a profesionalizar la labor docente en el campo de dicha disciplina en los niveles de educación secundaria.

Ha sido diseñada para ser dictada con una carga horaria total de 210 horas para las asignaturas que la componen, las cuales estarán conformadas por clases teórico-prácticas, resolución de problemáticas, empleo de TIC y un Trabajo de Conclusión de la Diplomatura de 60 horas.

ORGANOS ACADÉMICOS

Conforme al Reglamento de diplomaturas Res. C.S. Nº 4224 del 24/08/10: Dirección Académica: estará desempeñada por un profesor de la Facultad de Ingeniería de la UNCPBA de reconocida trayectoria en el área de conocimiento de esta Diplomatura.

DESTINATARIOS

Los aspirantes a ingresar en esta diplomatura deberán poseer:

Título de Profesor en Matemática de Enseñanza Secundaria y/o en Matemática para 3º Ciclo de EGB y Polimodal otorgados por Institutos Superiores de Formación Docente y/o técnica con planes de estudio de al menos 4 años de duración

ISBN 978-84-945722-3-4

PROCESO DE ADMISIÓN

La Secretaría de Investigación de la FIO coordina conjuntamente con el Director Académico el proceso de admisión.

PERFIL ACADÉMICO DEL EGRESADO

Desarrollará, entre otras, habilidades y capacidades para: Utilizar diferentes softwares educativo para la resolución de problemas incluyendo la valoración de los mismos como recursos para la conceptualización en matemática.

ESTRUCTURA DEL PLAN DE ESTUDIOS

Las fases descriptas anteriormente no son compartimentos estancos ya que fortalecerán las potencialidades de las TIC para el desarrollo de propuestas pedagógicas de manera transversal y también desde la articulación entre dichas fases. Se generarán herramientas prácticas para el ejercicio de la docencia en el aula de matemáticas.

Asignaturas del Plan

Primer Año		**Segundo Año**	
Primer Cuatrimestre	*Segundo Cuatrimestre*	*Primer Cuatrimestre*	*Segundo Cuatrimestre*
Álgebra Lineal	TIC en el Aula de Matemática	Enseñanza de la Matemática II	Modelos Probabilísticos y Estadísticos
Enseñanza de la Matemática I	Cálculo Aplicado	Modelos Matemáticos	Trabajo de Conclusión de la Diplomatura

La carga horaria de cada asignatura será de 30 horas reloj.

Álgebra Lineal

Contenidos mínimos: Vectores y álgebra vectorial. Función determinante. Transformaciones ortogonales. Matrices simétricas. Formas cuadráticas.

Objetivos: Promover competencias para valorar el soporte conceptual necesario para el objeto matemático en estudio y favorecer las pertinentes transferencias mediadas por las TIC.

Enseñanza de la Matemática I

Contenidos mínimos: El rol del problema en la Matemática, en su aprendizaje y en su enseñanza. Estrategias didácticas en la resolución de problemas matemáticos con fundamentación.

Objetivos: Profundizar la adquisición de competencias para analizar y diseñar secuencias didácticas para implementar en el aula de matemática.

TIC en el Aula de Matemática

Contenidos mínimos: Análisis de procesos de enseñanza y aprendizaje mediados por la tecnología. Potencialidades de las TIC para el desarrollo de propuestas pedagógicas.

Objetivos: Favorecer el desarrollo de competencias para sistematizar y analizar información proveniente de situaciones áulicas.

Cálculo Aplicado

Contenidos mínimos: Álgebra de Funciones. Introducción al Cálculo: Límite y continuidad. Cálculo diferencial. Cálculo integral. Aplicaciones. Modelización.

Objetivos: Favorecer el desarrollo de competencias para transferir los conceptos de diferenciación e integración a la resolución de problemas mediados por las TIC.

Enseñanza de la Matemática II

Contenidos mínimos: Las conceptualizaciones del docente y su incidencia en los aprendizajes de sus alumnos**.** Desarrollo de competencias docentes para gestionar las clases. Análisis crítico de libros de texto de Matemática.

Objetivos: Promover competencias para identificar las problemáticas que subyacen al proceso de

ISBN 978-84-945722-3-4

enseñanza de la matemática y gestionar su solución.

Modelos Matemáticos

Contenidos mínimos: Modelos matemáticos: propósitos, componentes, el proceso de modelado. Modelos matemáticos en las ciencias: dinámica de poblaciones, cinética química, modelos mecánicos, etc. Modelación por medio de ecuaciones diferenciales. Técnicas analíticas y cualitativas.

Objetivos: Contribuir a la adquisición de competencias para interpretar, modelar y resolver problemas en los cuales la matemática asume el carácter de herramienta.

Modelos Probabilísticos y Estadísticos

Contenidos mínimos: Definición axiomática de probabilidad. Modelización de situaciones. Nociones de estadística descriptiva. Inferencia estadística. Relación con la teoría de Probabilidad.

Objetivos: Promover el fortalecimiento de competencias para valorar tanto el aspecto informativo como la utilización de herramientas informáticas específicas para la resolución de problemas.

Trabajo de Conclusión de la Diplomatura

Sus alcances se describen en Requisitos de Acreditación.

MODALIDAD DE DICTADO

El dictado de esta Diplomatura será con apertura de inscripción a Primer Año cada dos años y con modalidad presencial tal como se detalla en el punto que describe la Estructura Curricular y Carga Horaria (Plan de estudios).

REQUISITOS DE ASISTENCIA Y ACREDITACIÓN

Se requerirá un 75% de asistencia en cada una de las asignaturas.

Para finalizar la Diplomatura es requisito aprobar un trabajo integrador denominado **Trabajo de Conclusión de la Diplomatura** que deberá articular los contenidos de las asignaturas y consistirá en la generación y evaluación de la implementación de una Secuencia Didáctica en el aula de matemática gestionada mediante el uso de TIC.

Bibliografía:

Abrate, S., Pochulu, M. y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Córdoba. Argentina. Universidad Nacional de Villa María.

Area Moreira M. (2007). *Algunos principios para el desarrollo de buenas prácticas pedagógicas con las TICs en el aula*. En Comunicación y pedagogía: Nuevas tecnologías y recusos didácticos N° 222, pp. 42-47, ISSN 1136-7733

Cervantes, G. y Martínez, R. (2013). Una alternativa para prevenir el error de linealización $(x \pm y)^n = x^n \pm y^n$. Sobre algunos errores comunes en desarrollos algebraicos. *Zona próxima. Revista del Instituto de Estudios Superiores en Educación*. Nº 18. Universidad del Norte. pp. 103-112.

Figueiras, L. y Deulofeu, J. (2005) Atribuir un significado a la matemática a través de la visualización. Enseñanza de las Ciencias, 23(2), 217-226.

García, J., Segovia, I. y Lupiáñez, J. (2012). Antecedentes y fundamentación de una investigación sobre errores en la resolución de tareas algebraicas. En D. Arnau, J.L. Lupiáñez y A. Maz (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática* (pp. 139-148). Valencia. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Univesitat de València y SEIEM.

García Suárez, J. (2010). *Análisis de errores y dificultades en la resolución de tareas algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura*. Tesis de Maestría. Universidad de Granada.

Kieran, C. y Filloy Yagüe, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*. 7 (3), pp. 229-240.

ISBN 978-84-945722-3-4

Rico Romero, L.; Moreno Verdejo, A. (2016) Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria. Ediciones Pirámide.
Ruano, R.; Socas, M. y Palarea, M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA 2* (2), pp.61-74.
Pochulu, M. y Rodríguez M.(comps)(2012), *Educación Matemática: Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos.* Universidad Nacional de General Sarmiento, Villa María, Universidad Nacional Villa María
Vega Castro, D.; Molina, M. y Castro, E. (2012). Sentido estructural de estudiantes de Bachillerato en tareas de simplificación de fracciones algebraicas que involucran igualdades notables. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 15*(2), pp. 233-258.

. SINTESIS de uno de los trabajos de Conclusión de la DiGAM:

UN SITIO DINÁMICO EN EXACTAS Y NATURALES

Los párrafos que siguen se han recuperado del trabajo de las colegas

INTRODUCCIÓN

Se desarrolla en este trabajo final de la Diplomatura una propuesta de estudio de Matemática a nivel departamental, incorporando las Tecnologías Digitales de Comunicación Global (TDCG) (Magallanes y Alonso, 2015, p. 1)

Se contextualiza para una Institución de nivel secundaria de gestión privada de la Provincia de Buenos Aires a la que pertenecen las autoras.

Motiva esta propuesta la posibilidad de trabajar de modo colaborativo en dicha Institución, la perspectiva didáctica planteada en los Contenidos Curriculares de la Provincia de Buenos Aires que propone el estudio de los contenidos de la asignatura de modo progresivo a lo largo de los años y los nuevos modos de aprendizaje que plantean las mencionadas tecnologías para los alumnos de hoy, principalmente del mundo adolescente y joven quienes "forman parte de un ecosistema informativo que se adecua a un permanente 'estado WiFi', donde la conexión ubicua ha modificado las comunicaciones interpersonales" (Magallanes y Alonso, 2015).

Dentro de los fines de la educación secundaria se plantea la inserción en el mundo del trabajo y la prosecución de estudios superiores surcados también por las TDCG.

Las opiniones más difundidas y aceptadas por los especialistas refieren fundamentalmente al criterio de "usabilidad". Que establece, en lo que respecta a evaluar el Sitio, que resulte fácil de aprender a utilizar, de acceder a lo que se quiere hacer, sea defácil acceso, agradable y atractivo para el usuario (Nielsen, 1992) de modo que le permita alcanzar sus objetivos con eficacia, eficiencia y satisfacción.

Dicha evaluación se realizará por medio de:

Seguimiento de las resoluciones de las actividades propuestas a los alumnos.

Consultas presenciales, por facebook, wsp, y otros de los alumnos a los docentes.

Opinión de colegas, alumnos y especialistas por medio de encuestas y consultas.

Reflexiones finales y perspectivas

Una de las potencialidades de esta propuesta es la interdisciplinariedad.

En lo específico de las nociones matemáticas se reconoce la necesidad de modelización para estudiar, analizar y dar respuesta a situaciones y problemas de la realidad y de otras ciencias. Por lo tanto, integrar la matemática con otras disciplinas permite crear un aprendizaje más

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

completo, dinámico, fortaleciendo las relaciones entre las redes de significados de los alumnos.
Se proyecta destinar una página para cada asignatura de las que integran el Departamento, permitiendo no solo conectarse entre los propios contenidos sino también acceder a las propuestas de las otras áreas.
Este aspecto de encontrar sentido y significatividad se incrementa con los aportes específicos de las TDCG nombrados anteriormente: incorporación de videos, lecturas y actividades hipertextuales e interactivas, softwares y simuladores, modos diversos de acceso, modo de trabajo colaborativo, ubicuo.
Se cuenta con una puesta a prueba del Sitio con los alumnos, quienes accedieron al mismo, descargaron materiales de trabajo y comenzaron a interactuar en él. De esta primera prueba piloto se han recogido trabajos y opiniones tanto de los docentes como de los alumnos, que permiten la evaluación, corrección y ampliación de la propuesta, tal como se señaló anteriormente.
Todo lo anteriormente indicado permite visualizar que la presente propuesta es sólo el inicio de un proyecto que se irá complejizando, completando y ampliando a medida que se sigan generando acuerdos, anexando contenidos al sitio, atendiendo a la evolución vertiginosa de estas TDCG y las posibilidades que brindan, enriqueciendo a partir de las sugerencias de los principales actores: alumnos y docentes.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-706

MEDIAÇÃO TECNOLÓGICA E DESENVOLVIMENTO DA CRIATIVIDADE EM CONTEXTOS MATEMÁTICOS EXPLORATÓRIOS[2]

Artur Coelho – Isabel Cabrita
artur.coelho@ua.pt – icabrita@ua.pt
Centro e Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores, Dep. de Educação e Psicologia, Universidade de Aveiro, Portugal – Centro e Investigação Didática e Tecnologia na Formação de Formadores, Dep. de Educação e Psicologia, Universidade de Aveiro, Portugal

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nivel educativo: Primario (6 a 11 años)
Palavras chave: Criatividade; Mediação tecnológica; Matemática; Tarefas

Resumo

A criatividade, a resolução de problemas, a comunicação e o raciocínio em matemática são fundamentais para um desenvolvimento sustentável das sociedades. Muitos países carecem, no entanto, de um modelo de Escola que promova tais capacidades e que não se compadece com práticas de ensino direto. Em contraponto, defendem-se práticas letivas exploratórias, que favorecem a conceptualização matemática a partir da resolução, efetiva, de tarefas significantes e desafiantes, da confrontação e da discussão.

A revolução digital oferece um conjunto de ferramentas com grande potencial no contexto educativo. No entanto, esta parece ainda não ter chegado às escolas. A sua utilização, esporádica, permanece ainda desadequada e carente de uma metodologia capaz de rentabilizar o seu verdadeiro potencial. Destes aspetos resultou um estudo qualitativo que se propôs avaliar o potencial de tecnologias digitais na construção de ambientes colaborativos e como mediadoras da comunicação e perceber como estas dinâmicas influenciam o desenvolvimento da criatividade, da resolução de problemas, da comunicação (em) matemática e, paralelamente, de competências tecnológicas. Resultados preliminares sugerem que a implementação adequada destas tecnologias oferece a oportunidade de desenvolver eficazmente competências matemáticas transversais e específicas, concomitantemente com literacias digitais, e alterar, verdadeiramente, o paradigma educativo vigente.

Introdução

[2] Este artigo divulga investigação desenvolvida no âmbito do Programa Technology Enhanced Learning and Societal Challenges, financiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia, FCT I. P. – Portugal, sob contrato # PD/00173/2014 e # PD/BI. A coapresentação deste trabalho foi financiada por Fundos Nacionais através da FCT – Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., no âmbito do projeto UID/CED/00194/2013.

ISBN 978-84-945722-3-4

A revolução digital está a transformar profundamente a forma como trabalhamos, pensamos e nos “conectamos”, com implicações profundas nos valores culturais (Castells, 2007), e constitui novos e importantes desafios societais. Vivem-se tempos de grande incerteza e imprevisibilidade e um dos desígnios da “Escola” é preparar os alunos para este mundo fluido e cambiante. Assegurar, neste contexto, um futuro sustentável para as próximas gerações carece de uma forte aposta na inovação, na criatividade. Numa conceção diametralmente oposta, os alunos, principalmente em Matemática, têm sido ensinados e treinados em procedimentos mecanizados e fechados nesta área (Robinson, 2011), cerceando-se a sua criatividade. Ora, face às exigências do mundo atual, devem ser dadas oportunidades aos alunos de realizar tarefas desafiantes que promovam o raciocínio, a comunicação e a criatividade, atribuindo sentido ao conhecimento matemático que floresce da confrontação e da discussão coletiva dessas tarefas, inerente ao ensino exploratório.

Por outro lado, as Tecnologias da Comunicação foram adotadas de forma massiva por instituições de ensino e a maior parte dos professores diz reconhecer vantagens no seu uso (Korte & Hüsing, 2006). No entanto, não se observou uma transformação assinalável ao nível das estratégias de ensino, dos recursos utilizados e das aprendizagens dos alunos (Punie, Zinnbauer, & Cabrera, 2006). As abordagens pedagógicas, com impactos determinantes nas aprendizagens dos alunos (Ala-Mutka, Punie, & Redecker, 2008), raramente se caracterizam por serem criativas e inovadoras (Redecker, Ala-Mutka, Baciagalupo, Ferrari, & Punie, 2009).

Neste contexto, a relação entre a tecnologia digital e o desenvolvimento da criatividade em Matemática, ao longo de aulas marcadamente exploratórias, constituiu o foco em estudo (Coelho & Cabrita, 2017). E pretende-se avaliar i) o potencial dessas tecnologias na construção de ambientes colaborativos de aprendizagem e como mediadoras da comunicação e ii) como estas dinâmicas influenciam o desenvolvimento da criatividade na resolução de problemas, da comunicação (em) matemática e, paralelamente, de competências tecnológicas.

Enquadramento Teórico

Mas o que é a criatividade? Na sequência de trabalhos nas décadas de 60 e 70 (Davis & Manske, 1968; Speller & Schumacher, 1975), muitos veem-na como produto do talento e de traços de personalidade (Amabile e Pillmer, (2012). Silver (1997), numa visão contrastante, refere que está associada a um conhecimento profundo e flexível dos conteúdos, que implica grande trabalho e reflexão e deve ser entendida como fenómeno passível de desenvolvimento e potenciação através da educação e formação. Se a novidade parece ser central, não é uma característica suficiente, sendo necessário que os produtos sejam relevantes e eficazes e que observem questões éticas e morais (Cropley, 2011; Runco & Jaeger, 2012). Assim, a criatividade pode ser definida como um fenómeno social que observa normas específicas, podendo ser promovida ou inibida através de fatores sociais (Cropley, 2011).

Em Matemática, Gontijo (2007) entende a criatividade como a capacidade de encontrar formas incomuns e originais de resolver problemas. Caracteriza-se pela: fluência, que traduz a quantidade de ideias produzidas sobre um mesmo assunto; flexibilidade, indicador da habilidade para alterar o pensamento ou conceber diferentes categorias de respostas; originalidade, que representa o carácter incomum de uma dada resposta e elaboração, que espelha os detalhes de uma determinada ideia (Leikin, 2009; Silver, 1997). O seu desenvolvimento não se compadece, portanto, com a ideia de que "[...] há sempre uma única resposta correta para cada problema e […] os alunos adquirem unicamente competências necessárias para a produção de ortodoxia" (Cropley, 2009, p. 169). Antes exige tarefas adequadas que envolvam os alunos em atividades matematicamente ricas. Os momentos de discussão na sala de aula também desempenham um papel chave (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). Assim, o professor deve evoluir de "transmissor de conhecimento" e "vigia da correção matemática" para "engenheiro" de ambientes exploratórios onde os alunos se envolvem ativamente na resolução de situações matemáticas mais realistas e complexas, partilhando estratégias e soluções com toda a turma, em discussões orientadas pelo professor (Stein et al., 2008). Estes autores propõem as fases Introdução, Desenvolvimento e Discussão da tarefa e Sistematização das aprendizagens.

Por outro lado, estar "conectado" é um traço característico da sociedade atual (Downes, 2012; Siemens, 2004) e sustentou o Conectivismo como uma teoria de aprendizagem para a era digital, em rede, estrutura que faz emergir agrupamentos a partir dos interesses próximos da comunidade virtual (Siemens, 2004). No entanto, nem todos defendem esta teoria, alegando que a conectividade impede os alunos de se centrarem no essencial (Shirky, 2014) e dificulta a gestão da sua atividade quando usam tecnologias com acesso à Internet (Tarafdar, Gupta,

ISBN 978-84-945722-3-4

& Turel, 2013). Os *Classroom Management Systems* [CMSs], como o *iTALC* (anexo Ia), são aplicações que permitem gerir eficazmente a sala de aula digital, monitorizando-se e controlando-se remotamente os terminais dos alunos, fazendo demonstrações simultâneas nos seus computadores e partilhando o seu ecrã. Não sendo um *Learning Management System* [LMS] de raiz, o *Microsoft Office 365* (anexo Ib) contém um conjunto de aplicações e serviços, integrados na *Cloud computing*, que permite desenvolver e gerir atividades em contextos tecnológicos. Tal plataforma, personalizável e segura, com valências sociais, possibilita a criação de um ambiente integrado de aprendizagem, graças a funcionalidades como: criação de grupos com distintos níveis de interação e acesso; partilha de recursos em formatos diversos – texto, vídeo ou áudio; interação síncrona e assíncrona – *Outlook Mail*, *Outlook Groups*, *Yammer* (anexo IIa), *Skype*; acompanhamento e monitorização do trabalho dos alunos em tempo real a distância – *OneNote* (anexo IIb) – em multiplataforma e multi-sistema (nas plataformas iOS, *Android* e *Windows* e para computadores, tablets e smartphones) e a diferentes escalas. Tais sistemas proporcionam, assim, uma ampliação espacial e também temporal da sala de aula, diminuindo, em certos contextos, os custos para os estudantes, com implicações na motivação e individualização da aprendizagem e no desenvolvimento da autonomia. E possibilitam novas combinações de atividades presenciais e a distância, como a *Flipped*, contrariando os modelos instrucionistas. Adota-se uma estratégia de ensino a distância, cabendo aos professores a estruturação e a disponibilização prévia de tarefas e uma escolha criteriosa de materiais – vídeos realizados através de capturas do ecrã, links selecionados e recursos educacionais abertos. Segue-se, de forma presencial, a discussão das tarefas orientadas por um professor, que assume o papel de um guia neste processo.

Metodologia

Subordinado ao paradigma interpretativo e ao método qualitativo, foi escolhido o estudo de caso como estratégia de investigação. Esta desenvolveu-se numa turma do 2.º Ciclo do Ensino Básico, num Laboratório de Aprendizagem, de apoio à Matemática, cuja frequência era voluntária. Selecionaram-se três pares de alunos para um estudo em profundidade, principalmente em função dos seus desempenhos e expectativas relativamente à disciplina. O professor/investigador conduziu todos os acontecimentos decorrentes desta investigação.

ISBN 978-84-945722-3-4

Os dados foram recolhidos através das técnicas de recolha documental, inquirição e observação direta, tendo-se em vista a sua triangulação com a intenção de "validar" e contrastar a informação obtida (Bryman, 2011).

Ao longo do 1.º período letivo, recolheu-se informação de forma a aumentar o grau de conhecimento sobre os alunos, a partir dos respetivos registos biográficos, projetos e relatórios e de um Questionário Inicial e um Teste de Competências Tecnológicas. Os resultados deste teste permitiram, também, ajustar o grau técnico das tarefas a incluir nas duas sequências didáticas (anexo III), no início de cada uma das quais se aplicou um Teste Inicial, de carácter individual, em papel e lápis, com intenções diagnósticas. Simultaneamente, e pelos motivos anteriormente invocados, foi selecionada e implementada a plataforma de *Cloud Computing Office 365*. Como ferramenta de *streaming*, foi adoptado o *Videos*. O *OneNote* constituiu o "caderno diário digital".

Previamente às sessões presenciais, foram disponibilizados, em vários formatos, desde o vídeo ao texto, diversas informações sobre o tópico matemático a abordar bem como tarefas que os alunos deveriam analisar e discutir antes das aulas. Estas foram divididas em 4 fases: na 1.ª, a tarefa foi recordada e clarificada; na 2.ª, os alunos, a pares, realizaram as tarefas de forma autónoma. O docente acompanhou-os – "diretamente", nas tarefas com instrumentação e de papel e lápis, ou através do *iTALC* ou do *OneNote* (neste caso, fazendo anotações "manuscritas" com uma caneta digital sobre o *tablet*), em tempo real, quando as tarefas eram realizadas no computador/*tablet*; na 3.ª, os alunos apresentaram as suas resoluções, que foram confrontadas e discutidas coletivamente, exercício moderado pelo professor; na 4.ª, sistematizaram-se os conceitos através da escrita de pequenos relatórios no "caderno diário" do *OneNote*. Muitas vezes, o confronto e a discussão perduraram para lá da sala, da escola e dos horários institucionais, usando-se a tecnologia para reforçar a construção de uma cultura de trabalho colaborativa.

No final de cada sessão, recolheram-se as produções dos alunos, que foram alvo de análise imediata, de modo a aferir a necessidade de se proceder a alterações à planificação das sessões seguintes. As Notas de Campo do investigador também foram alvo de reflexão e desenvolvidas no Diário de Bordo (anexo IV). Cada sequência didática terminou com a realização de um Teste Final sobre os conceitos matemáticos abordados. No final do estudo empírico, os alunos responderam a um Questionário Final e foram entrevistados.

ISBN 978-84-945722-3-4

Os dados qualitativos foram alvo de análise de conteúdo, através do software de análise de conteúdo orientada por categorias de análise decorrentes dos objetivos de investigação, de aspetos emergentes da revisão de literatura e das produções dos alunos, e os dados quantificáveis foram alvo de análise estatística por recurso ao Excel.

Resultados preliminares e considerações finais

Resultados preliminares mostram a importância que os alunos atribuíram à organização do espaço/ambiente de aprendizagem, ao cariz tecnológico das tarefas e à sua natureza exploratória e aberta e à forma como estas foram resolvidas e discutidas. Consideraram que a disponibilização prévia (no *Videos*) dos conteúdos em diferentes formatos lhes foi muito útil para preparar as tarefas que iam abordar nas sessões seguintes e que as interações síncronas (no *Yammer*) e assíncronas (no *Yammer* e *Outlook Groups*) com os colegas e/ou professor os ajudou muito a esclarecer dúvidas e a ver as tarefas e a sua resolução de outras perspetivas. Apreciaram especialmente o "Caderno diário digital" no *OneNote*, onde podiam receber *feedback* em tempo real do professor, corrigir as suas resoluções e completar as atividades em qualquer lugar. Atribuíram especial relevância ao facto de as interações ocorrerem a qualquer hora, a partir de diferentes dispositivos, nomeadamente *smartphones*. Nestas dinâmicas, alguns alunos assumiram posições de liderança, tendo-lhes sido outorgadas funções de moderação/administração dos grupos (anexo IVa). Ao nível da sala de aula, quando se usaram computadores e *tablets*, o *iTALC* assumiu uma importância decisiva na gestão de todo o processo colaborativo de resolução, apresentação e discussão das tarefas em grande grupo e na gestão dos dispositivos e dos momentos. Os alunos assinalaram a facilidade em interatuar com o resto da turma e referiram que, saber que o sistema estava ativo, os mantinha mais centrados na resolução das tarefas. Acrescentaram que o visionamento dos trabalhos de outros colegas os motivava a apresentarem produções mais criativas (anexo IVb). Os alunos também apresentaram grande interesse pelos desafios das tarefas (anexo IVc) quando estas mobilizavam conhecimentos matemáticos para aplicação em situações que lhes eram especialmente familiares e que esse facto os ajudava a entender melhor a matemática.

A natureza exploratória e aberta das tarefas e o contexto tecnológico da sua apresentação, resolução e discussão foram, assim, considerados como determinantes, quer no aparecimento de produtos mais criativos, quer no desenvolvimento de competências tecnológicas e da

ISBN 978-84-945722-3-4

capacidade de resolução de tarefas matemáticas. Os alunos utilizaram abordagens diversificadas na sua resolução, sendo, por vezes, bastante originais. Verificaram-se, portanto, incrementos na competência matemática e tecnológica e em várias dimensões da criatividade como a originalidade, a fluência e a flexibilidade.

A investigação desenvolvida permite concluir que a utilização adequada das aplicações de *Cloud Computing* do *Office 365* apresenta um conjunto de vantagens que devem ser aproveitadas. Se os ganhos ao nível da eficácia da comunicação e interação foram elevados, a utilização do "caderno diário digital", capaz de albergar uma biblioteca de conteúdos, os protocolos das sequências de tarefas e as resoluções dos alunos com as correções do professor em tempo real, revelou-se de grande utilidade e versatilidade. A disponibilização de conteúdos em diferentes formatos multimédia numa plataforma digital e a utilização de diferentes ferramentas de comunicação, síncrona e assíncrona, associadas a uma estratégia de *Flipped Classroom*, podem contribuir para a construção de um ambiente de aprendizagem intrinsecamente colaborativo, flexível e personalizável, indo ao encontro das necessidades e interesses específicos de diferentes alunos. A utilização de CMSs numa sala de aula potencia dinâmicas subjacentes a uma "atuação coletiva" num meio tecnológico, fomentando a partilha de ideias, o trabalho colaborativo e apoiando os momentos de discussão e confronto. Deste estudo, resulta ainda a perceção de que a implementação de sequências de tarefas de natureza exploratória em contextos tecnológicos parece suscitar incrementos na criatividade dos trabalhos, não apenas a coletiva que emerge das discussões e interações (prévias e presenciais) em grande grupo, mas também a individual (Levenson, 2011). O estudo indicia também um efeito benéfico ao nível da apropriação de conhecimentos pelos alunos (anexo Va), sendo observáveis, paralelamente, incrementos significativos no desenvolvimento efetivo e contextualizado das suas literacias digitais (anexo Vb).

Este estudo aponta também para o desenvolvimento de uma atitude mais favorável e interessada para com a disciplina e de maior envolvimento, em geral, com a própria escola (anexo IVd). Se uma Matemática contextualizada no "seu mundo" se torna mais clara, entusiasmante e útil, as interações genuínas numa comunidade de aprendizagem são o núcleo de uma verdadeira cultura colaborativa de trabalho e de partilha. Reforçam um sentimento de pertença, que evita a alienação de alunos menos interessados, e a perceção de que a criação destes ambientes colaborativos, baseados em dinâmicas e interações pessoais e de rede,

ISBN 978-84-945722-3-4

parecem favorecer a autonomia dos alunos e aumentar os seus níveis de motivação, particularmente em áreas tradicionalmente "hostis”.

Referências bibliográficas

Ala-Mutka, K., Punie, Y., & Redecker, C. (2008). *ICT for Learning, Innovation and Creativity* (Vol. 48707). Retrieved from http://ftp.jrc.es/EURdoc/JRC48707.TN.pdf

Amabile, T. M., & Pillemer, J. (2012). Perspectives on the social psychology of creativity. *Journal of Creative Behavior*. http://doi.org/10.1002/jocb.001

Bryman, A. (2011). Triangulation. In *Encyclopedia of Social Science Research Methods* (pp. 1–5). Retrieved from http://www.sagepub.com/chambliss4e/study/chapter/encyc_pdfs/4.2_Triangulation.pdf

Castells, M. (2007). *A Galáxia Internet, Reflexões sobre a Internet, Negócios e Sociedade* (2ª Ed). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Coelho, A., & Cabrita, I. (2017). Creativity enhanced by technological mediation in exploratory mathematical contexts. In *Submitted to The 2nd International Conference on Smart Learning Ecosystems and Regional Development*. Aveiro.

Cropley, A. J. (2009). *Creativity in education and learning: a guide for teachers and educators*. New York: Routledge Falmer.

Cropley, A. J. (2011). Definitions of Creativity. In *Encyclopedia of Creativity* (2nd Editio, pp. 358–368). http://doi.org/10.1016/B978-0-12-375038-9.00066-2

Davis, G. A., & Manske, M. E. (1968). Effects of prior serial learning of solution words upon anagram problem solving: A serial position effect. *Journal of Experimental Psychology*, *77*(1), 101–104. http://doi.org/http://dx.doi.org/10.1037/h0025791

Downes, S. (2012). *Connectivism and Connective Knowledge: essays on meaning and learning networks*. *National Research Council Canada, http://www. …*. Retrieved from http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Connectivism+and+Connective+Knowledge+Essays+on+meaning+and+learning+networks#0

Gontijo, C. H. (2007). Estratégias De Ensino Em Matemática E Em Ciências Que Promovem a Criatividade. *Ciência & Ensino*, *1*(2), 10.

Korte, W. B., & Hüsing, T. (2006). *Benchmarking access and use of ICT in European schools 2006: Results from Head Teacher and A Classroom Teacher Surveys in 27 European countries*. *Current Developments in Technology-Assisted Education*. Retrieved from http://www.empirica.com/publikationen/documents/2006/learnind_paper_korte_huesing_code_427_final.pdf

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129–145). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.

Levenson, E. (2011). Exploring collective mathematical creativity in elementary school. *Journal of Creative Behavior*, *45*(3), 215–234. http://doi.org/10.1002/j.2162-6057.2011.tb01428.x

Punie, Y., Zinnbauer, D., & Cabrera, M. (2006). *A Review of the Impact of ICT on Learning. Working paper prepared for DG EAC*. Retrieved from

ISBN 978-84-945722-3-4

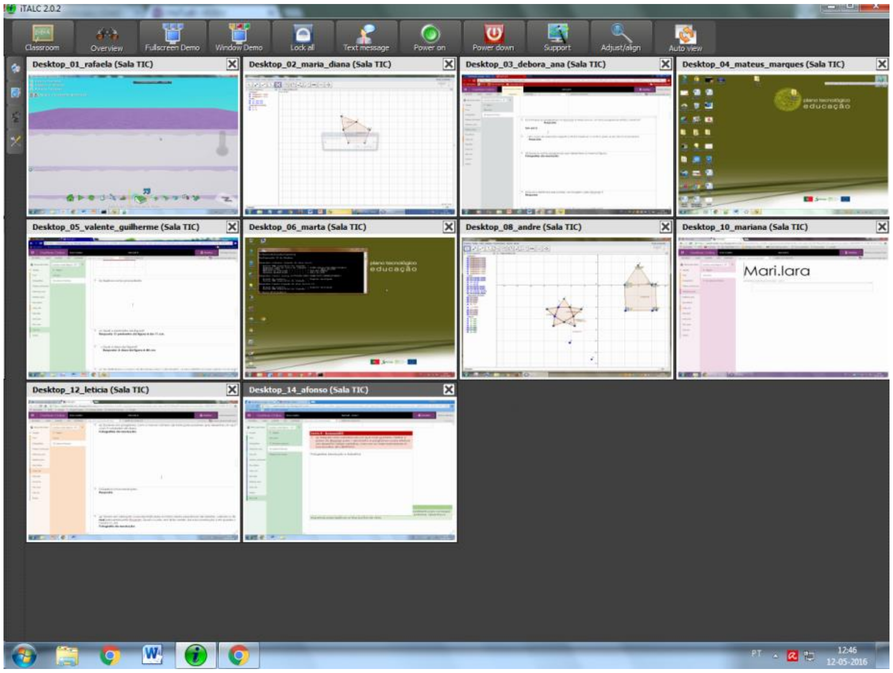
http://ftp.jrc.es/EURdoc/JRC47246.TN.pdf
Redecker, C., Ala-Mutka, K., Baciagalupo, M., Ferrari, A., & Punie, Y. (2009). *Learning 2.0: The Impact of Web 2.0 Innovations on Education and Training in Europe*. Retrieved from http://ftp.jrc.es/EURdoc/JRC55629.pdf
Robinson, K. (2011). *Out of our minds: learning to be creative*. *Out of our minds: Learning to be Creative* (2nd Editio). Chichester, West Sussex: Capstone Publishing Ltd.
Runco, M. A., & Jaeger, G. J. (2012). The Standard Definition of Creativity. *Creativity Research Journal*. http://doi.org/10.1080/10400419.2012.650092
Shirky, C. (2014). Why Clay Shirky Banned Laptops, Tablets and Phones from His Classroom. Retrieved from http://www.pbs.org/mediashift/2014/09/why-clay-shirky-banned-laptops-tablets-and-phones-from-his-classroom/
Siemens, G. (2004). *Connectivism: A Learning Theory for the Digital Age*. Retrieved from http://devrijeruimte.org/content/artikelen/Connectivism.pdf
Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, *29*(3), 75–80. http://doi.org/10.1007/s11858-997-0003-x
Speller, K. G., & Schumacher, G. M. (1975). Age and set in creative test performance. *Psychological Reports*, *36*(2), 447–450. http://doi.org/10.2466/pr0.1975.36.2.447
Stein, M. K., Engle, R. a., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313–340. http://doi.org/10.1080/10986060802229675
Tarafdar, M., Gupta, A., & Turel, O. (2013). The dark side of information technology use. *Information Systems Journal*, *23*(3), 269–275. http://doi.org/10.1111/isj.12015

ANEXOS

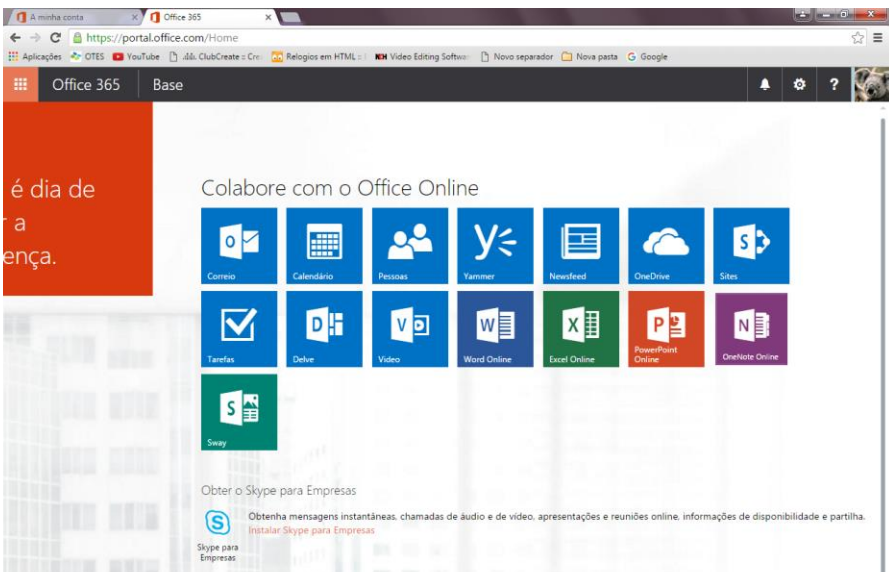
Anexo I – Organização do ambiente imersivo

a) iTALC Master com imagens dos computadores dos alunos

ISBN 978-84-945722-3-4



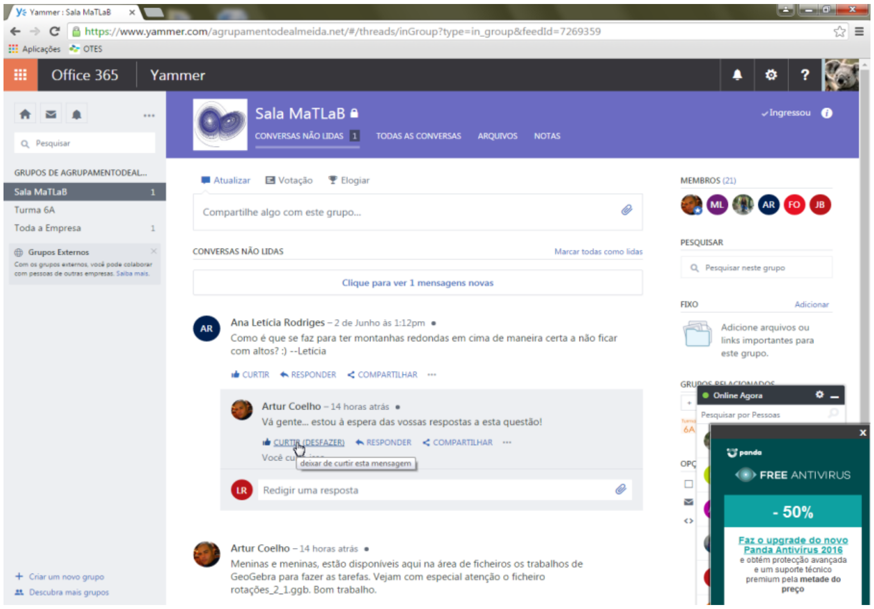
b) Plataforma Microsoft Office 365



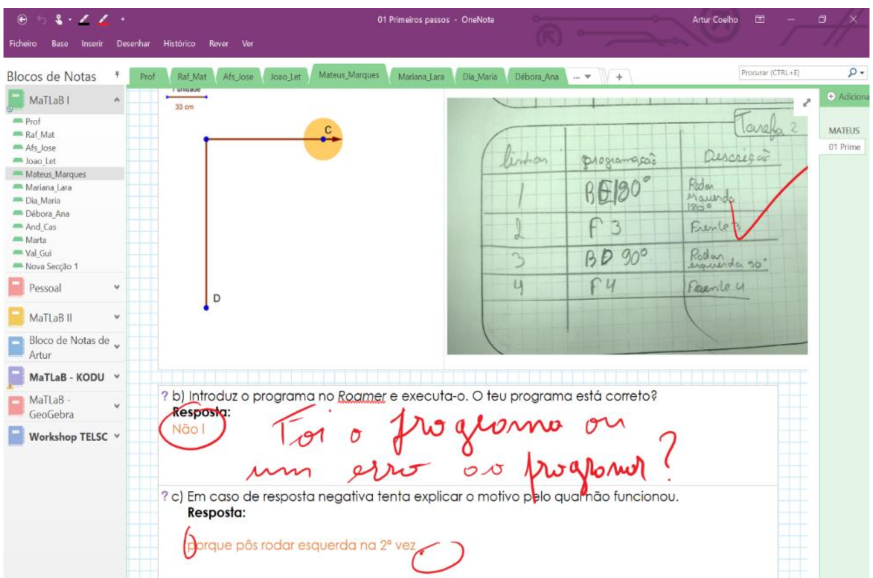
Anexo II - Interações

ISBN 978-84-945722-3-4

a) Interações na rede social *Yammer* da escola



b) Interações no OneNote na resolução de tarefas (em tempo real)

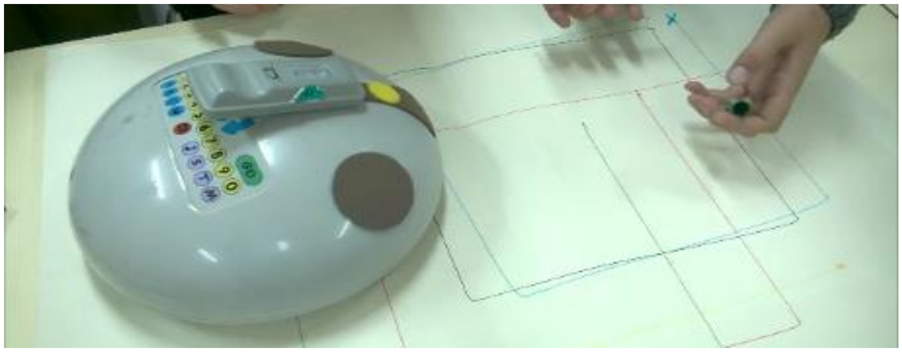


Anexo III– Exemplos de tarefas das sequências didáticas

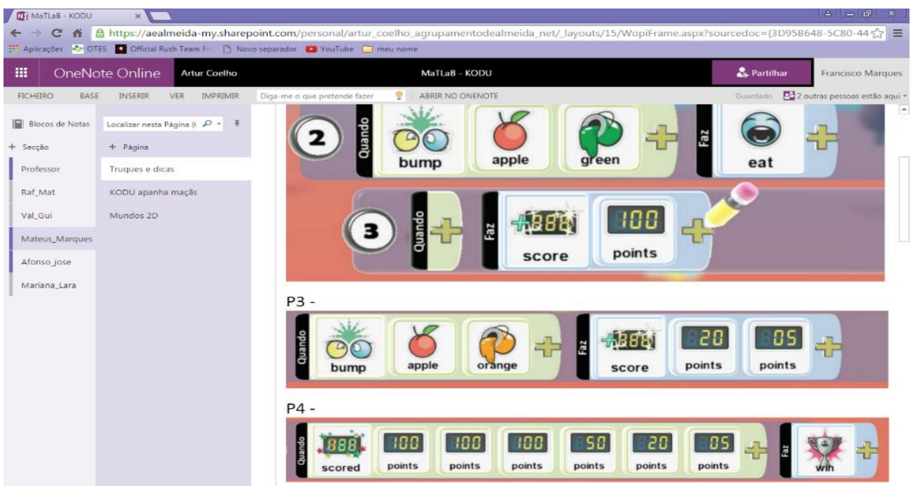
a) A primeira sequência foi implementada no início do 2.º período letivo e a primeira parte centra-se na exploração de itinerários, escalas, áreas, perímetros de figuras, entre outros tópicos, estando as tarefas orientadas para o desenvolvimento de competências básicas para operar com o robô Roamer. A segunda parte envolve conceitos relacionados com ângulos, retas, semirretas e segmentos de reta e contém tarefas mais abertas que permitem utilizar o

ISBN 978-84-945722-3-4

Roamer para desenhar figuras planas mais ou menos complexas.

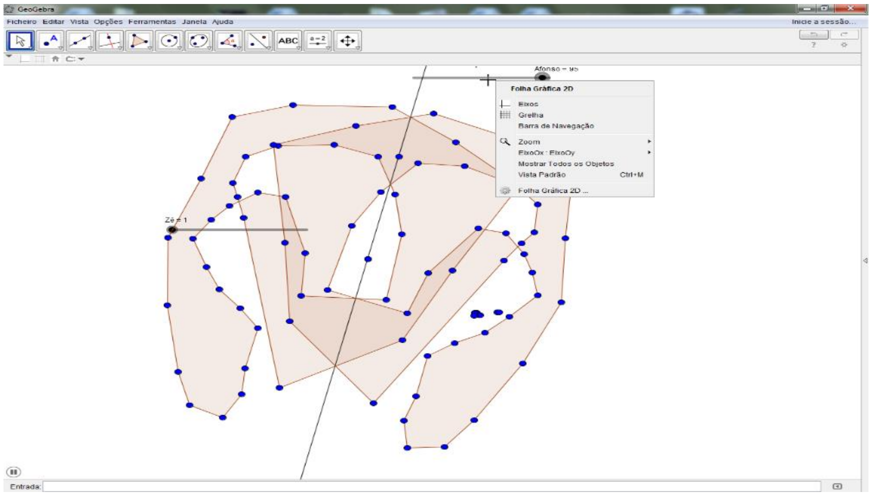


Numa terceira fase, ainda nesta sequência didática, implementaram-se tarefas de introdução à programação em *Kodu*, para o desenvolvimento do raciocínio lógico. As seguintes incluem a construção de jogos geométricos a duas dimensões, envolvendo áreas e perímetros de figuras planas, e "mundos" mais abertos e complexos a três dimensões, envolvendo volumes e capacidade.



b) A segunda sequência foi implementada no 3.º período letivo. Exige a utilização de instrumentos, papel e lápis e o *GeoGebra*, na exploração de isometrias – translação, reflexão e rotação – e de simetrias associadas às duas últimas transformações. Contém igualmente tarefas bastante abertas com diferentes possibilidades de resolução.

ISBN 978-84-945722-3-4



Anexo IV - Algumas Notas do Diário de Bordo

a) Entrada no Diário de Bordo - 14/01/2016

> *"Dois alunos solicitaram privilégios de administração do fórum no Yammer. Assumiram uma liderança natural e por isso foi-lhes atribuído esse papel."*

b) Entrada no Diário de Bordo - 20/04/2016

> *"As resoluções/produções mais originais provocavam reações percetíveis de assombro. Os outros alunos sentiam-se motivados a melhorar os seus próprios trabalhos."*

c) Entrada no Diário de Bordo - 04/02/2016

> *"Este grupo de alunos tentou resolver o problema do labirinto pelo menos cinco vezes. Alguns erros, pequenos mas críticos, não os desanimavam. A perspetiva de sucesso mantinha-os fortemente empenhados*."

d) Entrada no Diário de Bordo - 14/06/2016

> *"A totalidade dos alunos compareceu a todas as sessões do projeto apesar do seu carácter facultativo. Faziam-no com interesse e empenho nas tarefas propostas."*

Anexo V – Alguns resultados

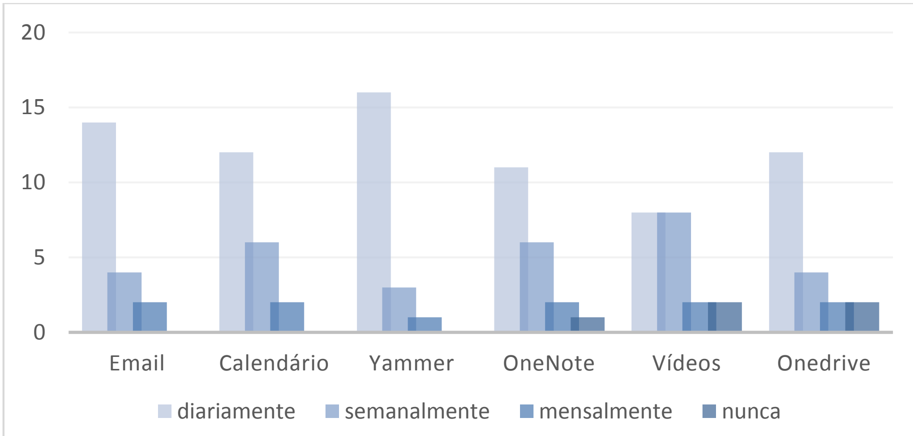
a) Resultados dos Testes Iniciais e Finais

		TI 1	**TF 1**	**TI 2**	**TF 2**
Grupo 1	Aluno a	28	46	36	51
	Aluno b	35	53	38	58
Grupo 2	Aluno c	61	68	72	79
	Aluno d	52	60	57	68

ISBN 978-84-945722-3-4

Grupo 3	Aluno e	86	91	87	95
	Aluno f	84	92	86	91

b) Frequência de utilização das aplicações do Office 365 (N.º de alunos). Fonte: QF.



VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

CB-708

Diseño e implementación de lecciones y módulo instruccional “Las aventuras de Ada y Gauss” para la enseñanza de las medidas de tendencia central y conceptos básicos de programación en nivel intermedio

María M. López Delgado
maria.lopez13@upr.edu@upr.edu
Universidad de Puerto Rico – Recinto de Río Piedras

Núcleo temático: VI. Matemáticas y su integración con otras áreas.
Modalidad: CB
Nivel educativo: 3. Nivel educativo medio o secundario (12 a 15 años)
Palabras clave: medidas de tendencia central, programación, solución de problemas, interpretación

Resumo

Este proyecto realiza una contribución en el proceso de la enseñanza de la Matemática, específicamente en el área de la Estadística Descriptiva, en el nivel intermedio. El propósito principal es el desarrollo de la interpretación de las medidas de tendencia central. También se busca exponer a los alumnos a aprender conceptos básicos de programación para que simulen los algoritmos para calcular las medidas de tendencia central. El estudio consta del diseño y creación de un módulo instruccional, acompañado de una serie de lecciones sobre las medidas de tendencia central. Algunos elementos que influenciaron el diseño del módulo y las lecciones son la importancia del contexto en la enseñanza de la Estadística, la heurística de solución de problema basada en los trabajos de Pólya (1957) y Franklin et al. (2005), el proyecto Bootstrap, y programación en parejas, entre otros. Es una investigación en curso por lo que no se presentarán resultados finales.

Introducción

Este proyecto realiza una contribución en el proceso de la enseñanza Matemáticas, específicamente en el área de la Estadística Descriptiva, en el nivel escolar intermedio. El fin principal de este proyecto es que los estudiantes aprendan los conceptos de medidas de tendencia central, y su interpretación. Además aprenderán destrezas básicas de programación para simular los algoritmos para hallar estas medidas. El estudio se divide en dos partes, el diseño y creación de un módulo instruccional, acompañado de una serie de lecciones sobre las medidas de tendencia central, y la implementación de las lecciones utilizando el módulo para enseñar la media aritmética.

El proyecto busca resolver un problema común en la enseñanza de los conceptos de análisis de datos en el nivel intermedio, el énfasis en que los estudiantes aprendan únicamente el

ISBN 978-84-945722-3-4

algoritmo de cómo hallar las medidas de tendencia central. Bremigan (2003), destaca que tradicionalmente se define la media aritmética como el resultado un algoritmo y provoca en los estudiantes una comprensión deficiente del concepto estadístico. Wild y Pfannkuch (1999) y Cobb y Moore (1997) explican que no puede haber un pensamiento estadístico sin conocer el contexto, por lo que se debe promover que los alumnos entiendan el contexto de la situación y los datos, para que así visualicen los datos no solo como números, sino con un contexto.

La mayoría de los estudiantes conocen los algoritmos para hallar las medidas de tendencia central, por lo que su nuevo reto será implementar un algoritmo de programación para que la computadora pueda calcularlas. Esto se justifica en la historia que se le presenta a los alumnos en el módulo instruccional.

A inicios del 2016, el ex-Presidente de los Estados Unidos de América, Barack Obama presentó la iniciativa *CS for All* que promueve que estudiantes de K-12 aprendan Ciencia de Cómputos (Smith, 2016). Reconoce a las Ciencia de Cómputos como la nueva destreza básica para todo individuo, para que no sigan siendo solo consumidores de tecnología sino que tengan una participación activa en el proceso de creación (Smith, 2016). En Puerto Rico ya existen organizaciones que están haciendo esfuerzos para comenzar esta iniciativa con la participación del gobierno, academia, industria y comunidad (P. Ordóñez, comunicación personal, 20 de octubre de 2016). Con el pronunciamiento del ex-Presidente Obama y los proyectos de organizaciones como *Code.org* y *Code for America*, EEUU se une a países como Estonia, Reino Unido, Singapur, entre muchos otros que llevan dos o tres años con iniciativas para crear o actualizar sus currículos (Gardiner, 2014). El objetivo de incluir la programación en este proyecto es darle la oportunidad a los alumnos a estar expuestos y aprender, aún cuando no todos quieran ejercer carreras relacionadas a las Ciencias de Cómputos.

La meta principal del proyecto es que los estudiantes aprendan con las lecciones, mientras que al utilizar el módulo instruccional, entiendan los conceptos e interpreten los resultados según el contexto de los datos. Las lecciones y el módulo instruccional le brindarán a los alumnos herramientas para el proceso de solución de problema, como son la heurística inspirada en la propuesta por Pólya (1957) y Franklin et al. en GAISE (2005), donde se estimule la interpretación. Además el módulo instruccional presenta una historia detectivesca

ISBN 978-84-945722-3-4

de dos personajes históricos, uno destacado en las Matemáticas, Carl Gauss y otro en las Ciencia de Cómputos, Ada Lovelace. Ellos servirán de narradores presentando las misiones y guiando a los estudiantes durante el proceso de solución de problemas.

Revisión de literatura

Los Puerto Rico Core Standards Programa de Matemática (2014), establecen ocho prácticas matemáticas y los estándares de contenido que los alumnos deben aprender según su grado académico. Los conceptos de media aritmética, mediana y moda se enseña a partir del sexto grado, donde los estudiantes aprenden a identificar y calcularlas las tres medidas de tendencia central (Departamento de Educación de Puerto Rico, 2014). En octavo grado los alumnos deben determinar cuál medida de tendencia central mejor describe un grupo de datos. Además deben entender la relación entre estas tres medidas.

Uccellini (1996) explica que a pesar de que muchos estudiantes conocen la fórmula para encontrar la media aritmética solo un grupo limitado entiende el concepto (p. 192). Además, los alumnos quedan con la idea equivocada de que la media es meramente el resultado de un cómputo. Peters et al (2016), explican que la media aritmética es el valor que distribuye los datos equitativamente o el punto de balance. Resaltan que los alumnos deben aprender ambos significados del concepto para un mejor entendimiento. Bremigan (2003) observa que la media aritmética se enseña como la aplicación de la división y no como un concepto estadístico. Un ejemplo es como el Departamento de Educación de Puerto Rico (2014) define la media aritmética “cociente entre la suma de los términos de una sucesión y el número de ellos.” Tanto la media aritmética como las otras medidas son definidas como su algoritmo, lo que contradice lo indicado en las expectativas relacionadas a estos conceptos.

Franklin et al. (2005) construyeron un marco de referencia para la enseñanza de la estadística con el fin de la alfabetización estadística. En este trabajo propone 3 niveles de dificultad para la enseñanza y una heurística para la solución de problemas estadísticos. Para el desarrollo de las lecciones y el módulo instruccional se utilizaran los primeros dos niveles de dificultad desarrollados por Franklin et al. (2005). Además con algunos de los pasos de su heurística y la propuesta por Pólya (1957) se construyó una que se adapte a los problemas que se solucionaran los alumnos en las lecciones y el módulo instruccional.

Existen varios proyectos donde se enseñan las matemáticas y la programación entre ellos se destaca *Bootstrap* es un currículo para la enseñanza del Álgebra I y II y programación

ISBN 978-84-945722-3-4

(Schanzer, Fisher, Krishnamurthi y Felleisen, 2015). Los alumnos diseñan programas, videojuegos, y solucionan problemas verbales sobre Álgebra y Geometría. Schanzer et al., (2015) advierte que programación no necesariamente transfiere destrezas de solución de problemas a las Matemáticas. En *Bootstrap* cada unidad integra tres nuevos componentes, un componente para el videojuego, un concepto de programación y uno matemático que se relaciona al de programación. Los estudiantes van añadiendo un componente a su videojuego y aprendiendo un concepto matemático. El currículo utiliza la heurística de Pólya, denominada como receta de diseño, que ayuda a los alumnos a definir funciones. El uso de la heurística asiste al educador identificar las dificultades de los educandos y enmarca conceptos claves en Álgebra y programación.

Muchos proyectos y organizaciones utilizan un tipo de lenguaje de programación llamado lenguaje visual. El mismo utiliza piezas parecidas a un rompecabezas que se conectan para crear un programa (Weintrop, 2015). Cada bloque tiene una palabra asociada con su función, su forma y color del bloque determina donde y como se puede usar (Weintrop & Wilensky, 2015). Algunos ejemplos de este tipo de lenguaje son *Scratch* y *Alice*, donde se puede crear animaciones o juegos (Weintrop & Wilensky, 2015). El lenguaje visual ha sido utilizado en una variedad de currículos como *Exploring Computer Science*, C*S Principals* y *Code.org*. Weintrop & Wilensky (2015) explican que se utiliza este tipo de lenguaje ya que se tiene la percepción de que es más sencillo para programadores novatos. Además explican que los estudiantes les pareció más fácil el lenguaje visual que un lenguaje tradicional, por factores como facilidad de lectura, forma y diseño visual de los bloques, fácil redacción y de recordar.

Una estrategia muy utilizada en el campo de las Ciencia de Cómputos es la programación en parejas, donde dos individuos comparten una sola computadora. Cada uno tiene roles distintos, uno es el conductor (maneja teclado y ratón) y el otro es el navegador. Esta dinámica promueve retroalimentación frecuente entre los estudiantes (Werner et al., 2013). Werner & Denner (2009), explican que en el uso efectivo de la estrategia necesita colaboración y no competitividad o dominación. Werner, Hanks y McDowell (2005), añaden que uno de los beneficios es mayor desempeño y persistencia en la programación. Werner et al. (2013) explica que es importante que el estudiante seleccione con quien va a trabajar. Además que su trabajo debe ser una tarea creativa y abierta.

Metodología

ISBN 978-84-945722-3-4

Esta sección abundará en el diseño y creación de las lecciones complementarias y el módulo instruccional. La herramienta tiene como objetivo el desarrollo conceptual, análisis e interpretación de media aritmética, mediana, moda y la selección adecuada de la medida de tendencia central dado un conjunto de datos.

Durante las lecciones y el módulo se desarrollará la destreza de solución de problemas por lo que se adaptó una heurística basada en las propuestas por Franklin et al. (2005) y Pólya (1957). La heurística será utilizada a lo largo de las lecciones para solucionar los problemas durante las actividades y en la solución de cada misión en el módulo. El primer paso es basado en el propuesto por Franklin et al. (2005) formular preguntas, durante esta etapa los estudiantes deben entender el problema y formular preguntas pertinentes a la situación, con y sin la ayuda del maestro. El segundo paso trazar el plan, utilizado por Pólya (1957), los estudiantes deben seleccionar una estrategia para solucionar el problema, entre ellos diseño para recolectar datos, o crear un diagrama. El tercer paso, basado en el trabajo de Franklin et al. (2005), análisis de datos, los alumnos deben ejecutar el plan, hallar los resultado, y en el módulo implementar el algoritmo de programación. El cuarto paso es interpretación, también basado en las aportaciones de Franklin et al. (2005), en este el alumno debe interpretar el análisis y relacionarlo con la pregunta formulada en el primer paso. El último paso es revisar, basado en la heurística de Pólya (1957), los estudiantes deben verificar su resultado e interpretación.

Se crearán cuatro conjuntos de lecciones para guiar al educador durante el proceso de enseñanza y el mejor uso del módulo. La primera lección de cada grupo consiste en la administración de pre prueba que es parte del módulo instruccional. Esta medirá los conocimientos de los estudiantes sobre el concepto matemático y programación. Luego se harán otras lecciones sobre el concepto matemático donde se realizarán actividades de conceptualización, práctica y assessment. Los alumnos estarán expuestos a problemas verbales, que siguen la teoría Educación Matemática Realista, similares a los que resolverán como parte del módulo, por lo que aprenderán y utilizarán la heurística. Durante algunos momentos en las lecciones y el módulo los educandos trabajarán en parejas asignadas por el educador. Esto les permitirá ayudarse entre sí al implementar los algoritmos de programación e interpretar los resultados. Las próximas lecciones desarrollan los conceptos de programación que necesitarán para implementar el algoritmo de programación que simule

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

el algoritmo matemático. Esto se logrará con actividades similares a las hechas con el concepto matemático, estas seguirán la modalidad *unplugged*, donde no es necesario el uso de la computadora. Una vez desarrollados los conceptos se utilizará el módulo para que los estudiantes apliquen lo aprendido a través las lecciones. Completada la misión y otros problemas de práctica los alumnos contestarán la post prueba. Esta prueba es similar a pre prueba, por lo que se medirá sus conocimientos sobre el concepto matemático, la heurística y programación.

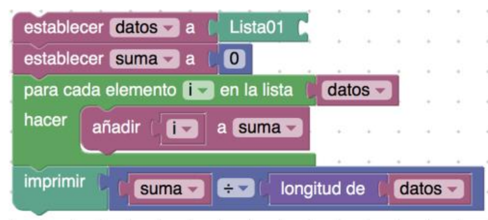
El diseño del módulo instruccional, es un software que considerará los elementos educativo, una interfaz atractiva y apropiada para los alumnos. El módulo instruccional constará de cuatro misiones. Las primeras tres exploran individualmente las medidas de tendencia central y la última misión enfatiza el identificar cuál medida de tendencia central mejor representa un grupo de datos. Cada misión seguirá el siguiente orden, (1) pre prueba, (2) repaso de conceptos, (3) misión, (4) heurística: (a) formular preguntas, (b) trazar el plan, (c) analizar datos (i)implementar algoritmo de programación, (d) interpretación, (e) revisar, (7) ejercicios de práctica, (8) post prueba. El siguiente diagrama ilustra mejor el orden de las misiones.

La motivación del módulo es una historia detectivesca con dos personajes históricos, uno destacado en las Matemáticas, Carl Gauss, y otro en las Ciencia de Cómputos, Ada Lovelace. Ellos servirán de narradores presentando las misiones y guiando a los estudiantes durante el proceso de solución de problemas. Además los personajes intervendrán y contribuirán al módulo datos históricos relevantes sobre ambas materias. Luego de tomar la pre prueba con la ayuda de Ada y Gauss, los alumnos tendrán que repasar los conceptos de cada misión. Posteriormente se les presentará la misión, el problema que los estudiantes solucionarán. Los problemas seguirán la teoría Educación Matemática Realista, donde se le presentará a los estudiantes la Matemática en situaciones realistas (Van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2014). Para cada misión habrá tres niveles de dificultad, basados en los los niveles de complejidad expuestos por Franklin et al. (2005). En el nivel 0, se le ofrecerán la pregunta y los datos en tablas o algún gráfico. El nivel 1, los alumnos tendrán las preguntas, buscarán los datos y los organizaran en tabla o algún gráfico. El nivel 2, crearán las preguntas, el

ISBN 978-84-945722-3-4

maestro deberá verificar si están correctas, buscarán los datos y los organizaran en tablas o algún gráfico.

Una vez presentada la misión los personajes guiarán a los estudiantes por los pasos de la heurística. Primero le harán preguntas para comprobar que entendieron el problema y dependiendo el nivel, los estudiantes redactarán las preguntas que deberán contestar considerando el contexto del problema verbal. Luego ayudarán a los alumnos a que establezcan un plan para solucionar la misión, utilizando sus conocimientos sobre los conceptos matemáticos y las destrezas de programación que aprendieron en las lecciones. En los niveles uno y dos, los estudiantes deberán diseñar un modelo para recolectar datos. Una vez establecido el plan los estudiantes lo implementarán en el editor del módulo. Ada y Gauss le explicarán a los alumnos cómo utilizar cada parte del editor. Este contiene los bloques de programación, un recuadro para que los estudiantes implementar sus algoritmos, otro para que visualicen los datos y un botón para que corran el algoritmo. Los estudiantes utilizarán bloques de programación, estos se identificarán, modificarán y crearán utilizando *Blockly* una librería de código abierto y gratuito de *Google* para que ellos los puedan utilizar en el editor. El siguiente conjunto de bloques presenta un algoritmo de programación que simula el algoritmo matemático para hallar la media aritmética. Una vez implementado correctamente el algoritmo, Ada y Gauss le ayudarán interpretar la de medida de tendencia central en el contexto de la misión. Le harán preguntas para que los estudiantes apliquen lo que aprendieron en las lecciones sobre la medida de tendencia central. Además deberán contestar la pregunta que fue planteada en el primer paso de la heurística. Igualmente deberán revisar su trabajo. Posteriormente, de haber revisado, se le presentarán más ejercicios de práctica donde utilizarán la heurística. Los estudiantes implementarán el algoritmo que programaron con lenguaje visual para obtener el resultado de la medida de tendencia central. Por último los alumnos realizarán la post prueba, muy parecida a la pre prueba que realizaron al principio del módulo, pero con algunos ítems diferentes.



Conclusión

Este proyecto continúa evolucionando. Cambian elementos del diseño de las lecciones y especialmente del módulo. Se espera poder completar el trabajo antes de final del año.

ISBN 978-84-945722-3-4

Además se espera probar los materiales desarrollados para la media aritmética con un grupo de futuros educadores de matemática y eventualmente con un grupo de estudiantes de nivel intermedio. Se continuará mejorando la herramienta para obtener resultados óptimos, con respecto al aprendizaje de los educandos sobre las medidas de tendencia central.

Referencias

Bremigan, E. (2003). Developing a Meaningful Understanding of the MEAN. *Mathematics Teaching in the Middle School, 9*(1), 22-26. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/41181377

Cobb, G., & Moore, D. (1997). Mathematics, Statistics, and Teaching. *The American Mathematical Monthly, 104*(9), 801-823. doi:1. Retrieved from http://www.jstor.org/stable/2975286 doi: 10.2307/2975286

Departamento de Educación de Puerto Rico. (2014). *Estándares de contenido y expectativas de grado de Puerto Rico (Puerto Rico Core Standards). Programa de Matemáticas 2014.* San Juan. PR: Autor. Recuperado de http://www.de.gobierno.pr/531-recursos-del-maestro/1851-estandaresacademicos

Gardiner, B. (2014, March 23). Adding Coding to the Curriculum. Recuperado de http://www.nytimes.com/2014/03/24/world/europe/adding-coding-to-the-curriculum.html

Peters, S. A., Bennett, V. M., Young, M. & Watkins, J. D. (2016). A Fair and Balanced Approach to the Mean. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *21*(6), 364-375. doi: 10.5951/mathteacmiddscho.21.6.0364

Pólya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Garden City, NY: Doubleday Anchor Books.

Schanze, E., Fisher, K., Krishnamurthi, S., & Felleisen, M. (2015, marzo 4-7). *Transferring Skills at Solving Word Problems from Computing to Algebra Through Bootstrap*. Presentado en ACM Technical Symposium on Computer Science Education (SIGCSE), Kansas City, MO. Nueva York, Association for Computing Machinery. doi: 10.1145/2676723.2677238

Smith, M. (2016, January 30). Computer Science For All. Recuperado de https://www.whitehouse.gov/blog/2016/01/30/computer-science-all

Uccellini, J. C. (1996, noviembre/diciembre). Teaching the Mean Meaningfully. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *2*(2), 112-115. Recuperado de ERIC. (EJ541872)

ISBN 978-84-945722-3-4

Wild, C. & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, *67* (3), 221-248. Recuperado de http://iase-web.org/documents/intstatreview/99.Wild.Pfannkuch.pdf

Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education*. (p.521-525). Dordrecht, Países Bajos: Springer.

Weintrop, D. (2015, agosto 09-13). *Comparing text-based, blocks-based, and hybrid blocks/text programming tools*. Presentado en 11th International Computing Education Research, Omaha, NE. Nueva York, Association for Computing Machinery. doi: 10.1145/2787622.2787752

Weintrop, D. & Wilensky, U. (2015, junio 21-24). *To block or not to block, that is the question: students' perceptions of blocks-based programming*. Presentado en 4th International Conference on Interaction Design and Children, Boston, MA. Nueva York, Association for Computing Machinery. doi: http://dx.doi.org/10.1145/2771839.2771860

Werner, L., Denner, J., & McDowell, C. (2005). Pair-programming helps female computer science students. *Journal of Educational Resources in Computing*, *4*(1), 1-8. Doi: 10.1145/1060071.1060075

Werner, L., & Denner, J. (2009). Pair programming in middle school: What does it look like? *Journal of Research on Technology in Education*, *42*(1), 29-49.

Werner, L., Denner, J., Campe, S., Ortiz, E., DeLay, D. , Hartl, A. C., & Laursen, B. (2013, marzo 6-9). *Pair programming for middle school students: does friendship influence academic outcomes?* Presentado en 44th ACM technical symposium on Computer science education,, Denver, CO. Nueva York, Association for Computing Machinery. doi: 10.1145/2445196.2445322

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-709

PORQUÊS MATEMÁTICOS NA SALA DE AULA

Sergio Lorenzato
slorenzato@sigmanet.com.br
Unicamp/Brasil

Núcleo temático: I – Ensino e aprendizagem da matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais
Modalidade: CB
Nível educativo: 7 – sem especificação
Palavras-chave: Porquês matemáticos. Aprendizagem significativa

Resumo
Perguntas sob a forma de porquês são inevitáveis e desejáveis na escola e, principalmente, nas aulas de Matemática. Os porquês são importantes no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, pois revelam dificuldades de alunos e de professores. Quais porquês têm sido propostos por professores que ensinam Matemática, por futuros professores de Matemática e por escolares de 6 a 17 anos de idade? E como eles se caracterizam? As respostas aos porquês propiciam a integração de conteúdos matemáticos e a interdisciplinaridade, além de facilitar a conexão entre pensamento intuitivo e dedutivo. Vários fatores devem ser considerados pelos professores na elaboração das respostas aos porquês: interpretação dos possíveis significados das perguntas; conhecimento do conteúdo matemático; conhecimento do nível de desenvolvimento do aluno; disponibilidade dos recursos didáticos adequados. Os alunos preferem as respostas baseadas na matemática visual, tais como as apresentadas neste trabalho.

1- Os porquês nas aulas

Indagar o porquê das coisas faz parte da natureza humana, e é altamente desejável que os alunos levem sua curiosidade à escola, especialmente nas aulas de Matemática, pois os porquês são uma forma importante de participação nas aulas e geralmente indicam lacunas de conhecimentos necessários à compreensão. Os porquês são, para os professores, oportunidades para que seus alunos realizem aprendizagens significativas, conforme propõe Ausubel (2003). Além disso, os porquês favorecem a integração entre os campos que constituem a Matemática, bem como a interdisciplinaridade, especialmente entre Matemática e História, Geografia, Artes e Ciências. Ainda se faz necessário acrescentar que, ao favorecer a compreensão, eles enfraquecem a necessidade de memorização sem

ISBN 978-84-945722-3-4

significado, como também diminuem as crendices sobre a Matemática, melhoram a autoestima dos alunos e a qualidade da aula do professor.

2- A mensagem dos porquês dos alunos

Na prática pedagógica, indagações como as que seguem são frequentes e aqui estão apresentadas tal qual foram propostas pelos alunos do Ensino Fundamental:

- ✓ *"Por que o zero pode emprestar, se ele é nada?"* (o professor havia dito aos seus alunos que *"o zero representa o nada, como no início da contagem"* e tentava ensinar a eles como efetuar a subtração 805 – 7, falando que o zero emprestava 1 ao 5...)
- ✓ *"Por que na divisão de duas frações devo inverter a segunda e não a primeira?"*
- ✓ *"Por que a área do triângulo é $b \times h \div 2$?"*
- ✓ *"Por que devo calcular o mínimo múltiplo comum dos denominadores de frações para somá-las, se eu consigo somá-las de um modo mais simples?"*(O aluno se referia à substituição de frações dadas com denominadores diferentes, por frações equivalentes e com denominadores iguais).

Essas perguntas indicam que seus autores receberam um tipo de ensino baseado na memorização de regras e fórmulas, e a mensagem que eles estão nos enviando por meio dos "porquês" é que o ensino deve ser redirecionado à compreensão, à construção de significados.

Os porquês seguintes, também propostos por alunos, embora de anos escolares mais avançados, nos permitem semelhantes constatações: *"Por que $-1 \times -1 = 1$?"*; *"Por que a prova dos nove não é segura?"*; *"Por que $\sqrt{2}$ é irracional e $\sqrt{4}$ não é, se os dois têm $\sqrt{\ }$?"*; *"Por que o número 1 não é primo?"*; *"Por que uma fórmula tão complicada como $\frac{4}{3}\pi r^3$?"*; *"Por que o círculo trigonométrico tem raio = 1?"*; *"Por que o nome da função trigonométrica é seno?"*; *"Por que o número e foi escolhido como base de logaritmo?"*; *"Por que os poliedros regulares são só cinco?"*; *"Por que $4! = 24$?"*;*"Por que $0! = 1$?"*.

Diante da riqueza que essas perguntas apresentam, surge de modo inevitável a seguinte questão: Como professores têm respondido aos porquês dos alunos?

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

3- Respostas de professores

Desde os meus primeiros anos de magistério colecionei perguntas dos alunos sobre Matemática e, de modo especial, aquelas cujas respostas não estavam nos livros didáticos. Ao trabalhar com a formação inicial ou continuada de professores, passei a coletar as respostas deles, bem como as perguntas dos seus alunos, o que me permitiu constatar que os alunos perguntavam os mesmos porquês, em nove países e quatorze estados brasileiros nos quais me foi possível aplicar, aos professores, um questionário (Anexo 1) constituído de 12 porquês propostos por alunos. Os resultados referentes às respostas dos professores foram os seguintes: a) 5% dos porquês receberam resposta correta; b) 80% dos porquês relativos ao currículo dos **anos iniciais** foram respondidos incorretamente pelos professores dos **anos finais** do Ensino Fundamental; c) Os maiores índices de erro recaíram sobre as questões referentes a conceitos matemáticos (Lorenzato, 1993).

Outro estudo sobre respostas de professores foi realizado com 255 professores brasileiros que lecionavam Matemática para alunos de 7 a 11 anos, por meio da aplicação de oito questões sobre geometria (ângulo, paralelismo, perpendicularidade, círculo, perímetro, área e volume), e foram produzidas 8 × 255 respostas,todas erradas (Lorenzato, 1993).

4- Tendências dos porquês

Os porquês matemáticos constituem um rico e abrangente campo para a realização de pesquisas, e as poucas já existentes revelam algumas tendências na educação matemática brasileira, como: a) os porquês (resposta) não têm sido alvo de pesquisas em nível de mestrado ou doutorado; b) os porquês (perguntas e respostas) raramente surgem em periódicos; a *Revista do Professor de Matemática* (RPM), da Sociedade Brasileira de Matemática, é a que mais tem valorizado as respostas aos porquês, conforme Moriel e Wielewski (2013); c) a geometria tem recebido poucas perguntas; d) mais de 80% dos porquês se referem a algum conceito ou a alguma convenção matemática; e) 75% dos porquês formulados pertencem à Aritmética; f) a maioria dos porquês apresentados por alunos do Ensino Médio se refere a conteúdos que constam dos programas escolares dos nove anos anteriores, ou seja, do Ensino Fundamental.

5- Alguns tipos de porquês

ISBN 978-84-945722-3-4

Os porquês (perguntas) podem ser caracterizados pelo tipo de conhecimento necessário ou predominante para a construção da resposta. Assim, por exemplo, a pergunta “Por que 4 é número par?” é **conceitual**, pois sua resposta está baseada em um conceito, o de divisibilidade. De modo semelhante, a pergunta “Por que o máximo divisor comum é menor que o mínimo múltiplo comum?” exige os conceitos de divisor e de múltiplo de número inteiro. A pergunta “Por que o quadrado é também retângulo, paralelogramo e losango?” também é conceitual. Já a pergunta “Por que a circunferência é dividida em 360 graus?” encontra resposta na História da Matemática e, por isso, é classificada como **histórica**. A resposta a “Por que número inteiro elevado a zero é igual a 1?” se apoia em uma convenção matemática, daí a pergunta correspondente ser classificada como **convencional**. Uma convenção também explica “Por que 1 litro é igual a 1 dm^3?”. Os porquês **etimológicos** são aqueles cujas respostas se baseiam na etimologia da palavra central da pergunta. Por exemplo: “Por que um grupo de dez unidades se chama dezena?”. Outros exemplos: “Por que o símbolo do conjunto dos números inteiros é Z?”; “Por que o zero se chama zero?”. Existem porquês que são meramente decorrentes de **algoritmos**. Exemplo: “Por que na conta de multiplicar devo pular uma casa para a esquerda?”. Convém observar que alguns porquês podem ser classificados em mais de uma categoria, pois elas não são disjuntas, o que mostra a riqueza da diversificação dos porquês.

6- Respostas aos porquês

Nos diálogos cotidianos entre quaisquer pessoas, geralmente as respostas se apoiam em memorização ou conhecimento específico determinado pela pergunta. No caso do ensino da Matemática, o professor deve ainda atender a uma terceira exigência: a de saber ensinar, o que vai muito além do simples responder.

Além disso, é preciso lembrar que a cada porquê podem corresponder várias respostas. Isso parece paradoxal, tendo em vista que a Matemática é tida popularmente como ciência exata. Mas a multiplicidade de respostas pode ser decorrente das diferentes concepções que professores possuem sobre Matemática ou sobre Educação Matemática; assim, respostas a uma mesma pergunta podem ser baseadas em aritmética, álgebra ou geometria; em intuição ou dedução; em números, medidas ou figuras; em redescoberta ou memorização; em manipulação de objetos físicos ou observação de imagens, entre outras preferências.

ISBN 978-84-945722-3-4

E, para responder aos porquês, faz-se necessário considerar:

6.1- Conhecimento do conteúdo matemático a que se refere a pergunta, em especial o conhecimento de conceitos. Para ilustrar a importância que os conceitos possuem no ensino de Matemática, vamos escolher o tema “frações ordinárias”. Seu ensino tem enfatizado o uso correto das regras operacionais e tem dedicado menos atenção ao conceito (divisão integral do todo e em partes iguais). Mas a não observância do conceito de fração pode gerar uma situação paradoxal, fato bem explorado por Malba Tahan em seu livro de sucesso internacional *O homem que calculava*, no capítulo primeiro, em que 35 camelos devem ser distribuídos entre três herdeiros, tal que um receba $\frac{1}{2}$, outro $\frac{1}{3}$ e outro $\frac{1}{9}$ da herança, que significam $17\frac{1}{2}$, $11\frac{2}{3}$ e $3\frac{8}{9}$ camelos. Devido aos herdeiros não concordarem com a perda das frações (partes) de camelos, o “homem que calculava” acrescentou um camelo seu aos 35 e, com 36 no total, os herdeiros concordaram em receber 18, 12 e 4 camelos. Assim resolvido, sobraram 2 camelos para o “homem que calculava”, pois 18 + 12 + 4 = 34. Nesse caso, o todo não foi integralmente dividido, pois $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$ não resultam em um inteiro, e daí o paradoxo final. Além disso, o termo “fração” possui, na linguagem popular, a conotação de pedaço, de parte qualquer, enquanto o conceito matemático de fração exige que o inteiro ou total seja dividido em partes iguais.

A falta de atenção com conceitos pode produzir enganos, como:

- ✓ Frações ordinárias representam números menores que 1.
- ✓ Os números primos são ímpares.
- ✓ Os segmentos de medidas 5 cm, 7 cm e 15 cm podem formar um triângulo escaleno e 5 cm, 5 cm e 5 cm podem formar um triângulo equilátero.
- ✓ Os quadriláteros de quatro lados iguais se chamam quadrados.

6.2- Análise da pergunta

Por mais simples que seja, ela pode ter ou representar diferentes significados dados pelos alunos. É o caso da pergunta: *“Por que π vale 3,14?”*. O aluno pode ter em mente: Por que π vale esse valor? π é um número decimal exato? Quem descobriu o π e como fez para calculá-lo? Por que tenho que saber que π = 3,14? Por que π é constante para todas as circunferências, se elas variam de tamanho?”.Portanto, um mesmo porquê pode merecer diferentes respostas, o que reforça a necessidade de análise da pergunta.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

6.3- Adequação da resposta ao nível de desenvolvimento dos alunos

Este item merece uma atenção especial do professor, pois alunos em diferentes níveis de desenvolvimento necessitam de diferentes modos de ensino. Tomemos como exemplo a pergunta: “Por que a soma dos três ângulos do triângulo dá 180 graus?”:

a) se o aluno estiver no primeiro nível de pensamento geométrico, conforme Van Hiele (1986), essa indagação poderá ser respondida por meio de manipulação de uma figura de forma triangular dobrável, tal que o aluno visualize a justaposição dos três ângulos formando um ângulo de 180 graus, conforme as Figuras 1 e 2 mostram:

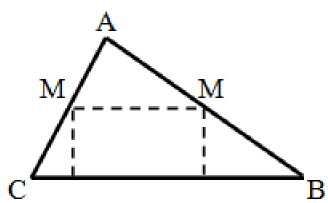


Figura 1

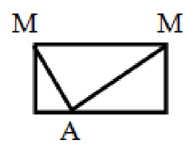


Figura 2

b) para outros alunos, a questão parece estranha, pelo fato de a soma dos ângulos se manter constante (180 graus), apesar da variação dos ângulos. As Figuras 3 e 4 podem auxiliá-los na percepção de que o aumento de um ângulo causa a diminuição dos outros:

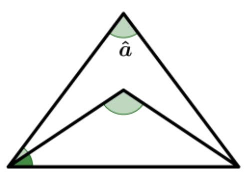


Figura 3

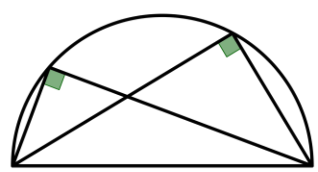


Figura 4

c) e para outros alunos, ainda, a resposta está na demonstração lógica apoiada no paralelismo de uma reta ***a*** à base do triângulo, conforme a Figura 5:

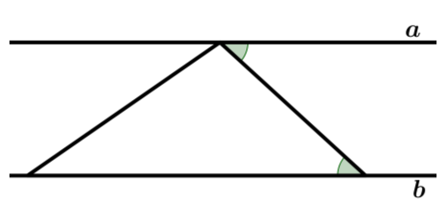


Figura 5

6.4- Surpresas são possíveis

É importante observar que os alunos podem descobrir respostas válidas e diferentes das esperadas pelo professor. Por exemplo, foi o que ocorreu durante o estudo cujo objetivo era trabalhar a soma dos ângulos do triângulo, mas, diante das Figuras 1 e 2, alguns alunos inesperadamente concluíram que:

- ✓ o triângulo pode ser transformado em dois retângulos;
- ✓ o triângulo pode ser decomposto em três triângulos e um retângulo;
- ✓ qualquer triângulo pode ser decomposto em quatro triângulos semelhantes;
- ✓ a área do triângulo é o dobro da área de um retângulo;
- ✓ se os ângulos dos triângulos somam 180º, então a soma dos ângulos dos quadriláteros é sempre 360 graus;
- ✓ para calcular a soma dos ângulos internos de qualquer polígono, é só subdividi-lo em triângulos (cuidado!). Baseados nesta informação, alguns alunos propuseram a seguinte questão: *"A soma dos ângulos internos do pentágono é 3 vezes 180 ou 5 vezes 180 graus?"* (Figuras 6 e 7)

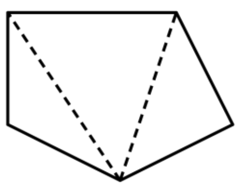


Figura 6

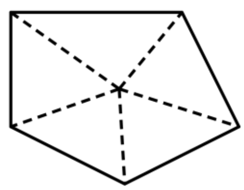


Figura 7

Para finalizar

Os porquês são fundamentais no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, tanto para o professor como para o aluno, e por isso devem estar presentes nos cursos de formação docente, tanto inicial (licenciatura) como contínua (em exercício); nas Propostas Curriculares oficiais; nos livros didáticos; e nas salas de aula. Os porquês podem transformar fracassos em sucessos.

Referências bibliográficas

Ausubel, D. P. (2003, janeiro). *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva* (Lígia Teopisto, trad., ISBN 972-707-364-6). Lisboa, PT: Plátano Edições Técnicas.

Lorenzato, S. (1993, março). Os "porquês" matemáticos dos alunos e as respostas dos

ISBN 978-84-945722-3-4

professores. *Pro-Posições*, *4*(1[10]), 73-77. ISSN 0103-7307.

Moriel Junior, J. G., & Wielewski, G. D. (2013, setembro/dezembro). Porquês matemáticos na Revista do Professor de Matemática. *Revista de Educação Pública*, *22*(51), 975-998. ISSN 2238-2097. http://periodicoscientificos.ufmt.br/ojs/index.php/educacaopublica/article/view/1266/1018/Consultado 15/01/2017.

Tahan, M. (1958). *O homem que calculava* (18a ed.). Rio de Janeiro: Conquista.

Van Hiele, P. (1986). *Structure and insight: a theory of mathematics education*. New York: Academic Press.

Anexo 1

Teste para professores sobre porquês matemáticos

Que resposta você daria para seus alunos às seguintes questões?

1- Por que para fazer a conta 23 × 31 devo pular casas para a esquerda?

2- Por que o “0” é chamado zero?

3- Por que o “5” é dessa forma?

4- Por que o mínimo múltiplo comum é sempre maior ou igual ao máximo divisor comum de dois números?

5- Por que não posso dividir um número por zero?

6- Por que para dividir frações devo multiplicar a primeira pela segunda invertida?

7- Por que a área do losango é calculada pela fórmula (D × d) ÷ 2?

8- Por que π é igual a 3,14?

9- Por que o cálculo da raiz quadrada de um número deve ser feito da maneira que está escrita nos livros?

10- Por que um número negativo vezes um número negativo dá um número positivo?

11- Por que $\sqrt{a}$ + $\sqrt{b}$ não é $\sqrt{a+b}$?

12- Por que $\sqrt{2}$ × $\sqrt{2}$ = 4, mas $\sqrt{2}$ + $\sqrt{2}$ ≠ 4?

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-712

LA GEOMETRÍA DEL TRIÁNGULO PARA ALUMNOS DE ALTAS CAPACIDADES MATEMÁTICAS

María Arroyo Castilleja, Juan Núñez Valdés, Ana Pámpano Muñiz

maria_ac_90@hotmail.com, jnvaldes@us.es, anapammun22@gmail.com

Dpto. Geometría y Topología, Facultad de Matemáticas, Universidad de Sevilla, España.

Comunicación Breve

Secundaria y Bachillerato

Núcleo temático V: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Palabras clave: Elementos notables del triángulo; Baricentro; Recta de Euler; Triángulo de Napoléón

RESUMEN: Esta comunicación, centrada en la atención a la diversidad en el aula, muestra una actividad de ampliación teórico-práctica relacionada con la geometría del triángulo, que se dirige a los alumnos de altas capacidades matemáticas de la clase. Su objetivo principal es darles a conocer a estos alumnos los elementos más relevantes de un triángulo, como pueden ser los puntos y rectas notables del mismo: circuncentro, ortocentro, baricentro e incentro, rectas de Euler y de Simson, las circunferencias que se pueden obtener sobre el mismo como son, aparte las circunferencias inscrita y circunscrita, las circunferencias de 6 y 9 puntos y las de Tucker y Taylor, y los triángulos asociados al mismo, como el órtico y el de Napoleón. Sobre todos estos elementos notables, los alumnos desarrollarán un estudio teórico, que les permitirá descubrir sus principales propiedades, y otro práctico, con la ayuda de cualquier programa de Geometría Dinámica (en la comunicación se ha usado Geogebra) que les facilitarán su propia investigación sobre todos estos elementos, pudiendo ellos mismos llegar en su caso a obtener nuevas propiedades de estos elementos o incluso descubrir otros nuevos mediante la manipulación de las figuras que vayan obteniendo con esos programas.

ISBN 978-84-945722-3-4

INTRODUCCIÓN

Por diversidad pueden entenderse las diferencias que presenta el alumnado ante los aprendizajes escolares, en cuanto a aptitudes, intereses, motivaciones, capacidades, ritmos de maduración, estilos de aprendizaje, experiencias y conocimientos previos, entornos sociales y culturales, etc. Estos aspectos conforman tipologías y perfiles en el alumnado que deben determinar en gran medida la planificación y la acción educativa.

Sin embargo, esta atención a la diversidad es un apartado al que generalmente no se le presta demasiada atención, siendo sin embargo fundamental para una correcta elaboración y puesta en práctica de una Unidad Didáctica. Ciertamente, es uno de los grandes retos para el sistema educativo y en concreto para los centros escolares, ya que requiere el ajuste de la intervención educativa a las necesidades reales del alumnado para asegurar una acción educativa de calidad, lo cual exige a los centros y al profesorado una importante tarea de reflexión y de trabajo.

Esta comunicación está dirigida a los profesores de Matemáticas de Secundaria y Bachillerato que deseen interesar a sus alumnos de altas capacidades matemáticas en el conocimiento de los elementos notables de un triángulo.

El desarrollo de la actividad que se propone podría llevarse a cabo en dos partes. En la primera, bien los propios profesores les explicarían a esos alumnos el contenido teórico que deben conocer para realizarla adecuadamente, o bien les propondrían a los alumnos que fuesen ellos mismos los que obtuviesen ese contenido investigando para ello en diferentes fuentes, tanto de tipo bibliográficas como informáticas o en red.

En una segunda parte de la actividad, ya se pasaría al aspecto práctico de la misma, enseñándoles en primer lugar el profesor a esos alumnos los fundamentos más básicos de funcionamiento de cualquier programa de geometría dinámica (nosotros hemos usado Geogebra para la comunicación, si bien puede usarse cualquier otro, como Cabrí-Geómetre, por ejemplo) y pidiéndoles después que fuesen ellos mismos los que hiciesen uso de ese programa para visualizar y sacar conclusiones de toda la teoría aprendida.

ISBN 978-84-945722-3-4

Pasamos ahora a tratar el contenido teórico que se desea que los alumnos aprendan, dejando, por razones de extensión, la descripción de los programas de Geometría Dinámica utilizados para mostrar ese contenido para la exposición de la comunicación. Para mayor información, consúltese (1,2) y (web1).

1. PUNTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO

1.1 EL CIRCUNCENTRO

El circuncentro es el punto de intersección de las tres mediatrices del triángulo (recuérdese que la mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al mismo que pasa por el centro de dicho segmento).

Las principales propiedades de este punto notable del triángulo son las siguientes:

- El circuncentro es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo, es decir, de la circunferencia exterior al triángulo que pasa por sus tres vértices.

- En el caso de un triángulo acutángulo, el circuncentro es ínterior al triángulo.

- En el caso de un triángulo obtusángulo, el circuncentro es exterior al triángulo.

- En el caso de un triángulo rectángulo, el circuncentro es el punto medio de la hipotenusa.

1.2 EL ORTOCENTRO

El ortocentro es el punto de intersección de las tres alturas del triángulo (recuérdese que las alturas de un triángulo son las rectas perpendiculares a cada lado que van desde el vértice opuesto a ese lado (o a su prolongación). También pueden entenderse como la distancia de un lado al vértice opuesto.

Las principales propiedades de este punto notable del triángulo son las siguientes:

- En un triángulo rectángulo, el ortocentro coincide con el vértice que forman los dos catetos.

- El ortocentro podría estar en el exterior del triángulo, en el caso de que este triángulo sea obtusángulo. En los triángulos acutángulos, el ortocentro será un punto interior.

1.3 EL BARICENTRO

ISBN 978-84-945722-3-4

El baricentro es el punto de intersección de las tres medianas del triángulo (recuérdese que las medianas de un triángulo son las rectas que van desde cada vértice al punto medio del lado opuesto en el triángulo).

Las principales propiedades de este punto notable del triángulo son las siguientes:

- El baricentro, también denominado centro de gravedad del triángulo o centroide, dista dos tercios de cada vértice y un tercio del lado opuesto, es decir, la distancia del baricentro a cada vértice es de 2/3 la longitud de cada mediana.

- En Física, el baricentro sería el centro de gravedad del triángulo (de ahí su otro nombre).

- El baricentro está siempre en el interior del triángulo.

1.4 EL INCENTRO

El incentro es el punto de intersección de las tres bisectrices interiores del triángulo (recuérdese que las bisectrices interiores de un triángulo son las rectas que dividen, respectivamente, a cada uno de sus ángulos en dos partes iguales).

Como principal propiedad de este punto notable del triángulo, indicar que el incentro es el centro de la circunferencia inscrita al triángulo, es decir, de la circunferencia interior al triángulo tangente a sus tres lados.

1.5 LOS EXINCENTROS

Los exincentros de un triángulo son los tres puntos exteriores al mismo que equidistan (igual distancia) de las rectas que contienen a los lados del triángulo.

La principal propiedad de estos tres puntos de un triángulo es que cada exincentro es el centro de la circunferencia exinscrita al triángulo, que es aquella circunferencia cuyo centro es un excincentro y es tangente a los lados del triángulo o a sus prolongaciones.

Una vez ya definidos estos puntos notables de un triángulo, se indican a continuación algunas propiedades que relacionan a algunos de ellos entre sí.

- En un triángulo equilátero el circuncentro, ortocentro, baricentro e incentro coinciden en un mismo punto interior, que está a la misma distancia de los tres vértices.

ISBN 978-84-945722-3-4

- A consecuencia de lo anterior, en un triángulo equilátero, el centro de la circunferencia circunscrita es el baricentro y la altura coincide con la mediana, por lo que el radio de la circunferencia es igual a dos tercios de la longitud de la altura.

- La distancia del ortocentro al baricentro es el doble que la del baricentro al circuncentro.

2. RECTAS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO

2.1 LA RECTA DE EULER

Es la recta que une el circuncentro, el ortocentro y el baricentro de un triángulo.

Sus principales propiedades son las siguientes:

- Sobre ella, el baricentro dista doble distancia del ortocentro que del circuncentro.

- En triángulos equiláteros, esta recta contiene también al incentro del triángulo, es decir, en un triángulo equilátero los cuatro primeros puntos notables indicados están alineados.

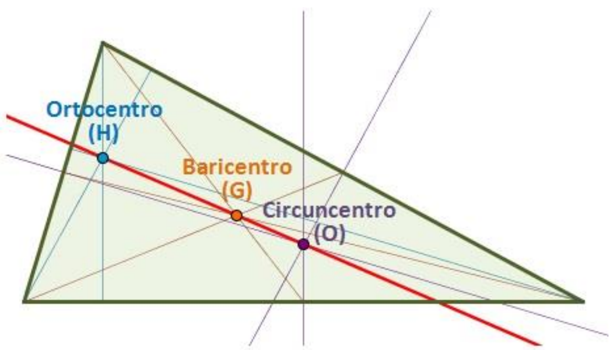


Figura 1. La recta de Euler.

2.2 LA RECTA DE SIMSON

Es la recta que une los pies de las rectas perpendiculares a los lados de un triángulo trazadas desde cualquier punto arbitrario de la circunferencia circunscrita a dicho triángulo. Es también conocida con el nombre de *recta de Wallace-Simson*.

Las principales propiedades de esta recta son las siguientes:

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

- Si desde un punto P se trazan perpendiculares a los lados de un triángulo o a sus prolongaciones, los respectivos pies de las perpendiculares estarán alineados si y sólo si el punto P pertenece a la circunferencia circunscrita del triángulo (este enunciado se conoce con el nombre de Teorema de Wallace-Simson).

- La recta de Simson de un vértice del triángulo es la altura del triángulo trazada desde ese mismo vértice, mientras que la de un punto diametralmente opuesto a un vértice es el lado formado por los otros dos vértices.

- El ángulo formado entre las rectas de Simson de dos puntos P, Q es exactamente igual a la mitad del ángulo central del arco PQ.

- La línea de Simson de un punto P pasa por el punto medio del segmento PH, donde H es el ortocentro del triángulo. Además, dicho punto de intersección está sobre la circunferencia de los nueve puntos (ver más adelante).

3. TRIÁNGULOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO

3.1 EL TRIÁNGULO ÓRTICO

El Triángulo órtico de un triángulo dado es el triángulo formado por los pies de sus alturas sobre sus lados.

Las principales propiedades de este triángulo órtico de un triángulo son:

- Obviamente, no existe el triángulo órtico de un triángulo rectángulo.

- Los lados de un triángulo acutángulo son las bisectrices exteriores de su triángulo órtico.

- Los vértices de un triángulo son los exincentros de su triángulo órtico.

- Las alturas de un triángulo acutángulo son las bisectrices interiores de su triángulo órtico.

- Si un triángulo es obtusángulo, sus alturas son una bisectriz interior y dos exteriores y sus lados son las restantes bisectrices de su triángulo órtico.

4. CIRCUNFERENCIAS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO

Aparte las circunferencias ya definidas anteriormente que se pueden considerar en un triángulo, como la inscrita, circunscrita y exinscrita, existen otras circunferencias notables en un triángulo. Entre ellas, pueden ser citadas las siguientes.

ISBN 978-84-945722-3-4

4.1 LA CIRCUNFERENCIA DE 6 PUNTOS

Es la circunferencia que pasa por seis puntos notables en un triángulo: los tres vértices y los tres puntos de intersección de la mediatriz de cada lado con la bisectriz que pasa por el vértice opuesto.

Las principales propiedades de esta circunferencia son:

- Su nombre se debe a que pasa por esos seis puntos notables ya indicados del triángulo, aunque obviamente, por propia definición, esta circunferencia no es más que la propia circunferencia circunscrita del triángulo

4.2 LA CIRCUNFERENCIA DE 9 PUNTOS

Esta circunferencia notable en un triángulo es la circunferencia que pasa por los siguientes nueve puntos notables de un triángulo: los tres pies de las alturas del triángulo, los tres puntos medios de sus lados y los tres puntos medios de los segmentos de altura comprendidos entre cada vértice y el ortocentro. Su nombre deriva del hecho que la circunferencia pasa por nueve puntos notables, seis de ellos sobre el mismo triángulo (salvo que el triángulo sea obtusángulo).

Esta circunferencia fue denominada con ese nombre por Poncelet, si bien algunos geómetras franceses la llaman *circunferencia de Euler* y los geómetras alemanes la denominan *circunferencia de Feuerbach*.

Las principales propiedades de esta circunferencia (véase Figura 2) son:

- La circunferencia de 9 puntos de un triángulo es homotética a la circunferencia circunscrita, siendo el centro de homotecia el ortocentro del triángulo y 2 la razón de la homotecia (este concepto de *homotecia* habría que explicárselo a los alumnos).

- El centro de la circunferencia de 9 puntos se halla sobre la recta de Euler del triángulo.

- La circunferencia de 9 nueve puntos es tangente exterior a los círculos exinscritos al triángulo y la circunferencia inscrita al triángulo es tangente interior a la circunferencia de 9 puntos.

ISBN 978-84-945722-3-4

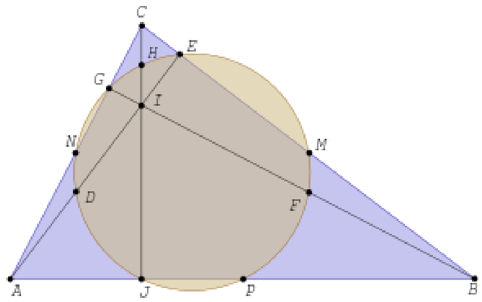


Figura 2. La circunferencia de 9 puntos

4.3 LA CIRCUNFERENCIA DE TUCKER

La circunferencia de Tucker es la circunferencia que pasa por 6 puntos de un triángulo, siendo uno de ellos un punto cualquiera de un lado del triángulo y los restantes los puntos obtenidos al trazar a partir de él, sucesiva y alternadamente, segmentos paralelos y antiparalelos a los lados.

Esta circunferencia, que por cierto generaliza a la siguiente de Taylor, generaliza también a la circunferencia del coseno y a la de Lemoine, pudiéndose ver esta última como una familia de círculos obtenidos por desplazamientos paralelos de los lados del coseno correspondiente o del hexágono de Lemoine (web1).

4.4 LA CIRCUNFERENCIA DE TAYLOR

La circunferencia de Taylor es la circunferencia que pasa por los pies de las perpendiculares trazadas desde los pies de las alturas a los lados del triángulo.

Una propiedad principal de esta circunferencia es que es una circunferencia de Tucker.

5. TRIÁNGULOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO

En un triángulo dado también se pueden considerar otros triángulos notables, relacionados con él. Entre ellos, pueden ser citados los siguientes.

5.1 LOS TRIÁNGULOS DE NAPOLEÓN: EXTERIOR E INTERIOR

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

El triángulo de Napoleón exterior (respectivamente, interior) de un triángulo es el triángulo cuyos vértices son los baricentros de los tres triángulos equiláteros exteriores (respectivamente, interiores) construidos sobre los lados del triángulo inicial.

Las principales propiedades de estos dos triángulos son las siguientes:

- Tanto el triángulo de Napoleón exterior de un triángulo como el interior son triángulos equiláteros.

- La diferencia entre las áreas de los triángulos de Napoleón exterior e interior de un triángulo dado es igual al área de dicho triángulo.

Bibliografía

- H.S.M. Coxeter, S.L. Greitzer. Retorno a la Geometría. Serie «La tortuga de Aquiles», No.1, otoño 1993. Proyecto Euler. Traducción al español de Geometry Revisited, editado por la Mathematical Association of America.

- A.I. Fetísov. Acerca de la demostración en geometría, Eitorial Mir Moscú (1980).

- web1. (2017). Recuperado 25 de marzo de 2017 de

http://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/centros-triangulo/.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-713

PRÁTICAS DE ENSINO DE MATEMÁTICA: A SALA DE AULA UNIVERSITÁRIA ANTECIPANDO AÇÕES E POSTURAS DOCENTES PARA O ENSINO MÉDIO

Vivilí Maria Silva Gomes
vivili.gomes@ufabc.edu.br
Universidade Federal do ABC (UFABC), Brasil

Núcleo temático: Formação do Professor de Matemática
Modalidade: CB
Nivel educativo: Formação e Atualização Docente
Palavras-chave: formação de professores, práticas de matemática, observação participante, ensino médio.

Resumo

Este trabalho trata de ações realizadas na sala de aula universitária em Práticas de Ensino de Matemática para o Ensino Médio do Curso de Licenciatura em Matemática da UFABC, entre os anos de 2013 e 2014. Nesse contexto, teoria e prática foram aproximados, permitindo um ambiente colaborativo entre os discentes acompanhados pela docente. Numa abordagem de pesquisa qualitativa, por meio de observação participante, os dados foram coletados sob o ponto de vista da integração entre pesquisa e formação, entendida como um modelo de experiência para o trabalho coletivo a ser desenvolvido no Ensino Médio numa perspectiva de educação cidadã. A metodologia da pesquisa em ensino trouxe como dados, as informações dos estudantes, sua produção e narrativas. As aulas foram orientadas de forma à respeitar a cultura escolar dos discentes, numa abordagem etnomatemática de sala de aula, na qual os futuros professores trouxeram conhecimentos para o trabalho coletivo, fundamentando-os teoricamente e discutindo algumas problemáticas pedagógicas de forma ativa. Essas discussões seguiram um movimento em dois sentidos, prospectivo e retrospectivo, com contínua construção e avaliação. Os resultados, ainda em análise, apontam para uma síntese dessas ações formativas numa perspectiva de práxis.

A formação de professores que ensinam Matemática

Os dilemas enfrentados pelos professores em suas atribuições nos cursos de formação docente, inicial ou continuada, pertencem ao espectro de problemáticas estruturais que afetam as escolas em todos os níveis de ensino na Educação Básica e no Ensino Superior. Vivemos tempos em que conciliar demandas globais, resultantes da cultura científico-tecnológica em rápida evolução na contemporaneidade, com aspectos de cada escola que conserva elementos culturais locais múltiplos, torna-se uma tarefa complexa e repleta de incertezas. A tarefa da escola e do professor nesse terreno movediço deve atender à essas

ISBN 978-84-945722-3-4

demandas globais e locais, ao mesmo tempo, com adequação constante às rápidas mudanças que se processam . Isso exige um esforço dos centros formadores e de seus docentes em rever currículos e ações efetivas de formação no sentido de atender a essas novas exigências. Diz Imbernón (2011):

> A formação do professor se fundamentará em estabelecer estratégias de pensamento, de percepção, de estímulos; estará centrada na tomada de decisões para processar, sistematizar e comunicar a informação. Desse modo, assume importância a reflexão sobre a prática em um contexto determinado, estabelecendo um novo conceito de investigação, em que a pesquisa qualitativa se sobrepõe a quantitativa. Finalmente, insiste-se no estudo da vida em sala de aula, no trabalho colaborativo como desenvolvimento da instituição educativa e na socialização do professor (p.41).

Em se tratando de Brasil, apesar das demandas globais, a educação se mantém impregnada de fortes raízes históricas marcadas por um processo de exclusão social. Segundo Araújo:

> As práticas curriculares, avaliativas e de gestão das escolas brasileiras vêm, ao longo da história, corroborando um contexto de exclusão de um enorme contingente de brasileiros da plenitude de significado do direito à educação composto pelo acesso, pela permanência e pela qualidade para todos.(2011, p. 288)

Essa conjuntura histórica reflete-se hoje no país em políticas educacionais que se empenham em estabelecer metas para combater esses problemas estruturais presentes em todos os níveis de ensino da escola brasileira (SAVIANI, 2009; ARAÚJO, 2011) . Para superar essa condição, porém, somente o estabelecimento e cumprimento de dispositivos legais não é o suficiente. Depende, outrossim, de mudanças posturais nas relações pedagógicas, que sejam mais horizontais nas salas de aula e nas escolas, onde sejam faladas e ouvidas as diferentes *vozes silenciadas* de *culturas negadas*.

O caso específico do ensino da matemática tem suscitado intensas discussões em diversos contextos sobre o papel excludente que desempenha na educação (KNIJNIK, 2004; D’AMBRÓSIO, 2010). A matemática escolar, em parte, legitima o papel dos saberes hegemônicos na engrenagem social. Entretanto, um outro movimento pode ser feito. Um movimento dialético entre saberes hegemônicos e saberes negados, no qual se localiza a função primordial de docentes comprometidos com a mudança, e não com o *status quo* (FREIRE, 2011). Um movimento em sintonia com os objetivos fundamentais da educação colocados por D’Ambrósio (2010): “facilitar que cada indivíduo atinja o seu potencial e

ISBN 978-84-945722-3-4

estimular cada indivíduo a colaborar com outros em ações comuns na busca do bem comum." (p.68). Enfim, uma matemática cidadã!

Nesse quadro é que situamos a formação de professores de matemática no Brasil, que sem se distanciar dos aspectos históricos pontuados por Saviani (2009) se agrava pelas características específicas da matemática, tida como *lócus* de elitização do ensino com caráter excludente. Segundo Fiorentini (2003):

> Dentre os profissionais da educação, o professor de matemática talvez seja aquele que mais sofre críticas. Os formadores de professores têm sido acusados, com frequência, de não atualizarem os cursos de licenciatura e de não viabilizarem uma efetiva formação contínua que rompa com a tradição pedagógica.(p.10)

Romper com essa tradição pedagógica para além do discurso, é o que nos move no nosso trabalho docente. Buscamos trabalhar no sentido de construir um ambiente colaborativo com os estudantes de forma a provocar momentos de reflexão no contexto das Práticas de Ensino de Matemática sobre tendências em educação matemática, estudando possibilidades de ações dos futuros docentes no sentido da mudança no atual contexto do ensino da matemática na escola, por meio do fortalecimento de posturas docentes reflexivas e críticas.

Assim, o objetivo da pesquisa é investigar o caminho trilhado nas referidas aulas no sentido do *ser professor* de matemática, identificar elementos de reflexividade e criticidade nas posturas assumidas pelos alunos nessa construção do *ser professor,* além de vislumbrar uma proposta de caminho formativo para o professor de matemática em formação inicial. O aporte teórico-metodológico de carácter qualitativo identifica a observação participante (LÜDKE, 2001; LÜDKE e ANDRÉ, 2013) da docente como pesquisadora imersa num ambiente de aprendizagem colaborativa no qual os estudantes se aventuram nos caminhos de solucionar as questões insurgentes na sala de aula sobre a organização do ensino e as escolhas do professor, apoiados em guias teóricos mediando essas escolhas. Neste artigo, parte dessa pesquisa é apresentada por meio da descrição e síntese do caminho seguido na sala de aula universitária.

Práticas de Ensino de Matemática: caminho de formação e pesquisa

As Práticas de Ensino de Matemática incluem-se nas componentes curriculares didático-pedagógicas específicas do Curso de Licenciatura em Matemática da UFABC

ISBN 978-84-945722-3-4

(UFABC, 2010). Estão vinculadas ao Estágio Supervisionado do Curso e constituem-se num conjunto de cinco componentes curriculares distribuídas na sua matriz curricular.

Este trabalho situa-se no contexto da componente curricular Práticas de Ensino de Matemática I que foi ministrada pela autora em duas turmas do período noturno nos anos de 2013 e 2014, denominadas para efeito de organização de T2013 e T2014, respectivamente. As aulas com carga horária de 3h semanais aconteceram no Laboratório de Práticas de Ensino de Matemática e Cognição (LAPEMC) com infraestrutura para a realização de aulas teóricas e práticas com 25 alunos e recursos materiais diversos.

O grupo de discentes de Práticas de Ensino de Matemática I mostra-se bastante heterogêneo tanto do ponto de vista de interesses profissionais que os motivam a estarem em uma diversidade de cursos ofertados na UFABC, bem como de histórias pessoais, em particular, educacionais, que vêm compor a memória do coletivo da sala de aula universitária, proporcionando uma riqueza de contribuições individuais que se mesclam ao conhecimento epistemologicamente construído e proporcionado pelo ambiente acadêmico no processo de aprendizagem.

A docente tem como princípio básico integrar pesquisa e formação na busca da construção de uma ação efetiva em sala de aula que respeite o referencial cultural dos alunos numa abordagem etnomatemática de sala de aula (D'AMBRÓSIO, 2007 e 2010; KNIJNIK *et al*, 2012). Visa também fornecer, aos professores em formação inicial, os elementos para desenvolverem atividades, junto a seus pares e em serviço, futuramente, com autonomia e emancipação (FREIRE, 2011; IMBERNÓN, 2011; CONTRERAS, 2012).

Caminhando: o cenário colaborativo da sala de aula universitária

A construção do cenário colaborativo em sala de aula envolveu o planejamentoo de ações tendo como referência prévia, no primeiro contato com as turmas, as propostas temáticas relacionadas ao ensino de matemática contidas na Ementa de Práticas de Ensino de Matemática I, apresentada no Quadro 1.

Quadro 1
Ementa da componente curricular Práticas de Ensino de Matemática I do Curso de Licenciatura em Matemática da UFABC

ISBN 978-84-945722-3-4

Organização Curricular e Suporte Pedagógico. Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN), Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e PCN+ para Matemática no Ensino Médio. Temas Estruturadores da Matemática. Programa e Currículo de Matemática para o Ensino Médio. Livro Didático e Livro Paradidático. Matemática e Tecnologias aliadas para o ensino. Planejamento e Avaliação associados aos conteúdos: Conjuntos; Números Naturais e Números Reais; Funções Afins, Quadráticas e Polinomiais; Funções Exponenciais e Logarítmicas; Funções Trigonométricas.

Fonte: UFABC (2010)

A atitude inicial da docente foi de selecionar os textos que comporiam o quadro de referências teóricas a serem lidos e discutidos em sala de aula. Esses textos seriam os mediadores da discussão entre os estudantes que envolveria as memórias dos discentes a serem trazidas para o coletivo e, que no processo de reflexão, inspirariam as propostas de situações-problema, planos de aula e projetos de atividades a serem elaborados pelos discentes. As variáveis afetivas e sensíveis são consideradas no espaço da sala de aula e as questões relacionadas a esse campo são tratadas com assertividade, enfatizando na aula o que os estudantes "sabem" e não o que "não sabem", fazendo a conexão entre estes e possibitando ações que brotem nesse próprio "*que fazer*" (FREIRE, 2011) com sentido e significado para os estudantes. Somos levados a experimentar no sentido amplo, onde a dimensão humana (pessoal e social), ocupante do espaço-tempo configurado pelas estruturas e contextos acima considerados, produz, na terminologia de D'Ambrósio (2007), seus "artefatos e mentefatos" (p.50), por meio das relações que se estabelecem neste ambiente. Assim, agimos a cada momento com um espaço aberto para a novidade. Esse espaço de vivência e convivência também é investigativo no sentido de que as intenções extrapolem o sentir e o emocionar, na direção de agir para a promoção do processo educativo.

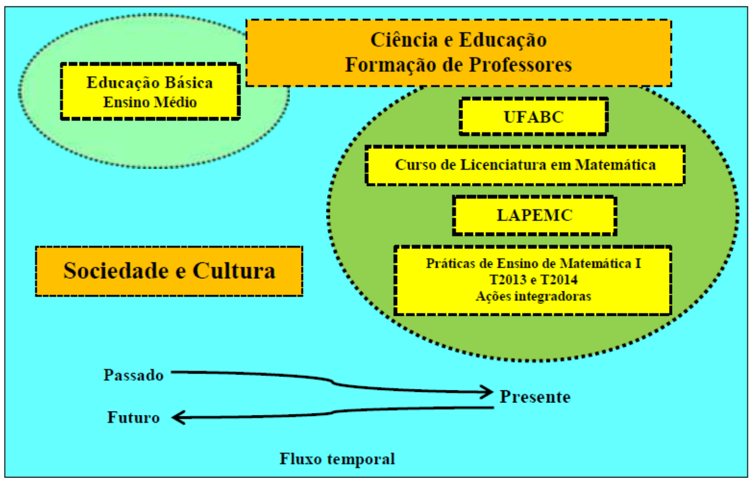
O lugar ocupado pela docente no processo foi de organizadora das ações didáticas iniciais ao longo dos encontros, animadora e mediadora a cada momento em que se fizesse necessária e observadora participante (LÜDKE, 2001; LÜDKE e ANDRÉ, 2013). Dessa forma, a pesquisadora procura instigar os discentes a assumir uma postura investigativa em aula e em suas produções, a fim de compreenderem-na como postura a ser trabalhada em si e incorporada em seu trabalho como futuros professores de matemática no EM de forma reflexiva e crítica (CONTRERAS, 2012).

Caminho prospectivo: olhando para a sala de aula de Ensino Médio

ISBN 978-84-945722-3-4

A Figura 1 apresenta um diagrama onde se destacam os espaços de aproximação estrutural entre a sala de aula universitária e a sala de aula de EM. As dimensões não têm relação com as importâncias das participações e o diagrama vale para as duas turmas aqui consideradas. Cada aula, chamada de encontro, se processa a partir do plano de aula da docente, um plano inicial que é uma proposta de trabalho no encontro de sala, que pode, ou não, se estender a outros encontros e entre encontros; um roteiro construído para organização do encontro, mas que tem a possibilidade de ser mudado conforme sugestões dos discentes.

Figura 1: Modelo de Estrutura e Movimento Espaço-Temporal da Relacão entre os ambientes de aprendizagem imersos na Sociedade e Cultura como contexto de práxis



Fonte:elaborado pela autora

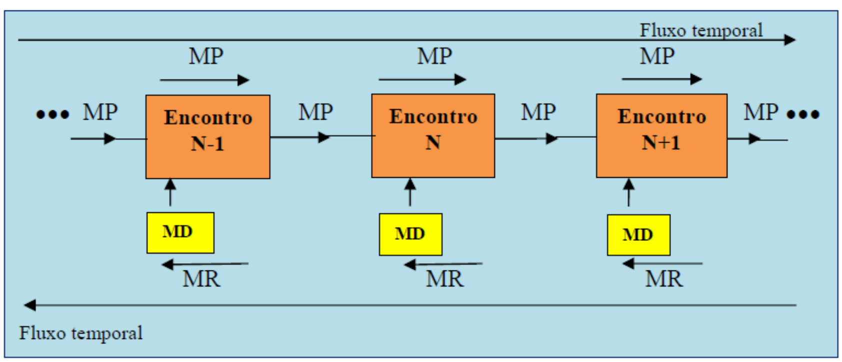
Cada encontro visando a formação de professores (tempo presente) está imerso numa noosfera de Ciência e Educação, a primeira predominante no ambiente acadêmico da UFABC, a segunda também presente na UFABC mas com o olhar voltado para a Educação Básica (tempo futuro), ambas envolvidas numa noosfera maior da Sociedade e Cultura. Nesse modelo de integração de ambientes não simultâneos no qual se incorporam experiências educativas passadas, o grupo planeja experiências educativas futuras, imerso no ambiente vivencial educativo do presente. Como ações prospectivas que permearam a maioria dos encontros e entre encontros, trazemos alguns exemplos de projetos desenvolvidos pelas duas turmas. A T2013 planejou três atividades práticas em grupos que surgiram das conversas estabelecidas em sala de aula: um estudo sobre atividade investigativa com a Torre de Hanói; o desenvolvimento de um jogo usando o dominó; a proposta de um experimento aleatório com análise dos dados. Como ação contínua, a T2014

ISBN 978-84-945722-3-4

escolheu elaborar planos de aula individuais sobre os conteúdos matemáticos contidos na ementa do Quadro 1, com abordagens de ensino diversas.

Caminho retrospectivo: olhando para a sala de aula universitária

A Figura 2 representa um modelo esquemático integrando os três movimentos feitos ao longo do processo denominados: movimento diagnóstico (MD), movimento prospectivo (MP) e movimento retrospectivo (MR). No MD, o propósito é compartilhar as ações individuais, em pequenos grupos e coletivamente, e direcionar (ou redirecionar) as ações em andamento. No MP, a proposta inicial da docente desencadeia discussões no grupo que somadas a pesquisa, estudo, leituras, relatos, conversas em sala de aula e em ambiente virtual, geram problematizações relacionadas à prática de sala de aula e levam às propostas de situações-problema. No MR, a discussão e as narrativas individuais e coletivas são compartilhadas e o processo avaliado. Trata-se de um processo recorrente e recursivo. Como exemplo de ação retrospectiva feita nas duas turmas trazemos a elaboração dos portfólios. Preparados ao longo do processo, exigiam um olhar, *a posteriori*, para cada ação desenvolvida nos encontros e entre encontros, *Figura 2: Sequência de encontros e os três movimentos (MD, MP e MR) feitos no processo*



Fonte: elaborado pela autora

incluindo uma avaliação do processo como um todo, com margem para a consideração de elementos artísticos e sensíveis nas expressões subjetivas apresentadas. Uma estudante da turma T2013 fala em seu portfólio sobre sua experiência em relação a atividade investigativa com a Torre de Hanói:

> Apresentar uma proposta como esta aos colegas de curso foi desafiador e ao mesmo tempo enriquecedor. O desafio aparece no sentido de estar sendo observado por pares, por futuros colegas de profissão que podem avaliar, criticar e sugerir, desempenhando papel fundamental na formação inicial do professor. Reside aqui o desafio de apresentar uma atividade única, bem pensada, planejada em seus mínimos detalhes e com possibilidades de modificação,

ISBN 978-84-945722-3-4

expansão e, principalmente, aplicação. Estes comentários enriquecem o processo de criação docente, permitindo a transformação de uma ideia primária em um grande projeto, como foi o caso deste trabalho.

Os estudantes apresentavam suas dúvidas e inquietações com muita fluidez, dado o ambiente de espontaneidade construído na convivência. As narrativas discentes a respeito dos trabalhos desenvolvidos foram consolidadas em seus portfólios. Trouxeram suas impressões e expressões num movimento retrospectivo do processo de construção do conhecimento.

Nesses movimentos a teia de relações se fazem e se refazem, se atualizam no espaço-tempo da sala de aula universitária, se potencializam novamente, dando origem a uma nova teia de relações, gerando um novo contexto: o coletivo, que se fortalece a cada encontro. Essa dinâmica dos encontros transforma o processo de aprendizagem, seja individual ou coletivo, em uma ação viva e criadora carregada de sentido e significado, onde não se distingue no processo o que vem a ser teoria e prática, pois essas distinções deixam de existir no espaço de convivência, de troca e construção de conhecimentos.

As pegadas a serem seguidas...

A experiência com movimentos prospectivos e retrospectivos com diagnósticos contínuos do desenvolvimento das ações como processo avaliativo e de correção de rotas ao longo dos encontros foi novidade. O processo de construção do conhecimento dos discentes ocorreu de forma ativa e colaborativa, mediado pela docente. Contou com avaliação contínua e participativa. A teia de relações cognitivas estabelecidas no campo subjetivo de cada um foi objetivada no coletivo pelas rodas de conversa na sala, pelas discussões em rede social, pelas comunicações por mensagens eletrônicas, pelas exposições de seus estudos individuais ou em pequenos grupos, pela dramatização de situações de sala de aula imaginadas, pela elaboração e simulação dos planos de aula e propostas de atividades práticas.

O recorte que fizemos para apresentação nesta conferência é composto por elementos descritivos do processo e de uma tentativa de sistematizar esse movimento para avaliarmos a possibilidade de uma proposta de práxis a ser estendida às outras componentes do Curso de forma que, ao longo do tempo, possamos aproximar as ações nas diversas componentes curriculares, incluindo os estágios supervisionados, rumo a desfragmentação do currículo existente na formação inicial, diminuindo a cisão entre teoria e prática.

ISBN 978-84-945722-3-4

Referências bibliográficas

Araújo, G. C. (2011) Estado, política educacional e direito à educação no Brasil: "O problema maior é o de estudar". *Educar em Revista*, Curitiba, Brasil, 39, p. 279-292. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/er/n39/n39a18.pdf Acesso em: 22/04/2017.

Contreras, J. (2012). *A autonomia de professores*. São Paulo, SP: Cortez.

D'Ambrósio, U. (2007). *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. 2.ed. Belo Horizonte, MG: Autêntica.

D'Ambrósio, U. (2010). *Educação Matemática: da teoria à prática*. 21.ed. Campinas, SP: Papirus.

Fiorentini, D. (2003). *Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com novos olhares*. Campinas, SP: Mercado das Letras.

Freire, P. (2011). *Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa.* 43.ed. Rio de Janeiro, RJ: Paz e Terra

Imbernón, F. (2011). *Formação docente e profissional: Formar-se para a mudança e a incerteza.* 9.ed. São Paulo, SP: Cortez.

Knijnik, G. (2004) O que os movimentos sociais têm a dizer à Educação Matemática? VII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), Recife, PE, 15 a 18 de julho de 2004. *Anais*...2004. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/15/PA06.pdf Acesso em: 22/4/2017.

Knijnik, G.; Wanderer, F.; Giongo, I.M. & Duarte, C.G. (2012). *Etnomatemática em Movimento*. Belo Horizonte, MG: Autêntica.

Lüdke, M. (2001). *O professor e a pesquisa*. Campinas, SP: Papirus.

Lüdke, M. & André, M.E.D.A. (2013). *Pesquisa em Educação: Abordagens qualitativas*. 2.ed. São Paulo, SP: EPU.

Saviani, D. (2009) Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. *Revista Brasileira de Educação*, 14(40). p. 143-155. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v14n40/v14n40a12.pdf
Acesso em: 22/4/2017.

UFABC. (2010). *Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática*. Disponível em: http://prograd.ufabc.edu.br/images/pdf/pp_licenciatura_matematica.pdf
Acesso em: 22/4/2017.

CB-714

PROCEDIMIENTOS QUE AYUDAN A SOCIALIZAR EL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO EN EL MARCO DE UN PROYECTO DE ENSEÑANZA PARA DOCENTES DE LA ESO.

Ibarra, L. , Baspiñeiro S., Méndez, G.., Formeliano B., Paz, P.
ibarralidia@yahoo.com.ar– smbaspi@gmail.com – blafor@hotmail.com
nildagramendez@yahoo.com.ar – paolapaz32@gmail.com-
Universidad Nacional de Salta- Consejo de Investigaciòn (CIUNSA). Argentina
Modalidad: C B
Nivel Educativo: Formación y actualización docente
Núcleo temático: La Investigación en Educación Matemática
Palabras Claves: Tareas, procedimientos, aritmética, validación.

Resumen

El presente trabajo sintetiza tres etapas, la exploratoria trabajada en el año 2015, en la cual docentes de matemática de nivel medio cursaron los módulos de geometría, aritmética, álgebra y evaluación en el marco de un postítulo de actualización, una segunda etapa en el año 2016 de sistematización de la producción de los docentes centrado en la aritmética, donde algunos de los problemas emergentes sirvieron de herramienta para iniciar la tercera etapa en el presente año. Esta última etapa se centra en la enseñanza de la aritmética e intenta describir y comprender el trabajo de los docentes que permitirá a los estudiantes *"Argumentar sobre la validez de un procedimiento o el resultado de un cálculo usando relaciones entre los números naturales y las propiedades de las operaciones",* propósito enunciado en el eje Números y Operaciones para 5° año de la escuela primaria.
Los resultados permitirían fortalecer la articulación aritmética – algebra entre los dos últimos años de la escuela primaria y los dos primeros años de la escuela secundaria.

Introducción

A partir de l**a sanción de la Ley Nacional** de Educación, vigente desde 2007 en Argentina, se propone otras formas de enseñanza de la aritmética, es decir diferente tratamiento curricular de los contenidos aritméticos, los cuales aparecen en el EJE: NÚMERO y OPERACIONES en el nivel primario y secundario, en dónde se explicita que los procedimientos se justifiquen, apelando a definiciones, propiedades y teoremas.

Para dar respuesta a las demandas surgidas a partir de esas formas de abordar los contenidos y en el marco del Proyecto del Consejo Investigación de Universidad Nacional de Salta (CIUNSa), se diseñaron talleres para profesores de Educación Primaria y Secundaria. En la primera etapa, durante los años 2011-2012, en la segunda 2012-2014, se trabajó con docentes en el marco de la Reunión de Educación de la Pampa (REPEM) y en la tercera 2015-2016, se desarrolló un Postítulo, dictado en la UNSa, Argentina; objeto del presente trabajo. Desde estas investigaciones con una mirada en perspectiva, se observan fenómenos que se producen en los procesos de transposición didáctica de los contenidos correspondientes al estudio del currículo de Matemática en el Nivel Primario y Secundario de la escolaridad en Salta, Argentina, es por ello, se pretende ***conocer para incidir sobre las prácticas áulicas***.

Marco teórico

El hecho de que se enseñe matemáticas en la escuela responde a una necesidad a la vez individual y social: cada uno de nosotros debe saber un poco de matemática para poder resolver, o cuando menos reconocer, los problemas con los que se encuentra mientras convive con los demás (Chevallard, Bosch y Gascón,1997, pp. 46). Esto hace referencia al currículo, proyecto que proporciona informaciones concretas sobre qué enseñar, cuándo enseñar, cómo enseñar y qué, cómo y cuándo evaluar, por lo que se hace más complejo decidir los "objetivos" de que enseñar. Cuando se elaboran los currículos escolares, aparece el problema de la temporalización o distribución de los contenidos a lo largo del tiempo. El conocimiento que los docentes tienen de los programas de lo que ellos enseñan está bastante influenciado por las interpretaciones en que se basa los autores de los manuales, la única referencia de los docentes para preparar sus clases, está la mayor parte del tiempo, en los manuales escolares. (Annie Berté, 2000, pp. 209)

En ese sentido para las tareas escolares, que es otro nivel de transposición, Chevallard (2007) introduce un nuevo dispositivo didáctico denominado recorrido de estudio e investigación (REI) para el estudio de la modelización matemática. Es importante que en dicho estudio aparezca una cuestión como generadora de otras cuestiones derivadas. Por ejemplo las "tareas relativas problemas de división" pueden generar la "la tarea de determinar cuál es la información disponible y cuál la que hay que averiguar". Dichas tareas se logran con técnicas diferentes de acuerdo al recurso a usar y éstas a su vez se articulan y relacionan entre sí y, como consecuencia, se establecen diferencias en el discurso tecnológico a pesar de ser la misma tarea. Los elementos teóricos que acompañan a las explicaciones son los de la Aritmética Elemental.

El estudio de las tareas y las técnicas que surgen orientan sobre la secuenciación y complejización de las situaciones para analizar el currículum y los libros de textos en una institución determinada. Este estudio de las tareas, técnicas, tecnologías y teorías y las

ISBN 978-84-945722-3-4

relaciones entre ellas generan praxeologías alrededor de las operaciones elementales de suma, resta, multiplicación y división.

Las operaciones aritméticas se identifican como actividades de modelización; en consecuencia son: parte de un campo de problemas aritméticos; maneras de hacer o técnicas que permiten explorar propiedades; un medio que permitirán al alumno establecer relaciones y teorías asociadas; un instrumento o herramienta para solucionar los problemas. Respeto al campo de problemas aritméticos, el presente trabajo está focalizado en la división de los números naturales para el último año de la escuela primaria y números enteros para el primer año de la escuela secundaria, donde se integran operaciones elementales como la suma, resta y multiplicación. Los conceptos de número y el sistema de numeración posicional permiten distinguir la dualidad entre los mismos "como objeto y como herramienta".

La enseñanza de la aritmética.

Las diferentes propuestas de trabajo, en el Postítulo, dictado en la UNSa se centraron en la resolución de problemas, favoreciendo la evolución de los procedimientos, los medios de representación y de comunicación de cada situación problemática, de manera que sea posible estudiar; las justificaciones que realizan los docentes, al resolver actividades aritméticas; los temas de aritmética que cree que son relevantes en la enseñanza de la ESO en cada curso y los que presentan mayor dificultad para ser enseñados.

En ese sentido en caso de disponer de una situación didáctica adaptada al estudio de la cuestión matemática para gestionarla adecuadamente en la sala de clase, entra en juego la pericia del profesor, esto es, el grado en que éste domina las técnicas, tecnologías y teorías para poner en marcha la situación. Chevallard-Bosch-Gascón, 1997 (p.194). Sin embargo, se comprueba la falta de justificaciones, lo que permite plantear la siguiente hipótesis:

H: Del estudio comparativo de los procedimientos utilizados por los profesores y de los modelos locales, en el marco de resolución de problemas aritméticos, emerge la ausencia de justificaciones, lo que impide la integración entre teoría y práctica.

A partir de esta hipótesis, se requiere delimitar y analizar diferentes tipos de organizaciones matemáticas.

La ***Organización Matemática a Enseñar (OM a enseñar)*** respecto de los contenidos aritméticos es la organización matemática que institucionalmente se decide que deba ser

ISBN 978-84-945722-3-4

enseñada; queda delimitada a través de los diseños curriculares y los libros de texto seleccionados en la institución respecto a la aritmética.

Bosch y Gascón (2001) proponen que para el estudio tanto de las *organizaciones matemáticas* como de las *organizaciones didácticas* en una Institución determinada, es necesario describir previamente una organización matemática (o didáctica) que sirva de referencia, el cual da herramientas de análisis para las organizaciones matemáticas (o didácticas) antes mencionadas. Esta Organización Matemática de Referencia abarca las nociones que aparecen en los diseños curriculares explicitados al inicio del presente apartado que permite dar cuenta de determinados fenómenos didácticos de la OM a enseñar, como son las restricciones institucionales, materializada a través de la hipótesis enunciada.

Organización Matemática de Referencia (OMR)

El objetivo del trabajo es presentar los procedimientos de resolución; que presentaron los docentes; referidos al algoritmo de la división en los enteros para responder a cuestiones como:

a) ¿Qué procedimientos es posible explicitar?

b) ¿Qué propiedades matemáticas se utilizan en el algoritmo de la división?

Procedimientos, para el algoritmo de la división en Z, del problema presentado a los docentes: "*Encontrar, con diferentes procedimientos, el cociente entre 6182 y 15 sabiendo que el resto es 2*". Problema reformulado del libro de Irma Sainz y Cecilia Parra (2011)

Procedimiento 1 (Algoritmo de la división): Sea a y b enteros b>0. Entonces

i) Existen a y b tales que **:** $\mathbf{a=b\ q + r}$ con $\mathbf{0\leq r < b}$

ii) Si $a=b\ q + r$ con $0\leq r < b$ y $a=b\ q' + r'$ con $0\leq r' < b$ entonces $q=q'$ y $r = r'$.

q y r se denominan respectivamente cociente y resto de la división de **a** por **b.** La parte i) asegura la existencia de cociente **q** y el resto **r** y la parte ii) da la unicidad de **q** y **r**.

Para el problema 1, Si $6182 = 15\ q + 2$, con $0\leq r < 15$. El 6182 se expresa en función de los múltiplo de 15: $6182= 6000 + 180+2 = 15.\ 400 + 15.\ 12+2 = 412.15+2$

ISBN 978-84-945722-3-4

Procedimiento 2: Resta sucesivas, en este procedimiento es importante el proceso de construcción del sentido de la operación división, puede aparecer cálculos de aproximación utilizando diferentes números, identificando cada elemento de la división (dividendo, divisor, cociente y resto). Ejemplos: Si a= b q+ r con 0≤ r < b Si a=6182 , b= 15 y r= 2. Entonces a 6182 resto los múltiplo de 15 y para este caso el que se aproxima es 1500 y obtengo por restas sucesivas el 182 y a este número resto un múltiplo de 15 que se aproxime a 182 que es 180 y obtengo el resto 2.

6182-1500=4682, 4682 – 1500=3182, 3182 – 1500= 1682 , 1682-1500=182

182 – 15.12 = 182 – 180 = 2

Procedimiento 3: Una primera estimación del resultado puede ser el número de cifras del cociente. Y en este proceso de exploración pueden usarse propiedades de la multiplicación.

La resolución por multiplicación podría adquirir una organización similar que no son las únicas posibles, a través del siguiente algoritmo:

```
 6182   |_15_____
-1500     100
 4682
-1500     100
  3182
-1500      100
 1682
-1500     100
   182
  -180     12
      2    412
```

```
 6182   |_____15______________
-1500   |100+100+100+100+12|
  4682            |
 -1500           412
  3182
 -1500
   1682
  -1500
    182
   -180
     2
```

Procedimiento 4: A partir de los múltiplo de 15 se aproxima hasta llegar al 6182. Otra posibilidad es utilizar los múltiplos de 10.

En los diferentes procedimientos cobran sentido las operaciones de donde emergen propiedades que son formalizadas de diferentes maneras.

Instrumento de Análisis y Metodología

En el primer momento se realizó un diagnóstico individual, a los 24 docentes asistentes, para *Analizar la importancia de la relación entre aritmética y álgebra en la ESO*, de esta manera caracterizar la situación actual en las instituciones escolares de Nivel Secundario.

ISBN 978-84-945722-3-4

En el segundo momento se realizó un trabajo grupal de resolución de problemas para *Analizar los procedimientos de resolución de los problemas aritméticos con los marcos teóricos de referencia.* Los grupos debían explicitar los procedimientos; justificarlos e indicar los saberes previos y emergentes, para ser socializados en forma escrita y oral con los demás grupos. El Problema propuesto era: ***"****Encontrar, con diferentes procedimientos, el cociente entre 6182 y 15 sabiendo que el resto es 2"*

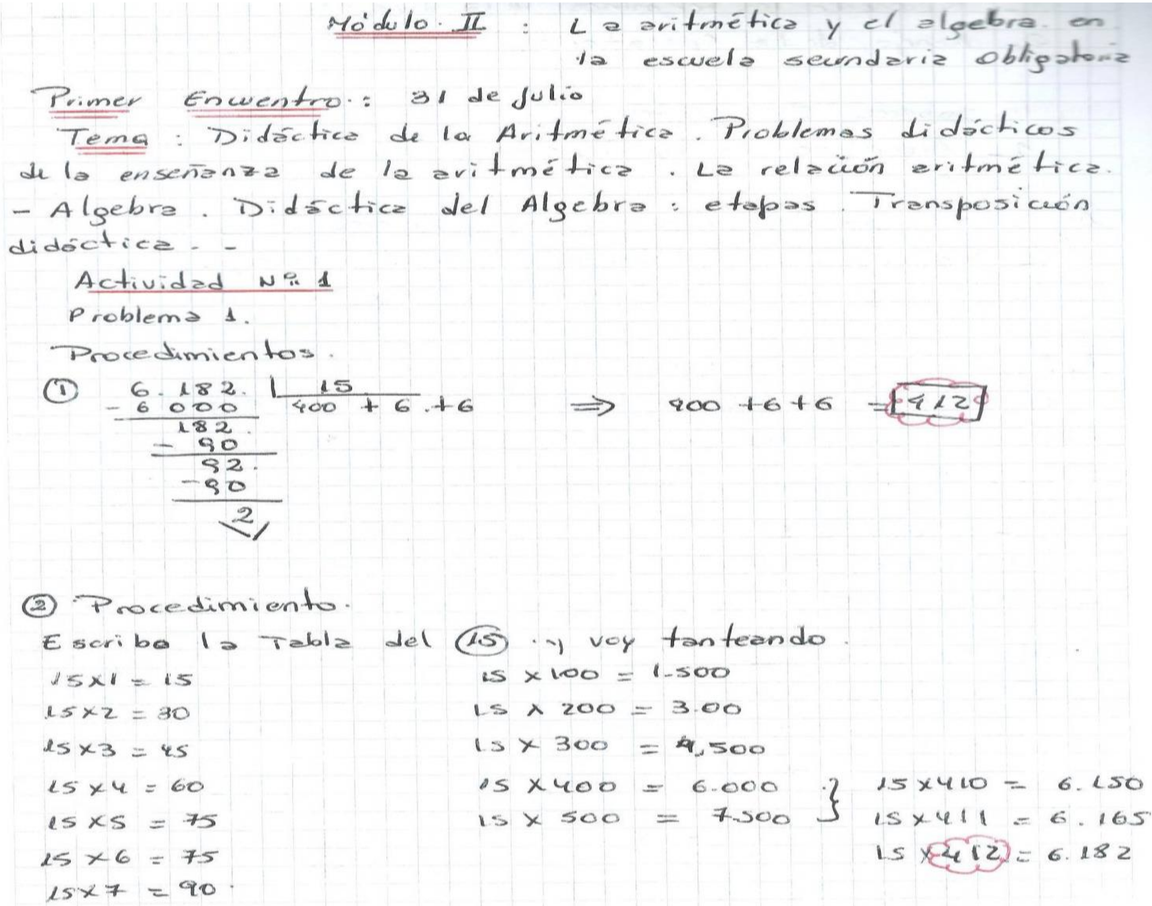
Respuestas, procedimientos y propuestas de los docentes

Se analizará los procedimientos del **Problema 1** de dos grupos.

Grupo 1: En el procedimiento 1 usan el algoritmo de la división. Aproximan el cociente a cuatro centenas obtienen resto mayor que 15; luego acercan con seis unidades hasta obtener resto dos. Mediante un símbolo escriben que el cociente es 400+6+6 = 412. En el procedimiento 2 escriben la tabla del 15 ensayando sin explicitar por qué lo hacen, hasta llegar al resultado.

En ambos procedimientos resaltan el resultado sin relacionar ambos procedimientos.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4


Módulo II : La aritmética y el algebra en la escuela secundaria obligatoria

Primer Encuentro: 31 de julio

Tema: Didáctica de la Aritmética. Problemas didácticos de la enseñanza de la aritmética. La relación aritmética - Algebra. Didáctica del Algebra: etapas. Transposición didáctica. -

Actividad Nº 1

Problema 1.

Procedimientos.

① 6.182 | 15
- 6 000 | 400 + 6 + 6 ⇒ 400 + 6 + 6 = $\boxed{412}$
182
- 90
92
- 90
2

② Procedimiento.

Escribo la Tabla del 15 y voy tanteando.

15x1 = 15
15x2 = 30
15x3 = 45
15x4 = 60
15x5 = 75
15x6 = 75
15x7 = 90

15 x 100 = 1.500
15 x 200 = 3.00
15 x 300 = 4.500
15 x 400 = 6.000
15 x 500 = 7.500

15 x 410 = 6.150
15 x 411 = 6.165
15 x 412 = 6.182

Grupo 2: A partir de las condiciones de existencia, se plantea la resolución de una ecuación con una incógnita que es el valor de **q.** En el procedimiento 2 buscan los múltiplos de 15. Luego por restas sucesivas expresan que 6182 – 1500 = 4682 y allí el divisor esta 100 veces, escriben de la misma manera cuatro restas. Luego restan 150 y finalmente por 20. Escriben resto 2 y cociente la cantidad de veces que el sustraendo fue restado. s similar al descripto en el análisis anterior. En ambos casos no se explica por qué el problema está resuelto. (Procedimiento realizado por los docentes figura como Anexo 1)

<u>Comparación de las organizaciones locales con los procedimientos propuestos de los docentes</u>

Grupo 1: En el procedimiento 1 usan directamente el algoritmo de la división sin distinguir las condiciones de existencia que aparece en el Procedimiento de la **OMR.** En la implicación se utiliza como antecedente el algoritmo de la división y como consecuente el cociente que obtiene, no se establecen relaciones entre los elementos que intervienen en el algoritmo de la división. En el procedimiento 2: La resolución de la división adquiere una organización de multiplicación.

Grupo 2: En el procedimiento 1: En las condiciones de existencia y unicidad de la definición de división, q y r se denominan respectivamente cociente y resto de la división de **a** por **b.** La parte i) asegura la existencia de cociente **q** y el resto **r** y la parte ii) da la unicidad de **q** y **r**, los docentes trabajan sólo con la condición de existencia. El grupo escribe las condiciones de existencia, con un error en la condición del resto, $\mathbf{a=b\ q + r}$ con $\mathbf{0 \leq r < b}$**.** Se plantea la resolución de una ecuación con una incógnita que es el valor de **q,** que no es identificado con las condiciones de existencia de la operación división. Esto produce un desplazamiento del sentido de la división por el de la ecuación. En el procedimiento 2 se trabaja con múltiplos y restas sucesivas, no se explica por qué el problema está resuelto. Los procedimientos están representados por operaciones sin justificación. La representación de la operación división en la recta real no es propuesta como procedimiento de resolución, lo cual permitiría comprender las relaciones sobre los números del problema y para construir otras nuevas.

Conclusiones

Se ha seleccionado la operación división porque involucra las operaciones de suma, resta y multiplicación y dar sentido a la construcción de ese conocimiento. Según Brousseau (1987) existen dos componentes de comprensión: “comprender” es ser capaz de reconocer las ocasiones de utilizar el conocimiento e invertirlo en nuevos dominios. Y la otra que el alumno puede comprender puede “razonar” sobre su saber, analizarlo y combinarlo con otro.

En el problema 1 las autoras proponen como actividad “Averiguar el resto” y para verificar utiliza la relación $\mathbf{a=b\ q + r}$**.** Algunos docentes explicitan la condición de existencia de la definición de división pero al resolver no establecen relaciones entre algoritmos y definiciones y / o propiedades. Esto nos lleva afirmar que el aprendizaje de los algoritmos elimina la búsqueda de la comprensión de la operación División. Esta afirmación se comprueba cuando los docentes proceden como los alumnos en el sentido de que resuelven realizando operaciones de suma resta, multiplicación y división. Multiplican por la unidad seguida de cero. Realizan la descomposición de los números del dividendo y divisor. Buscan los múltiplos del divisor hasta aproximar al dividendo sin establecer las relaciones existentes

ISBN 978-84-945722-3-4

entre las operaciones y sus propiedades para producir nuevo conocimiento. La unicidad no es mencionada en ningún de los procedimientos propuestos por los docentes.

Los docentes consideran qué los temas de aritmética relevantes en la enseñanza de la ESO dentro del programa de contenidos en cada curso, están en las tareas relacionadas con las operaciones combinadas en el conjunto de números enteros y racionales. Seleccionan esos temas por que los consideran necesarios para trabajar contenidos que se abordarán en álgebra y funciones. En cuanto la los temas de aritmética que presentan mayor dificultad para ser enseñados expresan que son las propiedades de las operaciones.

Nos queda estudiar el análisis de la ***Organización Matemática a Enseñar (OM a enseñar)*** respecto de los contenidos aritméticos propuesta en los diseños curriculares y libros de texto que son seleccionados en la institución escuela; y también analizar si existe correspondencia entre los contenidos propuestos en los libros de textos y los que aparecen en los diseños curriculares jurisdiccionales.

Referencias bibliográficas

Berté Annie (2000). *Matemática de EGB 3 al Polimodal.* Buenos Aires: A-Z.

Brousseau, G. (1987). *"Representations et didactique du sens de la división"*en Didactique et Acquisitions des connaissances scientifiques, París, Actes du Colloque de Sévres.

Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la eseñanza y el aprendizaje.* Barcelona: Horsori.

Itzcovich, H. (2008). *La Matemática escolar: Las prácticas de enseñanza en el aula.* Buenos Aires. Editorial AIQUE.

Sainz I. y Parra C. (2011). *Hacer matemática en 6°.* Buenos Aires. Editorial Estrada.

Anexo 1

Grupo 2: A partir de las condiciones de existencia, se plantea la resolución de una ecuación con una incógnita que es el valor de **q.** En el procedimiento 2 buscan los múltiplos de 15. Luego por restas sucesivas expresan que 6182 – 1500 = 4682 y allí el divisor esta 100 veces, escriben de la misma manera cuatro restas. Luego restan 150 y finalmente por 20. Escriben resto 2 y cociente la cantidad de veces que el sustraendo fue restado. s similar al descripto en el análisis anterior.

En ambos casos no se explica por qué el problema está resuelto.

ISBN 978-84-945722-3-4

Integrantes:
Quispe, Adriana.
Casa, Maribel.

Problema 1: Algoritmo de la división

$a, b \in \mathbb{Z}, \exists\, q, r \in \mathbb{Z}$; $a = b \times q + r$ con $0 \leq r \leq b$

Posible procedimiento 1: Planteo y resolución de una ecuación

Dividendo: 6182
Divisor: 15
Cociente: q
resto: 2

Por el algoritmo de la división

$6182 = 15 \times q + 2$

$6182 - 2 = 15 \times q + 2 - 2$

$\frac{6180}{15} = \frac{15 \times q}{15}$

$412 = q$

6180 | 15
18 412
30
(0)

Posible procedimiento 2: Multiplicación por la unidad seguida de cero y sustracción - por aproximación.

$15 \times 10 = 150$
$15 \times 100 = 1500$
$15 \times 2 = 30$
$15 \times 3 = 45$
$15 \times 4 = 60$

Número	Cant. de Veces
6182 − 1500 = 4682	100
4682 − 1500 = 3182	100
3182 − 1500 = 1682	100
1682 − 1500 = 182	100
182 − 150 = 32	10
32 − 30 = 2	2

Resto = 2

412 → Cociente

Notas:

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

CB-716

EXPERIENCIA PRÁCTICA INTRODUCTORIA EN EL GRADO DE MAESTRO EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Rocío Blanco Somolinos
mariarocio.blanco@uclm.es
Universidad de Castilla-La Mancha, España

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación y actualización docente.
Palabras clave: Experiencia práctica introductoria, práctica reflexiva.

Resumen

En esta charla hablaremos del artículo "Introducción a la práctica docente en el Grado de Maestro en Educación Primaria: propuesta metodológica de experiencia práctica introductoria", en el que proponemos una forma de proporcionar a los alumnos del Grado de Maestro en Educación Primaria una experiencia práctica introductoria. Para ello, hemos diseñado e implementado una propuesta metodológica de introducción a la práctica docente, desarrollada en varias fases a lo largo de todo el curso académico.
El principal objetivo de nuestra propuesta es mejorar tanto la formación, como la motivación y actitud hacia las Matemáticas de nuestros alumnos de primer curso del Grado de Maestro en Educación Primaria. La experiencia se ha integrado como trabajo práctico dentro de la asignatura "Didáctica de los Números y la Estocástica", en la Facultad de Educación de Cuenca, Universidad de Castilla-La Mancha, desde el curso 2010-2011 al curso 2014-2015. En esta charla explicaremos las fases de las que consta nuestra propuesta, que se encuadra dentro de los modelos de aprendizaje basados en la experiencia y en el contexto, fomentando la práctica reflexiva. Así como las impresiones del alumnado participante, comentando los factores que consideran claves para que la actividad fuera positiva.

Introducción

En los estudios del Grado de Maestro, es imprescindible proporcionar a los futuros docentes experiencias prácticas dentro de un aula. En el actual plan de estudios del Grado de Maestro en Educación Primaria, vigente en las Facultades de Educación de la UCLM, el primer periodo de Prácticum se realiza en tercer curso. En este artículo proponemos una forma de proporcionar a los futuros maestros una experiencia práctica introductoria, que puede llevarse a cabo desde primer curso.

ISBN 978-84-945722-3-4

La experiencia se ha desarrollado en cuatro fases o “prácticas”, que se realizan a lo largo de todo el curso académico, como trabajo práctico dentro de la asignatura anual “Didáctica de los Números y la Estocástica”, que en el actual plan de estudios de la UCLM del Grado de Maestro en Educación Primaria, se imparte en primer curso.

La experiencia se ha llevado a cabo en la Facultad de Educación de Cuenca durante 5 años, desde el curso 2010-2011 hasta el curso 2014-2015, y consiste en diseñar, planificar y poner en práctica en el colegio una actividad didáctica. La puesta en práctica en el aula ha sido posible gracias a un proyecto de colaboración con varios CEIP de Cuenca.

Descripción de la propuesta

El principal objetivo de nuestra propuesta es mejorar tanto la formación, como la motivación y actitud hacia las Matemáticas de nuestros alumnos de Grado.

Las prácticas se realizan en grupos de unas 4 personas para fomentar el aprendizaje colaborativo. De las cuatro fases en las que se organiza la propuesta, dos fases se realizan durante el primer cuatrimestre y las otras dos en el segundo cuatrimestre. Debe dejarse al menos un mes de preparación para cada práctica, ya que al ser un trabajo en grupo los alumnos deben tener tiempo suficiente fuera del horario lectivo para reunirse. Cada práctica se evalúa con una cuarta parte de la nota global asignada, para poder realizar una evaluación continuada y permitir a los alumnos mejorar sus calificaciones a lo largo del proceso. Los datos de participación del alumnado se recogen en el Anexo I.

<u>Práctica 1: Matemáticas en la red.</u>

Se trata de buscar en internet recursos y actividades didácticas y analizarlas. Se pretende fomentar la búsqueda eficiente de información y el pensamiento crítico, y con ello, la determinación por parte del grupo-clase de las características que debe tener una buena actividad didáctica.

Los alumnos deben seguir las siguientes pautas:

- Elegir un contenido matemático que se estudie en Educación Primaria. Buscar en internet páginas web donde aparezca ese contenido, ver cómo se trata y cuál es su posible aplicación didáctica en el aula, si la tiene.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

- Realizar una exposición de 15 minutos, explicando todo lo observado en la búsqueda y reflexionando sobre el material encontrado.

Las exposiciones se realizan en clase, con todo el grupo-clase, y la asistencia es obligatoria, para poder llevar a cabo la puesta en común. Una vez finalizadas todas las exposiciones, cada grupo ha visto ejemplos variados de recursos y actividades didácticas ya diseñadas, por lo que el siguiente paso es que ellos diseñen su propia actividad.
En esta fase se evalúa y puntúa la exposición realizada en clase.

Práctica 2: Diseñando actividades didácticas.

Consiste en el diseño de una actividad didáctica de repaso y refuerzo para poner en práctica en el colegio, por lo que el contenido trabajado debe ser ya conocido por los alumnos de Primaria (para no interferir en el desarrollo del curso).
Los alumnos deben seguir las siguientes pautas:

- Las actividades deben tener una duración aproximada de 25-30 minutos.
- Cada grupo debe elaborar una programación didáctica de su actividad, con la estructura indicada en el Decreto 68/2007 (decreto de 29 de Mayo, por el que se establece y ordena el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Castilla-La Mancha.) Dicha programación es revisada tanto por el profesorado de la asignatura como por los maestros del centro educativo receptor, para garantizar su adecuación al grupo-clase.
- Se fija un contexto común para todas las actividades, que el alumnado debe respetar. Es importante que las actividades tengan un contexto real, acorde a la realidad del niño, para que la actividad tenga sentido en su vida diaria. Esto obliga a los alumnos a contextualizar las actividades, y permite que haya un nexo de unión entre ellas a la hora de ponerlas en práctica en el colegio.
- La metodología empleada en las actividades debe ser activa, fomentando la participación del alumnado, individualmente o en grupo.

Una vez preparadas las actividades, se hace un ensayo de las mismas en clase, de asistencia obligatoria. Se pone en práctica la actividad con todo el grupo-clase, donde varios compañeros actúan de “niños”.

ISBN 978-84-945722-3-4

En esta fase se evalúa y puntúa el ensayo de la actividad y la calidad de la misma. Se recoge la programación de la actividad para poder entregar una copia en el colegio, corregirla y devolverla corregida a los alumnos, pero no se puntúa hasta la última fase.

En caso de que alguna actividad no tenga la calidad suficiente para ser puesta en práctica en el colegio, el grupo debe hacer las modificaciones oportunas indicadas por el profesor. En este caso se les deja un tiempo de trabajo y se cita al grupo de alumnos para que acudan a tutorías las veces que sean necesarias. Realizar una primera corrección de la programación y la actividad proporciona a los alumnos un feedback del progreso de su trabajo. Es necesario supervisar muy de cerca las actividades y proporcionar a los alumnos las herramientas necesarias para que la puesta en práctica real sea satisfactoria.

Práctica 3: Puesta en práctica real.

La actividad se realiza en el aula el día acordado con el colegio. A cada aula van dos grupos de alumnos de Grado, de forma que cada grupo pasa una hora en el aula, y los dos grupos pueden ayudarse entre ellos al preparar los materiales, agrupar a los alumnos de primaria, etc.

La experiencia se inició estando vigente la LOE, (Ley Orgánica 2/2006, de 3 de Mayo, de Educación) en la que los periodos lectivos eran de una hora, por eso se estableció una hora de permanencia en el CEIP.

En esta fase se evalúa y puntúa el desarrollo de la actividad en el aula. La puesta en práctica debe ser autónoma por parte de los alumnos de Grado, sin intervención del profesor/a de la Facultad, ni el maestro/a, salvo que fuera estrictamente necesario.

Práctica 4: Memoria de las prácticas y visión retrospectiva.

Cada grupo debe entregar una memoria por escrito de las prácticas realizadas. La memoria debe incluir:

- La programación de la actividad con las correcciones indicadas. (Se entregó en la fase 2, se devolvió corregida y ahora se entrega la versión final).

ISBN 978-84-945722-3-4

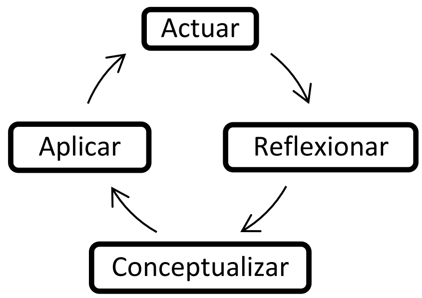
- Un resumen de cómo ha sido la puesta en práctica de la actividad en el colegio, indicando si el desarrollo de la actividad ha sido satisfactorio o no. (Extensión máxima media página).
- Reflexión acerca de si la metodología utilizada en la actividad ha sido la adecuada y ha facilitado el aprendizaje o no.
- Autoevaluación. El grupo debe argumentar la nota que se asignaría según el trabajo realizado.
- Completar la encuesta del Anexo II, extraída de Berini López-Lara, M. et al., 2009, pp. 24-25.
- Visión retrospectiva y valoración del proceso:
    - Reflexión acerca de lo aprendido con la realización de las prácticas.
    - Reflexión acerca del planteamiento y estructura de las prácticas.

En esta fase se evalúa y puntúa la programación de la actividad y el resumen (capacidad para sintetizar). No se puntúa la reflexión ya que al ser alumnos de primer curso, esta parte es la más difícil para ellos y su exitosa realización depende de su nivel madurativo. Sin embargo, se incluye dentro de la memoria porque la reflexión es una parte fundamental del aprendizaje y de la práctica docente y uno de los objetivos a trabajar con nuestra propuesta.

Fundamentación teórica

Con esta experiencia práctica introductoria pretendemos que nuestros alumnos aprendan a través de la experimentación y la práctica, de la experiencia directa. Por eso hemos seguido los modelos de aprendizaje basados en la experiencia y en el contexto. Uno de dichos modelos es el del aprendizaje experiencial de Kolb (Experiential Learning, 1984) que se basa en la actividad directa (la práctica) y la reflexión. El modelo se puede resumir en el siguiente esquema, un ciclo en el que el alumno debe: actuar, reflexionar, conceptualizar y aplicar.

ISBN 978-84-945722-3-4



El ciclo se entiende como un proceso que comienza con una experiencia en la que el alumno actúa y participa activamente, seguido de un proceso de reflexión, tras el cual el alumno extrae conclusiones sobre lo aprendido, lo que le permite aplicar estos nuevos conocimientos en la siguiente experiencia práctica. Ésta es precisamente la estructura seguida en las 4 fases de nuestra propuesta:

1. Fase 1: Acción (y a veces reflexión) en el trabajo en grupo. Reflexión y conceptualización en el grupo-clase en la puesta en común.
2. Fase 2: Se aplica lo aprendido al diseño de la actividad, donde hay nuevamente acción (y a veces reflexión). Reflexión y conceptualización en el grupo-clase en el ensayo.
3. Fase 3: Se aplica lo aprendido en la puesta en práctica de la actividad, donde hay nuevamente acción.
4. Fase 4: Reflexión y conceptualización en la memoria.

Con esta estructura pretendemos que los alumnos realicen actividades didácticas más ricas y elaboradas cada vez.

Para completar el ciclo, favoreciendo la reflexión compartida y el contraste de opiniones e ideas dentro del grupo, les hemos pasado la encuesta del Anexo II, extraída del artículo "Formación en práctica reflexiva de matemáticas, desde la perspectiva de un grupo de formadores" (Berini López-Lara, M. et al., 2009, pp. 24-25), cuyos resultados comentaremos en el siguiente apartado. El objetivo de esta encuesta es que los alumnos caractericen las actividades de clase que consideran positivas, tanto desde el punto de vista personal, al sentirse cómodos con ellas, como de su funcionamiento satisfactorio en el aula.

ISBN 978-84-945722-3-4

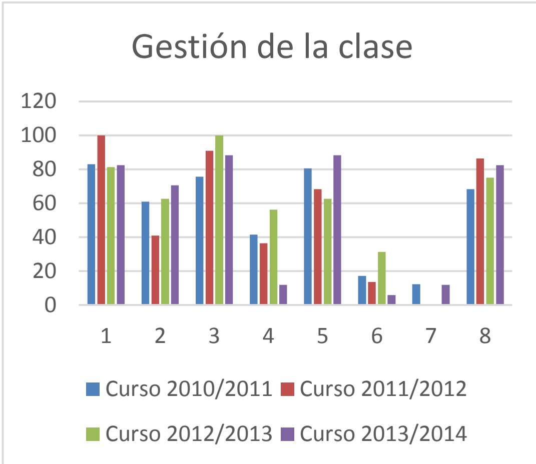
Análisis de resultados

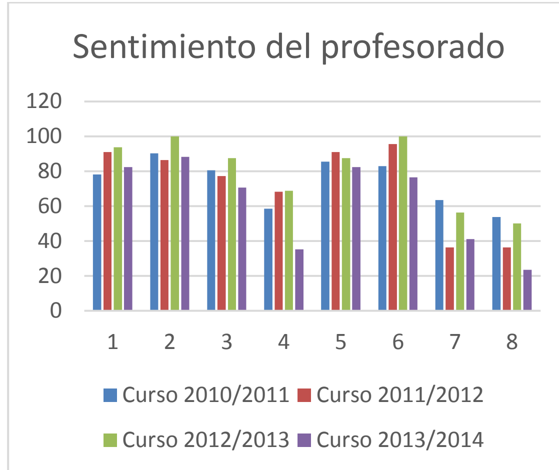
En la reflexión realizada en la última fase, la mayoría de los alumnos cuentan su experiencia personal, algo habitual en las memorias de prácticas (Zabalza Beraza, 2011, p. 29), y expresan su grado de satisfacción con la experiencia. Afirman:

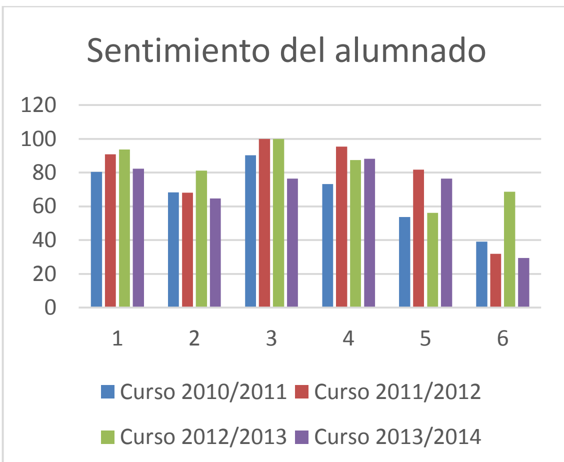
- Haber aprendido mucho con la experiencia, que les ha permitido tener un primer contacto con un aula real.
- Les ha servido para ver si la elección del Grado de Maestro ha sido acertada.
- Deberían realizarse más experiencias similares porque consideran que les van a resultar útiles en el futuro.
- Es la parte de la asignatura que más les ha gustado.
- Les motiva a seguir estudiando.
- La experiencia ha sido altamente satisfactoria y gratificante.

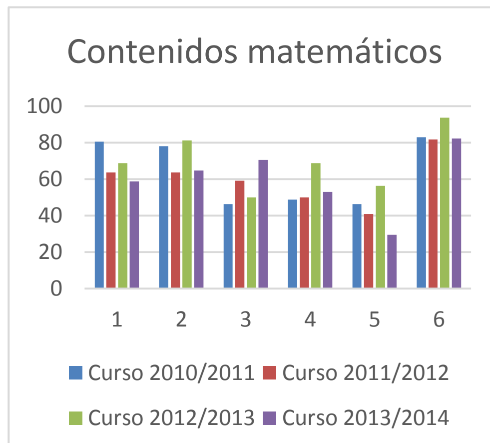
Para tratar de identificar qué factores han hecho que la actividad fuera positiva, tanto desde el punto de vista de sentimiento del alumnado de Grado, como del funcionamiento en el aula, les pasamos la encuesta del Anexo II (extraída de Berini López-Lara, M. Y Otros, 2009, pp. 24-25) durante los cuatro primeros cursos a lo largo de los cuales desarrollamos la experiencia. Considerando las respuestas afirmativas, comparando los resultados de los cuatro cursos académicos y analizando los resultados por bloque de preguntas, obtenemos los siguientes gráficos:

ISBN 978-84-945722-3-4









Los gráficos se han realizado con los datos recogidos en el Anexo III, que reflejan el porcentaje de respuestas afirmativas por bloque de preguntas y por curso.

En cada bloque de preguntas, la afirmación más votada ha obtenido entre el 85% y el 91% de los votos afirmativos. En cuanto a la gestión de la clase el factor determinante ha sido que ha habido participación de todo el alumnado (3); respecto al sentimiento del profesorado y del alumnado, los alumnos de Grado valoran sobre todo que los alumnos de primaria se sentían implicados con el trabajo (2) y estaban contentos (3). Por último, considerando los contenidos matemáticos, el factor más influyente es que los conceptos fueran ya conocidos (6).

Cabe destacar que los factores elegidos por los alumnos de Grado como determinantes del éxito, no coinciden en todos los casos con los que se consideraban imprescindibles en la

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

propuesta. Entre las pautas que debían seguir los alumnos estaban contextualizar la actividad y emplear una metodología activa y participativa, así como la utilización de recursos y materiales didácticos manipulables. Para los alumnos de Grado sí ha sido determinante que participara activamente todo el alumnado de Primaria, sin embargo, no han dado tanta importancia al contexto de la actividad ni al uso de materiales manipulables durante la misma.

Conclusiones

Para mejorar la formación de nuestros alumnos del Grado de Maestro en Educación Primaria, pusimos en práctica una experiencia de introducción a la práctica docente, estructurada en 4 fases a lo largo de todo el curso académico.

Hemos podido comprobar que con nuestra propuesta se mejora la calidad de su formación al proporcionarles experiencias prácticas introductorias, en las que además se promueve la práctica reflexiva. Se consigue el objetivo de motivar a los alumnos e incrementar su interés por la asignatura, al conectar los conocimientos didáctico-matemáticos aprendidos en la Facultad y la experiencia real en un aula.

Referencias bibliográficas

- Alsina, Á. (2007) El aprendizaje reflexivo en la formación permanente del profesorado: un análisis desde la didáctica de las matemáticas. Educación Matemática, vol. 19, núm. 1. Abril 2007, pp. 99-126.

- Berini López-Lara, M., Bosch Blanch, D., Casadevall Pou, M., Guevara Casanova, I. y Sabaté Giménez, D. (2009) Formación en práctica reflexiva de matemáticas, desde la perspectiva de un grupo de formadores. Revista Suma, 60. Febrero 2009, pp. 21-34.

- Blanco, R. (2017) Introducción a la práctica docente en el Grado de Maestro en Educación Primaria: propuesta metodológica de experiencia práctica introductoria. Preprint.

- Doclm (2007). Decreto 68/2007, de 29 de Mayo, por el que se establece y ordena el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Castilla-La Mancha.

ISBN 978-84-945722-3-4

- Zabalza Beraza, Miguel A., (2011) El Prácticum en la formación universitaria: estado de la cuestión. Revista de Educación, 354. Enero-Abril 2011, pp. 21-43.

ANEXO I

2010/2011	A	B	TOTAL	% PARTICIPACION
ALUMNOS MATRICULADOS	62	67	129	
ALUMNOS PARTICIPANTES	56	63	119	92,24806202
GRUPOS	18	22	40	
MEDIA	1,57	1,34	1,447	Media total de 0 a 10: 7,2

CEIP participantes: Fuente del Oro, Ramón y Cajal.

2011/2012	A	C	TOTAL	% PARTICIPACION
ALUMNOS MATRICULADOS	65	54	119	
ALUMNOS PARTICIPANTES	60	20	80	67,22689076
GRUPOS	17	5	22	
MEDIA	1,23	1,28	1,24	Media total de 0 a 10: 6,2

CEIP participantes: Fuente del Oro.

2012/2013	A	A2	TOTAL	% PARTICIPACION
ALUMNOS MATRICULADOS	36	38	74	
ALUMNOS PARTICIPANTES	28	31	59	79,72972973
GRUPOS	8	9	17	
MEDIA	1,7	1,7	1,7	Media total de 0 a 10: 8,5

CEIP participantes: Fuente del Oro.

2013/2014	A	B	DOBLE	TOTAL	% PARTICIPACION
ALUMNOS MATRICULADOS	72	65	16	153	
ALUMNOS PARTICIPANTES	64	58	14	136	88,88888889
GRUPOS	19	16	3	38	
MEDIA	1,57	1,41	1,85	1,52	Media total de 0 a 10: 7,6

CEIP participantes: Fuente del Oro, San Fernando.

2014/2015	A	B	TOTAL	% PARTICIPACION
ALUMNOS MATRICULADOS	70	107	177	
ALUMNOS PARTICIPANTES	59	71	130	73,44632768
GRUPOS	16	18	34	
MEDIA	1,43	1,26	1,34	Media total de 0 a 10: 6,7

CEIP participantes: Fuente del Oro.

ISBN 978-84-945722-3-4

* En cada curso aparecen los grupos en los que he impartido docencia (A, B, C, A2, DOBLE -doble titulación-), según nomenclatura de la Facultad de Educación.
* Nota media por grupo (de 0 a 2) y media global, de 0 a 2 y de 0 a 10.

ANEXO II

Encuesta extraída de Berini López-Lara, M. Y Otros, 2009, pp. 24-25.

Encuesta de prácticas. Análisis de actividades.

Cuando desarrollamos actividades cuyo resultado ha sido satisfactorio debemos reflexionar sobre lo que ha determinado el éxito. ¿Cuáles son los elementos que han hecho que las actividades funcionaran? ¿Hay elementos comunes?
¿Por qué me he sentido bien con esta actividad en la clase?

1) Gestión de la clase:
- Se ha trabajado en grupo
- Ha habido experimentación
- Ha habido participación de todo el alumnado
- Ha habido discusión entre ellos
- Han usado material manipulable
- Han podido salir del aula
- Han usado las TIC
- Han trabajado los juegos

2) Cuestiones de sentimiento del profesorado:
- Buena relación entre el alumnado
- Se sentían implicados con el trabajo
- Había ambiente de trabajo
- Sólo había que guiarlos
- Ha habido colaboración entre ellos
- Ha habido motivación para resolver los problemas
- No han preguntado: ¿Ya es la hora?
- No han preguntado: ¿Esto para qué sirve?

3) Cuestiones de sentimiento del alumnado:
- Había concentración, interés y atención
- Tenían confianza en sí mismos
- Sensación de euforia. Estaban contentos.
- Han razonado y reflexionado
- Contentos por ayudar a los compañeros
- No han sentido frustración por los errores

ISBN 978-84-945722-3-4

4) Contenidos matemáticos:

- Contextos reales
- Contextos a los que les ven la utilidad
- Contextos relacionados con experiencias suyas
- Contextos significativos para ellos
- No había rutinas
- Conceptos ya conocidos

ANEXO III

Resultados de las encuestas, en cada uno de los 4 bloques se contabiliza el porcentaje de alumnos en cada curso académico que responde afirmativamente a cada cuestión.

1. GESTIÓN DE LA CLASE	2010/2011	2011/2012	2012/2013	2013/2014	Media
Se ha trabajado en grupo	82,93	100,00	81,25	82,35	86,63
Ha habido experimentación	60,98	40,91	62,50	70,59	58,74
Ha habido participación de todo el alumnado	75,61	90,91	100,00	88,24	88,69
Ha habido discusión entre ellos	41,46	36,36	56,25	11,76	36,46
Han usado material manipulable	80,49	68,18	62,50	88,24	74,85
Han podido salir del aula	17,07	13,64	31,25	5,88	16,96
Han usado las TIC	12,20	0,00	0,00	11,76	5,99
Han trabajado los juegos	68,29	86,36	75,00	82,35	78,00

2. SENTIMIENTO DEL PROFESORADO	2010/2011	2011/2012	2012/2013	2013/2014	Media
Buena relación entre el alumnado	78,05	90,91	93,75	82,35	86,26
Se sentían implicados con el trabajo	90,24	86,36	100,00	88,24	91,21
Había ambiente de trabajo	80,49	77,27	87,50	70,59	78,96
Sólo había que guiarlos	58,54	68,18	68,75	35,29	57,69
Ha habido colaboración entre ellos	85,37	90,91	87,50	82,35	86,53
Ha habido motivación para resolver los problemas	82,93	95,45	100,00	76,47	88,71
No han preguntado: ¿Ya es la hora?	63,41	36,36	56,25	41,18	49,30
No han preguntado: ¿Esto para qué sirve?	53,66	36,36	50,00	23,53	40,88

3. SENTIMIENTO DEL ALUMNADO	2010/2011	2011/2012	2012/2013	2013/2014	Media
Había concentración, interés y atención	80,49	90,91	93,75	82,35	86,87
Tenían confianza en sí mismos	68,29	68,18	81,25	64,71	70,60
Sensación de euforia. Estaban contentos	90,24	100,00	100,00	76,47	91,68

ISBN 978-84-945722-3-4

Han razonado y reflexionado	73,17	95,45	87,50	88,24	86,09
Contentos por ayudar a los compañeros	53,66	81,82	56,25	76,47	67,05
No han sentido frustración por los errores	39,02	31,82	68,75	29,41	42,25

4. CONTENIDOS MATEMÁTICOS	2010/2011	2011/2012	2012/2013	2013/2014	Media
Contextos reales	80,49	63,64	68,75	58,82	67,92
Contextos a los que les ven la utilidad	78,05	63,64	81,25	64,71	71,91
Contextos relacionados con experiencias suyas	46,34	59,09	50,00	70,59	56,50
Contextos significativos para ellos	48,78	50,00	68,75	52,94	55,12
No había rutinas	46,34	40,91	56,25	29,41	43,23
Conceptos ya conocidos	82,93	81,82	93,75	82,35	85,21

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-717

OS GRUPOS COLABORATIVOS COMO ESPAÇOS DE FORMAÇÃO CONTINUADA DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

Rosana Prado Biani – Sergio Lorenzato – Rodrigo Donizete Serra
rosanabiani@gmail.com – slorenzato@sigmanet.com.br – rod.matematica@gmail.com
Prefeitura Municipal de Paulínia, Brasil
Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Brasil
Universidade Federal de São Carlos (UFSCar)/*campus* Sorocaba, Brasil

Núcleo temático: Formação de professores de Matemática
Modalidade: Comunicação Breve (CB)
Nível Educativo: não específico
Palavras-chave: Formação continuada. Grupos colaborativos. Desenvolvimento profissional. Ensino-aprendizagem de Matemática.

Resumo

Neste texto analisa-se o papel dos grupos colaborativos como espaços de formação continuada do professor que ensina matemática, tomando como referência os estudos e as práticas do Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (GEPEMAI) da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Pesquisas e estudos mostram que os grupos colaborativos têm sido uma forma bastante produtiva de desenvolvimento profissional. Seus membros – formadores, futuros professores, professores de diferentes níveis de ensino, outros profissionais da educação – compartilham experiências, práticas, conhecimentos; analisam e discutem a própria prática; estudam, dialogando teoria e prática; promovem ações formativas que fazem do grupo um espaço permanente de ensino, aprendizagem e produção de conhecimentos. O objetivo principal do GEPEMAI é contribuir com a formação continuada dos professores que ensinam matemática, tendo como foco a prática pedagógica em sala de aula e visando à aprendizagem dos alunos.

Introdução

Uma questão sempre presente na agenda da educação é a formação de professores – inicial e continuada. É comum entre professores, formadores, pesquisadores a percepção de que a formação inicial não é suficiente e, portanto, não se pode limitar-se a ela. É preciso a formação continuada. Com quem ensina matemática não é diferente.

A Matemática tem sido, ao longo do tempo, a disciplina na qual os estudantes apresentam maiores índices de reprovação ou baixo desempenho. Atualmente, isso pode ser constatado pelos resultados das avaliações em larga escala nacionais ou internacionais, como o Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de São Paulo (SARESP); a Prova Brasil; o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM); e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), que mostram repetitivamente que os alunos não estão bem em Matemática.

No entanto, esses dados, apresentados apenas como resultados, muitas vezes, nem chegam aos professores, e, segundo nos parece, não têm sido de muita valia para a mudança do quadro de baixo rendimento escolar dos alunos.

É certo que são necessárias políticas públicas eficazes, que levem à mudança efetiva dessa realidade, em nível de sistemas de ensino. Porém é tão mais certo que a sala de aula não pode esperar por mudanças em longo prazo por parte do poder público. E é certo, também, que os professores não precisam recorrer aos resultados das avaliações externas – as quais, aliás, deveriam avaliar também as políticas públicas – para constatar as dificuldades com a matemática: elas são percebidas, diariamente em suas aulas de matemática.

São muitos os professores que consideram que o desafio de melhorar a qualidade de aprendizagem dos alunos é urgente, porque entendem que a matemática, enquanto produção humana histórica, é um direito social que não pode ser negado, pois é imprescindível à formação emancipatória dos sujeitos sociais.

Esses professores se preocupam em promover nos estudantes uma aprendizagem real, significativa, com qualidade. E a preocupação com a aprendizagem incide em preocupação com o ensino, visto que uma e outro estão em relação direta na prática em sala de aula.

Essa preocupação tem sido razão suficiente para que muitos professores busquem espaços de formação continuada nos quais possam aprimorar suas práticas, aumentar seus conhecimentos, desenvolver-se profissionalmente, encontrar subsídios para fazer acontecer na sala de aula a aprendizagem discente esperada. Porque é isto que todo professor quer: que seu aluno aprenda.

Existem diferentes espaços dos quais os professores se podem valer para sua formação: palestras, minicursos, oficinas, cursos de extensão, dentre outros. Certamente cada um deles traz sua contribuição para a prática do professor.

ISBN 978-84-945722-3-4

Porém, nas últimas décadas, vêm ganhando destaque os grupos colaborativos de estudos. Pesquisas e estudos (Fiorentini, Fernandes, & Carvalho, 2015; Crecci & Fiorentini, 2013; Fiorentini, 2012), mostram que os grupos colaborativos têm sido uma forma bastante produtiva de desenvolvimento profissional em vários sentidos.

O objetivo deste texto é analisar o papel dos grupos colaborativos como espaços de formação continuada do professor que ensina matemática, tendo como referência a experiência vivida no Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (GEPEMAI) da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e o diálogo com a produção teórica.

Grupos colaborativos: espaços privilegiados de formação docente

Os grupos colaborativos de estudos, pelas características que os definem, podem ser considerados espaços privilegiados de formação docente. Suas características diferem daquelas observadas em cursos, palestras, oficinas, etc. E uma das principais delas é a relação que se estabelece entre seus membros e leva o grupo a ser considerado colaborativo.

Nos grupos de estudos, todos os participantes compartilham juntos de discussões, aprendizagens, produção de conhecimentos, etc. de forma contínua e permanente, independentemente de ser professor da escola básica, acadêmico da universidade ou futuro professor. Neles os professores podem investigar sua própria prática e buscar subsídios teóricos na relação com essa prática, para compreendê-la, torná-la cada vez melhor e até superar práticas que precisam ser transformadas.

Como mostram Fiorentini et al. (2015),

> trata-se de um processo de formação e de aprendizagem docente que não é baseado em cursos, como tem sido tradicionalmente concebidos e desenvolvidos pela universidade e pelas agências públicas, mas na realização de práticas de estudo, reflexão, análise e problematização sobre o que ensinamos e aprendemos em diferentes espaços educativos. (p. 15)

Essa é uma característica fundamental dos grupos de estudos colaborativos: a parceria que se estabelece entre universidade e escola básica, sem que nenhuma “colonize”

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

ou se deixe “colonizar” pela outra, mas de forma que cada uma, dentro de sua especificidade, traga contribuições para os estudos, as análises e as reflexões, para as negociações de significado e para a produção de conhecimentos.

De acordo com Crecci e Fiorentini (2013),

> o surgimento de grupos colaborativos, no Brasil, envolvendo parceria entre professores universitários e professores da escola básica, tendo como foco de análise as práticas de ensinar e aprender na educação básica, é um fenômeno que surgiu a partir da década de 1990. (p. 10)

Por essa perspectiva – a da parceria –, os grupos colaborativos são espaços de interlocução entre acadêmicos, professores da escola básica, futuros professores, que, tendo como foco as práticas pedagógicas, estudam, problematizam, aprendem, negociam, constroem outras práticas, socializam os aprendizados e produzem conhecimentos.

Entendida dessa maneira a participação nos grupos colaborativos repercute na prática pedagógica, ao mesmo tempo em que essa subsidia o processo de trabalho do grupo colaborativo, que é, assim, ele próprio um lugar de trabalho pedagógico, pois pode ser considerado como espaço de ensino e aprendizagem.

Mas, mais que isso, podemos afirmar que eles são também uma concepção – ou um conceito – de desenvolvimento profissional que se contrapõe à lógica que separa teoria e prática, academia e escola, ou que isola os que pensam dos que executam.

Nos grupos colaborativos todos são participantes, pois ali se considera a participação

> um processo pelo qual os membros de uma comunidade compartilham, discutem e negociam significados sobre o que fazem, falam, pensam e produzem conjuntamente. Participar, portanto, significa engajar-se na atividade própria da comunidade; apropriar-se da prática, e, portanto, dos saberes e dos valores da mesma e também contribuir para o desenvolvimento de seus membros e de seu repertório de saberes (Fiorentini et al., 2015, p. 22).

Certamente, cada um dos participantes, ao ingressar no grupo, traz consigo seus objetivos, suas expectativas, os problemas que vive no cotidiano do seu trabalho, e disso resulta a heterogeneidade do grupo, mas ela não reduz ou empobrece o trabalho.

ISBN 978-84-945722-3-4

Apesar das diferenças, há "... um compromisso mútuo entre os participantes de construir um espaço conjunto e agradável de estudo e investigação, e liberdade para propor agendas de trabalho de interesse comum" (Fiorentini et al., p. 19-20).

As diferenças, ao contrário, enriquecem a teia de experiências que serão compartilhadas, de problematizações que serão feitas, de narrativas que poderão ser produzidas, de aprendizagens que serão socializadas.

Momentos de experiências compartilhadas, de problematizações e reflexões sobre a própria prática são ricos em formação, pois trazem à tona a compreensão dos vários aspectos envolvidos na prática pedagógica: concepções de ensino e aprendizagem, de relação professor-aluno, de avaliação, de erro; currículo; planejamento; seleção de conteúdos; metodologia; objetivos da educação matemática, entre outros.

Analisar a própria prática de maneira sistemática e reflexiva em um grupo colaborativo permite ao professor rever suas concepções e crenças, redimensionar suas ações, desnaturalizar práticas, elevar seu nível de saberes, colocar-se como produtor de conhecimentos e divulgar os resultados de sua produção, dentre outras coisas.

Concordamos com Darsie e Carvalho (1998), quando afirmam que

> a reflexão pode contribuir para a tomada de consciência e para a evolução conceitual e de concepções, [...] na medida em que tal reflexão põe em evidência os conhecimentos prévios, os conflitos cognitivos e os conhecimentos gerados pela nova aprendizagem e, dessa maneira, reorganizando-os. (p. 61)

Por todas as razões apresentadas e, certamente, outras que não foram aqui expostas, podemos afirmar a grande potencialidade dos grupos colaborativos na formação dos professores que ensinam matemática.

Isso temos percebido no GEPEMAI

GEPEMAI – um grupo colaborativo de professores que ensinam matemática

O GEPEMAI – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nos/dos Anos Iniciais –, pelas características que apresenta, pode ser considerado um grupo colaborativo. Dentre elas, as principais são: a relação horizontal que se estabelece entre os

ISBN 978-84-945722-3-4

seus membros; o compartilhamento entre todos na elaboração, na análise e na avaliação de atividades, sequências didáticas ou projetos desenvolvidos por cada um; a produção escrita coletiva; a produção e a divulgação de trabalhos; o planejamento, a realização e a avaliação de eventos; a proposição de temas de estudos; o estabelecimento de metas a serem alcançadas, dentre outros.

O grupo é formado por professores licenciados em Matemática ou Pedagogia, que ensinam matemática nos diferentes níveis de ensino; futuros professores; professores de Educação Especial; e outros profissionais da educação. Entre seus membros há também mestres, doutores e mestrandos. A coordenação do grupo é do professor Sergio Lorenzato, docente da Faculdade de Educação da Unicamp, onde os encontros do grupo acontecem quinzenalmente, às segundas feiras, das 18h30 às 22 horas, com pauta construída coletivamente.

Ele foi criado em 2009 para atender ao anseio comum de alguns professores que ensinavam matemática: ter um espaço no qual pudessem compartilhar suas angústias, suas dificuldades, os problemas enfrentados em sua prática pedagógica, mas também seus conhecimentos e experiências.

Ao longo de seus oito anos de existência, o que une seus membros e sustenta o grupo é o propósito comum de aprender e ensinar Matemática cada vez mais e melhor, promovendo a qualidade de aprendizagem dos alunos; é o vínculo do compromisso com a profissão, com os alunos, com a educação matemática e com a educação em geral.

Certamente existem dificuldades: disponibilidade de tempo de cada um; obstáculos pessoais; concepções nem sempre consensuais; a própria heterogeneidade do grupo, dentre outras. No entanto, as dificuldades devem ser vistas como possiblidade, e não como limite, pois enfrentá-las faz parte do aprendizado e da colaboratividade.

Desde que foi criado, o principal objetivo do GEPEMAI é proporcionar a formação continuada aos professores que ensinam matemática, tendo como foco a prática pedagógica em sala de aula e visando à aprendizagem dos alunos. Porém, por considerar a formação de maneira ampla, desse objetivo decorrem outros, como:

- contribuir com a discussão e a produção acadêmica mais ampla acerca da formação – inicial e continuada – de professores que ensinam matemática;

ISBN 978-84-945722-3-4

- promover a mediação necessária entre a academia e a escola básica, entre a teoria e a prática;
- analisar os desafios que a educação matemática tem colocado;
- apoiar a valorização da profissão docente, a valorização da educação, da matemática e da educação matemática;
- contribuir com a melhoria das práticas pedagógicas em sala de aula, fornecendo elementos para a prática docente;
- propor metodologias, materiais didáticos, etc., que possam auxiliar professores e alunos, favorecendo o ensino e a aprendizagem de matemática;
- promover um intercâmbio de ideias que contribua com a mudança de concepções negativas ainda existentes acerca do ensino e da aprendizagem da matemática;
- produzir conhecimentos e divulgar os trabalhos (produtos) o máximo possível, atingindo mais e mais professores e outros profissionais da educação e alcançando, também cada vez mais, um maior número de alunos.

As produções em grupos colaborativos enriquecem a formação profissional, pois é no processo de produção que se mobilizam estratégias, conhecimentos, recursos, habilidades, etc. Dessa forma, os grupos colaborativos se confirmam como espaços de práticas pedagógicas nos quais, pelo processo de produção, se estabelece uma relação dialética entre prática-teoria-investigação-aprendizagem-ensino-produção, ou seja, ao mesmo tempo em que o professor investiga e analisa a sua prática, ele também aprende, ensina e produz conhecimento, utilizando referências teóricas. Essa produção de conhecimentos pode se materializar em algum produto: livros, vídeos, entrevistas, materiais didáticos, etc.

O GEPEMAI possui uma agenda que, além dos encontros quinzenais, inclui a atuação em várias frentes de trabalho, produzindo e divulgando conhecimentos: *site*[3]; organização e participação em eventos de educação matemática; produção de materiais didáticos; publicações diversas em diferentes mídias.

Atualmente o grupo tem se dedicado aos estudos e às produções referentes ao que está chamando de Matemática Visual, recurso didático-metodológico para a prática em sala

[3] Visite nosso *site*: http://www.gepemaiunicamp.wix.com/educacaomatematica

de aula que se apoia na visualização – imagem visual – e na representação – imagem mental –, por considerar esse um recurso eficaz ao ensino-aprendizagem da Matemática na fase inicial da construção dos conceitos, na qual as imagens comunicam melhor do que as palavras.

Para finalizar

Ao longo de nossa exposição argumentamos em favor dos grupos colaborativos como espaços privilegiados de formação continuada dos professores que ensinam matemática. Nossa experiência nos permite afirmar ser esse um espaço acolhedor e inclusivo, no qual as relações horizontais que ali se estabelecem rompem com a hierarquia vertical da relação universidade-escola, colocando todos os participantes como colaboradores e produtores de conhecimentos.

Essa lógica da colaboratividade – contrária à lógica da competitividade e da hierarquização – permeia positivamente as relações entre os participantes nos grupos colaborativos e faz com que o aprendizado que ali se dá vá muito além do cognitivo. Aprende-se muito mais que matemática e metodologia: por suas características, os grupos colaborativos tornam-se espaços transformadores e emancipatórios.

Por isso é importante divulgar o trabalho dos grupos colaborativos, para agregar cada vez mais professores que pretendem a boa qualidade de ensino e aprendizagem em suas aluas. E mais: buscam a qualidade social da educação matemática, um direito de todos.

Esperamos contribuir também para que esses espaços possam ser reconhecidos institucionalmente e pelas políticas públicas como um espaço real de formação continuada e para que a eles seja dado o devido valor na carreira profissional do professor.

Referências

Crecci, V. M., & Fiorentini, D. (2013). Desenvolvimento profissional de professores em comunidades com postura investigativa. *Acta Scientiae*, *15*, 9-23. Retirado em 03 de janeiro de 2017, de http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/346.

Darsie, M. M. P., & Carvalho, A. M. P. (1998, julho/dezembro). A reflexão na construção dos conhecimentos profissionais do professor de matemática em curso de formação

ISBN 978-84-945722-3-4

inicial. *Zetetiké 6*(10), 57-76. Retirado em 01 de abril de 2017, de www.ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/view/2639

Fiorentini, D. (2012). Investigar e aprender em comunidades colaborativas de docentes da escola e da universidade. In *XVI ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Práticas de Ensino*, Unicamp, Campinas. Retirado em 03 de janeiro de 2017, de http://www.infoteca.inf.br/endipe/smarty/templates/arquivos_template/upload_arquivos/acervo/docs/0091s.pdf.

Fiorentini, D., Fernandes, F. L. P., & Carvalho, D. L de. (Orgs.) (2015). *Narrativas de práticas e de aprendizagem docente em Matemática*. São Carlos: Pedro & João Editores.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-718

EMPLEO DEL HUMOR DE PROFESORES ESPAÑOLES Y PORTUGUESES EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Pablo Flores*– Luís Menezes**–António Ribeiro**–Floriano Viseu***
pflores@ugr.es – luisdemenezes@gmail.com –ribeiro@esev.ipv.pt–fviseu@ie.uminho.pt
* Universidad de Granada (España), **Politécnico de Viseu (Portugal), ***Universidade do Minho (Portugal)

Núcleo temático: Aspectos socioculturales de la educación matemática
Modalidad: CB
Nivel educativo: internivel
Palabras clave: Humor, enseñanza, recursos.

Resumen

La comunicación didáctica se vale de diversas estrategias, como el humor, que favorecen, tanto el clima de aula, como generar un discurso para compartir significados.Tenemos escasa información sobre el empleo que los profesores, en general, y los portugueses y españoles, en particular, hacen del humor en la enseñanza de las matemáticas. Interesados por los aspectos positivos que promueve el empleo del humor en la enseñanza, hemos constituido el proyecto HUMAT (Humor in mathematics education), involucrando instituciones de Portugal, España y Argentina, que se interesa, por conocer el valor que otorgan los profesores de Matemáticas al humor en sus clases.Esta comunicación expone algunos resultados de una de las investigaciones del proyecto, derivados del envío a profesores de matemáticas de Portugal y España, de un cuestionario sobre su visión del humor en educación, el uso que hacen en su clase, y las razones que le llevan a emplearlo o evitarlo.

Introducción.

El humor está presente en las interacciones comunicativas, en la mayor parte de las culturas (Martins, 2015). El papel de la comunicación en la enseñanza hace que nos interesemos por comprender si es empleado el humor, cómo es utilizado y qué impacto tiene en el aprendizaje

ISBN 978-84-945722-3-4

de los alumnos (Banas, Dunbar, Rodriguez &Liu, 2011; Guitart, 2012; Flores, 2003; Guitart& Flores, 2003; Martin, 2007). Nos interesan trabajos sobre el profesor de Matemáticas, aunque la mayoría son estudios que analizan experiencias que han empleado el humor como recurso didáctico (Guitart, 2012; Shmakov&Hannula, 2010).

Hay muy escasa investigación de este tipo en Portugal y España, lo que nos ha hecho plantear el proyecto HUMAT, desde Portugal, con participación de investigadores de España y Argentina. Uno de sus objetivos es examinar lo que piensan los profesores de Matemáticas sobre el humor y sobre su valor educativo, e indagar sobre cómo es usado en sus aulas. En esta comunicación presentamos algunos datos de un estudio realizado con profesores portugueses y españoles, que han respondido a un cuestionario sobre el uso del humor en sus clases.

Estudio del humor

Para indagar sobre cómo emplean el humor los profesores debemos considerar las teorías que explican el funcionamiento del humor. Las más importantes son la teoría de la superioridad, la de la incongruencia y de la liberación (Adão, 2008; Banaset al, 2011; Meyer, 2015; Martins, 2015). La primera tiene una raíz sociológica, y considera que el humor resulta del sentido de superioridad del sujeto en relación a algo o a alguien (Adão, 2008), manifestándose mediante la ridiculización de comportamientos de las personas (Martins, 2015). Para la teoría de la incongruencia, el humor se produce por aparecer una situación inesperada, que, percibida por el interlocutor, después de la sorpresa inicial, reconoce la existencia de una relación original, que la hace graciosa (Banaset al, 2011), arrancando de teorías cognitivas. A partir de componentes psicosociales y cognitivos, la teoría de la liberación ve el humor como alivio de una situación de tensión, con amplio empleo en psicoanálisis (Freud, 1966).

Ha habido amplia investigación sobre el uso educativo del humor, Martin (2007), pero son investigaciones del siglo XX apenas replicadas, por lo que disponemos de escasos resultados sobre la situación actual.Sobresalen dos líneas en el estudio del humor en educación, la centrada en su función emocional y las que tienen intenciones cognitivas (Banas et al., 2011). Chaniotakis (2014) recoge investigaciones sobre las razones por qué los profesores usan el humor en su clase, que revelan que utilizan humor para a) mejorar el ambiente en clase y la relación con los alumnos, b) afrontar situaciones difíciles y problemas de disciplina, c)

ISBN 978-84-945722-3-4

reducir la tensión, d) despertar el interés de los alumnos, e) promover el aprendizaje y f) mejorar su estado de ánimo durante la enseñanza.

El uso del humor por profesores ha sido analizado por diversas investigaciones (Ağçamii, 2017; Chaniotakis, 2014; Guitart, 2012; Shmakov&Hannula, 2010). Chaniotakis (2014) examina el papel que profesores griegosde primaria asignan al humor en clase, mediante un cuestionario que incluye atributos de los profesores y frecuencia con que usan en humor. Aprecia que no consideran el humor como un atributo importante del papel del docente, clasificándolo en una de las últimas posiciones, en comparación con otras cualidades. Ağçamii(2017) examinó las percepciones de profesores de lengua extranjera de tres universidades turcas, mediante un cuestionario, apreciando que suelen dominar las percepciones positivas sobre el uso del humor en clase, aunque con vacilaciones.

Nosotros hemos emprendido un estudio para examinar el papel que los profesoresreconocen al usodel humor en la enseñanza de las matemáticas. Una de las razones que desecha usar el humor en la enseñanza se puede situar en la ausencia del humor en los recuerdos discentes de los profesores. Por ello establecimos dos dimensiones: a) recuerdo que tienen los profesores de si sus profesores empleaban humor en clases de matemáticas, y b) papel que atribuyen al humor en sus clases. Distinguimos dos aspectos, reconocer si usaban/usan el humor y su función.

Cuadro 1: Dimensiones del estudio

	Recuerdo de uso del humor	Uso del humor como profesor
Reconocer emplear humor	- Recuerdo profesores de matemáticas que usaban humor	- Humor y sentido del humor - Si, y con qué frecuencia, usa humor en clase
Describir Forma y función del uso del humor	- Función que desempeñaba, forma de hacerlo (lista y pregunta abierta)	- Función que desempeña - Forma de utilizarlo (lista y pregunta abierta)

Metodología

La organización de dimensiones del cuadro 1, para examinarqué papel otorgan los profesores portugueses y españoles de matemáticas al humor en sus clases, nos ha permitido diseñar un cuestionario (validado por expertos y pasado previamente a un grupo de profesores, antes de la redacción definitiva), con tres partes (A, B y C):

1. Identificación (experiencia docente, edad, nivel de enseñanza que imparte, titulación)

A. Humor y sentido del humor (identificación de cómo se considera respecto al sentido del humor y qué entiende por humor).

B. Valor educativo del humor en la enseñanza de las matemáticas(compatibilidad, de qué depende)

C. Uso del humor en la enseñanza de las matemáticas (C.1: recuerdos de profesor de matemáticas que ha usado humor en clase; C.2. Uso que realiza del humor).El cuestionario fue administrado en línea, enviado a escuelas (Portugal (Pt)) y asociedades de profesores (España (ES)), durante 7 semanas.

En este artículo presentamos el análisis de algunas preguntas de la parte B y C del cuestionario. Las dimensiones cuantitativas fueron estudiadas estadísticamente de manera descriptiva. Las respuestas de las preguntas abiertas fueron recogidas mediante análisis de contenido. Para organizar estas respuestas establecimos las siguientes dimensiones:

I. Papel del humor: (i) Tipo de humor, (ii), Funciones instructivas del humor y (iii) Tipo de actividad planteada a los alumnos cuando se utiliza el humor en clase

II. Forma de emplearlo: (iv) contenido matemático sobre el que se utiliza y (v) forma de presentación del humor.

Estas dimensiones nos permitirán caracterizar las apreciaciones que recojamos en las respuestas al cuestionario.

Presentación y análisis de los datos

Se han obtenido 1094 respuestas, 601 de Portugal y 493 de España. La muestra está formada por un 70% de profesoras.En Portugal el 82% de la muestra está constituida por personas del género femenino, variando sus edades entre 24 y 66 años, con una media de 47,3, con un tiempo medio de servicio docente de aproximadamente 23 años, variando entre 1 y 43 años. En España hay un 55% de profesoras, la edad media es de 42 años, con un rango entre 27 y 67 años, y 19 años de servicio como media, con un rango entre menos de un año y 49 años. La mayoría de estos profesores son, en Portugal, del primer ciclo de educación básica (37%), seguido por el segundo (20%) y el tercer ciclo de educación básica y secundaria enseñanza (15%)[4]. En España son mayoría los profesores de secundaria (85%), solo un 4% en

[4]En Portugal, la "ensino básico"está formada por tres ciclos: 1.º ciclo (1-4 años); 2-º ciclo (5-6 años); 3.º Ciclo (7-9 años). La enseñanza secundaria termina en la formación superior (10-12 años). En España la enseñanza primaria abarca de los 6 a los 12 años, la secundaria de 13 a 18 años

ISBN 978-84-945722-3-4

Primaria.En Portugal, la mayoría son graduados (73%), destacando el porcentaje de profesores con maestría (21%) y un 6% tienen un doctorado. En España el 84% son licenciados, el 5% diplomados y el 11% restantes son doctores.

En Portugal, más del 10% son de las áreas de Matemáticas y Ciencias de la Educación, de Ciencias de la Naturaleza el 19%, de Matemáticas el 17%, educación básica el 16% y "enseñanza de las matemáticas" 13%. Algunos profesores señalan título en áreas de "Letras", "Música", "Optimización", "expresión dramática", "educación artística" o "Ciencias farmacéuticas".En España el 73% son licenciados en Matemáticas, 3% en Estadística, otras licenciaturas de ciencias 8% (Física, Química y Biología), 6% entre ingenieros y arquitectos, 6% de maestros, 3% de informática, y 3% en otras titulaciones.

1. Humor como recurso para enseñar Matemáticas

Un total de 1071 de los participantes (un 97%, Pt, y un 99% ES) consideran que la enseñanza de las matemáticas es compatible con el uso del humor. La Tabla 1 del anexoresume resultados de las razones que les llevan a pensar así.Aparece un alto nivel de acuerdo en todas las afirmaciones presentadas, lo que nos hace apreciar que han respondido aquellos profesores que se han interesado en la cuestión planteada, teniendo una visión proclive al empleo del humor.

Entre las otras razones para emplear humor en clase, destacan su utilidad para mejorar las relaciones personales, para motivar y crear un clima que facilite la comunicación, mejorando la atención. Aparecen alusiones a la cualidad del humor para crear ciertas capacidades, como el sentido crítico, y otras relacionadas con las conductas escolares habituales, como mejorar la memoria, afianzar conceptos y estimular el razonamiento.

Solo 22 profesores consideran que la enseñanza de las matemáticas es incompatible con el humor, (18 en Portugal y sólo 4 en España). Muestran cierto acuerdo con algunas de las razones expuestas, para justificar la incompatibilidad de la enseñanza de las matemáticas con el uso del humor, aunque el nivel de acuerdo no es, en general, muy alto(tabla 2 en anexo resume respuestas). La única razón con porcentajes superiores al 50% aluden a que los currículos no lo contemplan (68%, en Portugal), y considerarsesin sentido del humor (50% en España). Parece que para estos profesores la razón no está en las matemáticas.

ISBN 978-84-945722-3-4

2. El humor en las prácticas de los profesores de Matemáticas

Para describir cómo aparece el humor en la enseñanza, planteamos dos cuestiones (a) ¿Recuerdas algún profesor de Matemáticas que usase el humor en clase?; y (b) ¿Utiliza humor para enseñar Matemáticas?

(a) 421 profesores (204, Portugal, 34%; 217 España, 44%) recuerda profesores de Matemáticas que usaban humor. Mayoritariamente,sus profesores usaban el humor con las intenciones de "Crear un buen ambiente", "Motivar" y "Hacer pensar". Destacan la mejora de la relación didáctica sobre la instructiva, aunque la finalidad "Enseñar conceptos", tiene un acuerdo alto.

La descripción de cómo usaban el humor sus profesores genera respuestas diversas. Los profesores que recuerdan, recurrían al humor sobre todo de manera oral, a veces a través de historias, anécdotas etc., en las que el alumno observa.

(b) 977 respuestas (89%, 538 Portugal -89%- y 439 España - 89%-) afirman utilizar humor alguna vez en sus clases de Matemáticas (tabla 3, anexo).

966 profesores reconocen emplear el humor en clase (90%; 532 Portugal y 434 España), mayoritariamente con regularidad (464, 54% Portugal y 49% España) seguido de puntualmente 355 (Portugal, 46%, España, 37%).Principalmente paracrear buen ambiente y motivar (tabla 4 anexo).

Entre las respuestas abiertas recogidas, cuatro ponen de evidencia preocupaciones de naturaleza cognitiva como la memoria. Todas las restantes apuntan a que la principal intención es mejorar la relación que pueden establecer los alumnos con la matemática.

A pesar de no ser muy amplioel número de profesores que reconoce no usar humor en sus propias clases (cerca del 10%, tabla 5 anexo) interesa apreciar sus razones. Salvo el desacuerdo con la inutilidad del humor en España, ninguna de las demás respuestas supera el 50%. Otros porcentajes altos reconocen la falta da apoyo que sienten para emplear el humor como recurso, preferentemente por la escasa formación para hacerlo. Llama la atención la diferencia del temor por crear indisciplina, que en España no parece existir, mientras que en Portugal tiene cierto peso.

En el caso de que empleasen situaciones humorísticas en su enseñanza, se les pidió que relatasen episodios que lo ejemplificaran. El análisis de contenido de las respuestas con las dimensiones señaladas, nos hace resumir en la tabla 6.

ISBN 978-84-945722-3-4

Tabla 6: Uso del humor en sus clases de Matemáticas

Categorías	Indicadores	Portugal	España
Tipo de humor	Utiliza incoherencia	0	6
	Utiliza el ridículo	42	20
	No definido	121	37
Contenido matemático del humor	Temas y subtemas		
	• Números y operaciones	42	10
	• Geometría y Medida	19	3
	• Álgebra	13	11
	• Probabilidades	3	6
	• Estadística	12	2
	• Otros	0	
	Procesos matemáticos		
	• Razonamiento (abstracción, generalización, …)	2	
	• Resolución de problemas	0	
			3
Funciones instructivas del humor	Crear un clima agradable	17	58
	Generar conflictos cognitivos	2	5
	Despertar la creatividad	0	0
	Motivar a los alumnos	7	10
Desafío a los alumnos	Observar	54	45
	Discutir	2	5
	Resolver una tarea (a partir de la situación)	18	
	Pensar	7	
Forma de presentación	Oral	62	48
	Texto	5	
	Gráfico	4	6
	Mixto (BD, Cartoon)	22	5
	Historia/anécdotas/escenas caricaturas	10	9

La mayoría delas situaciones no muestran un tipo definido de humor, no dejan clara su intención, sólo en algunas respuestas en España encontramos propuestas que realzan la incoherencia como objeto de humor, al relatar equívocos de términos en matemáticas y en la vida cotidiana, o proponen juegos con contenidos matemáticos.

Hay disposición a emplear humor en gran variedad de contenidos, pero una mayoría alude a contenidos algebraicos (incluyendo funciones y límites, como los clásicos chistes de la función exponencial y de la "x" tendiendo a infinito), a los conceptos geométricos, la probabilidad, y en menor grado a la estadística.

De manera abrumadora se alude al humor como creador de un clima agradable de aprendizaje, aunque muchas respuestas buscan la motivación. Escasas alusiones a las funciones instructivas del humor, aunque alguna señala la intención de dar mayor plasticidad al mensaje didáctico.

Algunas respuestas españolas aluden a que los alumnos propongan, inventen o analicen chistes, pero la mayoría del humor proviene del profesor, de su discurso u otras iniciativas.

ISBN 978-84-945722-3-4

En todos estos casos, se espera que el alumno observe y disfrute de la situación humorística creada. En Portugal, 18 aluden a la resolución de desafíos, con escasas aportaciones a abrir debate y cuando aparece en las respuestas de España, se tratan de cursos de formación de profesores en la universidad.

La forma mayoritaria de presentar las situaciones humorísticas es la oral. Con frecuencia en las respuestas aluden a vídeos, dibujos animados o viñetas.En España varios profesores señalan vídeos concretos ("Poncho y Troncho", "Donald en el país de las matemáticas", entre otros) como ocasiones para usar el humor con diversos fines, preferentemente motivadores.

Conclusiones

Hemos de reconocer el amplio número de respuestas obtenidas, habiendo sido una convocatoria abierta, lo que indica que los profesores que responden tienen disposición por el tema, tienen interés o actitudes para emplear el humor en clase de matemáticas.

Una cantidad interesante de profesores (poco más de un tercio) recuerdan que sus profesores emplearon humor, preferentemente con función motivadora, valorando más los aspectos didácticos que el mensaje matemático.

Reconocen haber ampliado el uso que percibieron en sus profesores, posicionándose con mucha mejor disposición a usar el humor (89%,), también mostrando preferentemente la función motivadora, aunque van incluyendo más contenidos matemáticos sobre los que es posible introducir el humor, así como más soportes, no limitándose a relatar historiasde manera oral. Muestran una mayor disposición que la que han vivido como oyentes, lo que se plasma, por algunos, en proponer tareas matemáticas a través del humor.

Si bien son minoritarios, aparecen profesores que reconocen emplear el humor en su clase con función instructiva, empleando desafíos más ricos. Para esta función utilizan diversas fuentes y soportes, como los vídeos señalados, historietas o cómics.

Los resultados, en general, son coherentes con los sintetizados por Banas et al., (2011), realzando el papel facilitador del clima didáctico sobre su rol instructivo.

Pocos profesores consideran que las matemáticas sean incompatibles o altamente compatible con el humor, una mayoría que ve cierto grado de compatibilidad.

Los resultados de Portugal y España no son muy diferentes, se han apreciado algunas tendencias en respuestas puntuales, que han sido señaladas en el texto.

Referencias

ISBN 978-84-945722-3-4

Adão, T. (2008). *O lado sério do humor – uma perspectiva sociolinguística do discurso humorístico*. Famalicão: Editorial Novembro.

Ağçamii,R. (2017). Investigating instructors' perceptions on the use of humour in higher education. *European Journal of Education Studies*Vol. 2, I. 3, 238-248.

Banas, J. A., Dunbar, N., Rodriguez, D. y Liu, S. J. (2011). A review of humor in educational settings: Four decades of research. *Communication Education*,*60*(1), 115-144.

Chaniotakis, N. (2014). Humour in the classroom: Teachers' perceptions.*Studying Humour – International Journal*. Vol. 1. 1-12. ejournals.lib.auth.gr

Flores, P. (2003). *Humor gráfico en el aula de Matemáticas*. Granada: Arial.

Freud, S. (1966). *El chiste y su relación con lo inconsciente*. Madrid, Alianza.

Guitart, M. yFlores, P. (2003). Humor gráfico para la enseñanza y el aprendizaje del azar. *Suma*, 42, 81-89.

Guitart, M. (2012). P*ermitido reír... Estamos en clase. El humor como recurso didáctico en aula de Estadística* (Tesis de Doctorado, Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina).

Martin, R. (2007). *The psychology of humor – An integrative approach.* London: Elsevier Academic Press.

Martins, A. I. (2015). A seriedade do Humor ao longo dos séculos: uma retórica do poder político ou de um contra-poder? *Revista Iberoamericana de Estudios de Desarrollo*, *4*(1), 323-346.

Meyer, J. C. (2015). *Understanding Humor Through Communication: Why be Funny, Anyway*?. Lanham: Lexington Books.

Shmakov, P. y Hannula, M. S. (2010). Humour as means to make mathematics enjoyable. In *Proceedings of CERME*(Vol. 6, pp. 144-153).

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-721

¿CÓMO RESUELVEN PROBLEMAS DE REPARTOS PROPORCIONALES ALUMNOS SIN EXPERIENCIA PREVIA?

Sergio Martínez-Juste[1] – José María Muñoz-Escolano[1] – Antonio M. Oller-Marcén[2]
sergiomj@unizar.es – jmescola@unizar.es – oller@unizar.es
[1]Universidad de Zaragoza – [2]Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza (España)

Núcleo temático: VII. Investigación en Educación Matemática.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Secundaria
Palabras clave: razonamiento proporcional, repartos, resolución de problemas

Resumen

La proporcionalidad es uno de los tópicos matemáticos más importantes en la formación del alumnado de Secundaria. De las muchas situaciones que pueden modelizarse mediante la proporcionalidad, los "repartos proporcionales" constituyen una de las más tradicionales. En estas situaciones debe repartirse la cantidad de una magnitud entre una serie de participantes proporcionalmente a una serie de cantidades de otra magnitud asociada a los participantes. Estos problemas aparecen en libros de texto de todas las épocas. Además, la última reforma educativa española vuelve a introducirlos explícitamente en el currículo en los primeros cursos de Secundaria. En este trabajo estudiamos las respuestas dadas por alumnos que se enfrentan por primera vez a este tipo de problemas sin haber recibido instrucción previa. En concreto, estudiaremos el tipo de reparto realizado y las técnicas utilizadas en su resolución cuando responden a dos problemas abordables mediante un reparto proporcional, uno directo y otro inverso. Pese a la relativa variabilidad en las técnicas del reparto, uno de los problemas se acepta de forma natural como un reparto (directamente) proporcional, mientras que un bajo número de alumnos realiza de forma espontánea un reparto inversamente proporcional.

Introducción y objetivos

Dependiendo del contexto concreto en que se presente, existen múltiples formas de resolver el problema genérico de repartir una cierta cantidad entre un número determinado de personas (Antequera & Espinel, 2011; Peled & Bassan-Cincinatus, 2005; Sánchez, 2013). En este trabajo prestaremos especial atención a los llamados repartos directa e inversamente proporcionales.

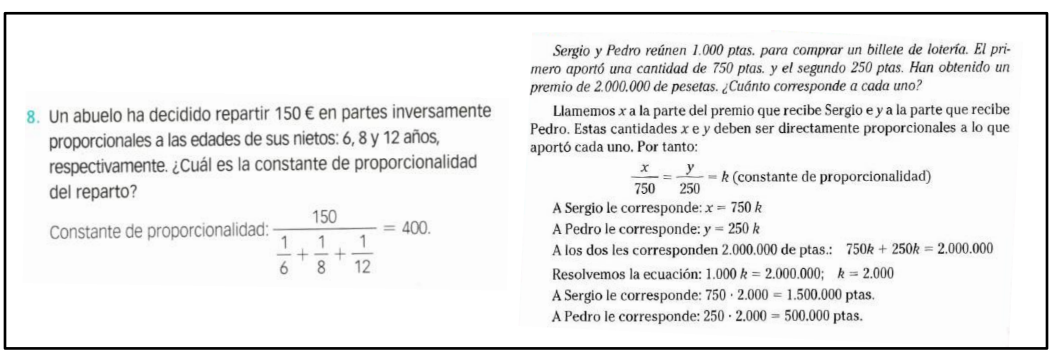
Un reparto directamente proporcional se puede definir, en términos generales, del siguiente modo: Dada una cantidad K y dado un conjunto de pesos $w_1, w_2, \ldots, w_p$ se trata de encontrar una serie de valores $k_1, k_2, \ldots, k_p$ de forma que $k_1 + \ldots + k_p = K$ y $k_i / k_j = w_i / w_j$ para todos i, j.

ISBN 978-84-945722-3-4

Por otro lado, un reparto inversamente proporcional se puede definir de la siguiente forma: Dada una cantidad K y dado un conjunto de pesos w_1, w_2,…, w_p se trata de encontrar una serie de valores k_1, k_2,…, k_p de forma que $k_1 +\ldots+ k_p = K$ y $k_i /k_j = w_j /w_i$ para todos i, j.

Existen diversos motivos por los cuales está justificado prestar atención a este tipo de problemas. Además del interés intrínsecamente matemático de este tipo de problemas, existen razones relacionadas con cuestiones históricas o curriculares y con la práctica educativa habitual.

Desde un punto de vista histórico, estos problemas ya aparecen en algunos de los textos de contenido matemático que se conservan. Por ejemplo, el problema nº 68 del *Papiro de Rhind* (datado hacia el siglo XVII a.n.e.) dice lo siguiente: "Supongamos que un escriba te dice: cuatro capataces, cuyas cuadrillas consisten en 12, 8, 6 y 4 hombres respectivamente, han ganado 100 gran hekat cuádruples de grano. ¿Cuánto grano debe recibir cada capataz?" (Chace, 1979, p. 104). En una situación como la descrita, resulta natural la idea de un reparto directamente proporcional. De hecho ese es el modo en que se resuelve el problema. Por otro lado, en el *Jiuzhang Suanshu*, libro chino del siglo III, encontramos problemas como el siguiente (problema 8 del capítulo 3): "Ahora, considera cinco oficiales de distintos rangos: Dafu, Bugeng, Zanniao, Shangzao and Gongshi. Entre todos deben pagar un total de 100 monedas. El pago debe repartirse de acuerdo a sus rangos, de modo que el más alto paga menos y el más bajo paga más. Di, ¿cuánto debe pagar cada uno de ellos?" (Kangshen, Crossley & Lun, 1999, p. 166). En este caso, las condiciones del problema fijan la necesidad de un cierto reparto inverso (a mayor rango, menor pago). Aunque la aplicación de un reparto inversamente proporcional puede no resultar del todo evidente, ese fue el procedimiento seguido por el autor del texto a la hora de resolver el problema.


8. Un abuelo ha decidido repartir 150 € en partes inversamente proporcionales a las edades de sus nietos: 6, 8 y 12 años, respectivamente. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad del reparto?

Constante de proporcionalidad: $\dfrac{150}{\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{12}} = 400.$

Sergio y Pedro reúnen 1.000 ptas. para comprar un billete de lotería. El primero aportó una cantidad de 750 ptas. y el segundo 250 ptas. Han obtenido un premio de 2.000.000 de pesetas. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

Llamemos x a la parte del premio que recibe Sergio e y a la parte que recibe Pedro. Estas cantidades x e y deben ser directamente proporcionales a lo que aportó cada uno. Por tanto:

$$\frac{x}{750} = \frac{y}{250} = k \text{ (constante de proporcionalidad)}$$

A Sergio le corresponde: $x = 750\,k$

A Pedro le corresponde: $y = 250\,k$

A los dos les corresponden 2.000.000 de ptas.: $750k + 250k = 2.000.000$

Resolvemos la ecuación: $1.000\,k = 2.000.000$; $k = 2.000$

A Sergio le corresponde: $750 \cdot 2.000 = 1.500.000$ ptas.

A Pedro le corresponde: $250 \cdot 2.000 = 500.000$ ptas.

Figura 1. A la izquierda, problema de reparto inversamente proporcional (Almodóvar et al., 2016). A la derecha, problema de reparto directamente proporcional (Almodóvar et al., 1999).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Desde el punto de vista curricular, la ley educativa vigente actualmente en España afirma que los estudiantes de entre 13 y 14 años deberán ser competentes en "resolución de problemas en los que intervenga la proporcionalidad directa o inversa o variaciones porcentuales. Repartos directa e inversamente proporcionales" (L.O.M.C.E., 2013).

Por otro lado, como indica Schubring (1987, p.41), la práctica educativa a veces está más influenciada por los libros de texto utilizados para la enseñanza que por las leyes o los currículos oficiales. En este sentido, un rápido análisis de libros de texto nos permite encontrar ejemplos como los mostrados en la Figura 1.

El objetivo principal de este trabajo consiste en analizar las respuestas dadas por estudiantes sin experiencia ni instrucción previa a dos problemas de repartos proporcionales. De estos problemas, uno puede ser considerado como un reparto directamente proporcional y el otro como un reparto inversamente proporcional. Este objetivo principal puede descomponerse en dos objetivos específicos:

1. Analizar los diferentes modelos de reparto utilizados por los estudiantes y comparar la influencia del tipo de proporcionalidad (directa o inversa) sobre el modelo empleado.
2. Describir las técnicas utilizadas por los estudiantes cuando deciden aplicar modelos proporcionales.

Marco teórico

La importancia del razonamiento proporcional ha sido puesta de manifiesto por múltiples autores. Por ejemplo, Lesh, Post and Berh (1988, p. 2) afirman que "el razonamiento proporcional es un concepto central […] es la piedra angular de la aritmética escolar".

Los conceptos principales relacionados con la proporcionalidad son las razones (entre sistemas o dentro de un sistema) y las tasas de cambio. Adicionalmente, se pueden considerar problemas de tipo parte-parte o de tipo parte-todo. (Lamon, 2012; Noelting, 1980). A la hora de resolver problemas relacionados con la proporcionalidad, existen multiples estrategias. Lamon (2012) habla de unitización, construcción, razón unitaria o factor de cambio. El uso por parte de los alumnos de una estrategia determinada ante un determinado problema, así como la dificultad del mismo, puede depender de diversos factores. Uno de ellos es la estructura numérica del problema (Steinthorsdottir, 2006).

ISBN 978-84-945722-3-4

Los problemas de repartos, especialmente aquellos que se presentan en un contexto social, no tienen un único modelo bajo el que pueden ser resueltos (Peled & Bassan-Cincinatus, 2005). Además de los repartos equitativos y proporcionales, pueden aparecer otros tipos de modelos de reparto (Peled & Balacheff, 2011; Antequera & Espinel, 2011). El modelo utilizado depende fuertemente tanto del contexto del problema como de las posibles reglas y restricciones introducidas por el profesor.

Si nos centramos en los modelos de reparto proporcional, se pueden distinguir distintas técnicas de resolución que pueden clasificarse teniendo en cuenta si se considera el problema como de tipo parte-parte o de tipo parte-todo y teniendo en cuenta los métodos utilizados para resolver los problemas de valor perdido que aparecen.

Silvestre y Ponte (2012, p. 74) afirman que "en su planificación, los docentes deben tener en consideración el conocimiento informal previo de sus alumnos". Así pues, para decidir las técnicas y estrategias más adecuadas para introducir en el aula estos contenidos, parece interesante analizar las respuestas dadas por alumnos que no han recibido ningún tipo de instrucción previa en ese tipo de tareas (Fernández, 2009; Martínez-Juste, Muñoz-Escolano & Oller-Marcén, 2015). Más aún, en el caso de los repartos, es interesante estudiar la influencia del contexto del problema sobre la elección entre un reparto proporcional o uno equitativo.

Método y muestra

El estudio se llevó a cabo con un total de 20 estudiantes de 2º de E.S.O., con edades comprendidas entre los 13 y 14 años. Los alumnos trabajaron en parejas durante los 50 minutos de una sesión de clase normal. Los participantes carecían de cualquier tipo de experiencia previa con este tipo de problemas y no recibieron ningún tipo de instrucción previa por parte del investigador, excepto la petición de que explicaran lo más detalladamente posible el proceso de resolución de los problemas.

El cuestionario propuesto a los alumnos constaba de dos problemas. En ambos los estudiantes debían repartir determinada cantidad de dinero entre varias personas teniendo en cuenta una cierta situación inicial. En el primero de ellos (correspondiente a un reparto directamente proporcional) el reparto final debe, en cierto modo, reflejar la situación inicial. En el segundo (correspondiente a un reparto inversamente proporcional) el reparto final debe compensar la situación inicial.

ISBN 978-84-945722-3-4

Los problemas propuestos fueron los siguientes:

<u>Primer problema</u>: Alba, Bea y Carmen compraron un billete de la lotería de Navidad entre las tres. Alba puso 4 €, Bea 6 € y Carmen 10 €. El billete resultó premiado con 3000 €. ¿Cómo debería repartirse el premio?

<u>Segundo problema</u>: Una abuela tiene 60.000 € que quiere repartir entre sus dos únicos nietos. Uno de ellos tiene un sueldo de 1.000 € al mes, mientras que el otro gana 3.000 €. La abuela ha decidido que el reparto debe hacerse de forma que se compense la diferencia de sueldos de sus nietos. ¿Cómo debería repartir su dinero?

Resultados

En primer lugar, señalamos que todas las parejas proporcionaron una solución a, al menos, uno de los dos problemas propuestos. Sólo una pareja dejó sin resolver el primer problema y dos parejas no proporcionaron una solución completa al segundo de ellos.

En cuanto al modelo de reparto utilizado para la resolución de los problemas, es interesante señalar que no se dio ningún caso de reparto equitativo en ninguno de los dos problemas propuestos. Más concretamente, las nueve parejas que resolvieron el primer problema lo hicieron aplicando correctamente un modelo de reparto directamente proporcional. En el caso del segundo problema, el modelo de reparto inversamente proporcional fue utilizado únicamente por dos parejas. El resto utilizaron un modelo de reparto no proporcional que compensaba la situación inicial de forma aditiva (ver Figura 2).

Entre las parejas que optaron por aplicar modelos proporcionales en el Problema 1 se han identificado tres métodos de resolución distintos:

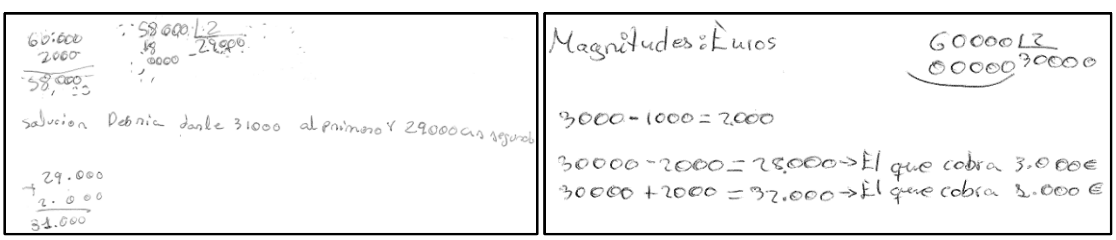


Figura 2. Modelos de reparto no proporcionales que compensan aditivamente la situación inicial.

- Estrategia de unitización. Utilizada por tres parejas. Consiste en calcular el premio que corresponde a cada 2 € invertidos en el billete de lotería (Figura 3).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

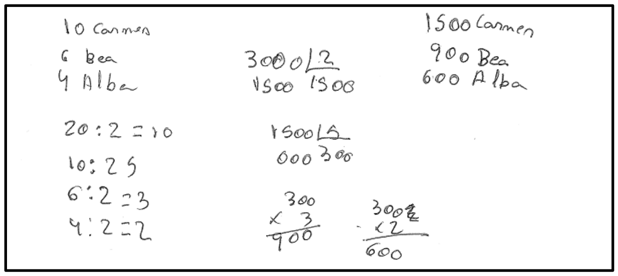


Figura 3. Estrategia de unitización.

- Uso de razones razón parte-todo dentro de cada sistema. Utilizada por dos parejas. Consiste en calcular la parte de billete que ha comprado cada amiga para, posteriormente, calcular esa misma parte del premio total (Figura 4).

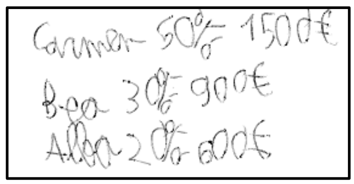


Figura 4. Razones parte-todo dentro de cada sistema.

- Uso de razones entre sistemas. Utilizada por cuatro parejas. Consiste en calcular el premio que corresponde a cada euro invertido en el billete de lotería (Figura 5).

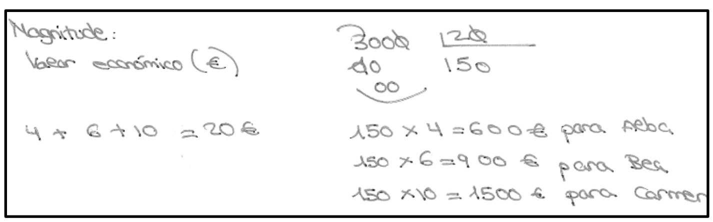


Figura 5. Razones entre sistemas.

En el Problema 2, por su parte, sólo se encontró un método de resolución entre aquellas parejas que utilizaron un modelo inversamente proporcional (Figura 6).

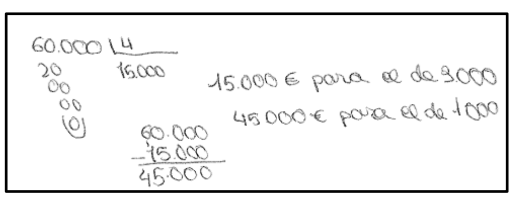


Figura 6. Reparto inversamente proporcional en el Problema 2.

Discusión

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

En primer lugar, es destacable que, pese a no haber recibido ningún tipo de instrucción formal en este tipo de problemas, casi todos los estudiantes participantes han sido capaces de desarrollar algún tipo de estrategia para resolver los problemas propuestos.

A diferencia de lo que sucede en algunos trabajos previos, no hemos encontrado ejemplos de repartos equitativos en el Problema 1. Esto puede deberse a que el contexto de la Lotería de Navidad es muy familiar para los alumnos que, de este modo, están acostumbrados a este tipo de protocolos sociales (Sánchez, 2014).

Pese a no recibir ninguna indicación para aplicar repartos proporcionales (Peled & Bassan-Cincinatus, 2005), el primer problema fue resuelto mediante ese tipo de modelo de reparto por el 90% de los estudiantes. Por otro lado, el segundo problema solo fue resuelto mediante un modelo inversamente proporcional por el 10% de los estudiantes. Este desequilibrio se puede explicar porque la proporcionalidad directa e inversa son fenómenos muy diferentes matemática y cognitivamente (Gairín & Oller, 2011).

Algunas de las respuestas al segundo problema que no aplican modelos proporcionales de reparto (ver Figura 2) se corresponden con las obtenidas por Peled and Balacheff (2011) cuando trabajaban con el 'problema de la lotería', pero en nuestro caso en un contexto de reparto inversamente proporcional. Dichos autores denominaron a ese modelo de reparto como "partir de manera que la diferencia sea parecida a la diferencia entre las inversiones". Estos modelos basados en pensamiento aditivo también aparecen al abordar problemas de bancarrota (Antequera & Espinel, 2011).

Observamos que las técnicas de resolución de problemas de valor perdido en situaciones de proporcionalidad directa son adaptadas libremente y aplicadas por los estudiantes en los problemas de repartos directamente proporcionales. Sin embargo, esto no sucede en el caso de los repartos inversamente proporcionales.

La aparición de estrategias de unitización en el Problema 1 es debida a que las cantidades involucradas (4, 6 y 10) son múltiplos de una cantidad (2) que puede actuar como 'nueva' unidad. Esto ilustra la influencia de los valores numéricos elegidos sobre las estrategias que los alumnos utilizan para resolverlo (Steinthorsdottir, 2006).

Agradecimientos

Financiado por el Gobierno de Aragón y el Fondo Social Europeo (Grupo S119).

Referencias bibliográficas

Almodóvar, J.A., Cuadrado, A., Díaz, L., Dorce, C., Gámez, J.C., Marín, S., Pérez, C., Redón, M. & Sánchez, D. (2016). *Matemáticas 2º ESO Serie Resuelve*. Madrid: Santillana.

Almodóvar, J.A., García, P., Gil, J., Vázquez, C., Santos, D. & Nortes, A. (1999). *Matemáticas 4º ESO Opción A. Órbita 2000*. Madrid: Santillana.

Antequera, A. & Espinel, M.C. (2011). Analysis of a teaching experiment on fair distribution with secondary school students. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 42(2), 213-228.

Chace, A. B. (1979). *The Rhind mathematical papyrus*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics

Fernández, A. (2009). *Razón y proporción: Un estudio en la escuela primaria*. Valencia: Publicacions de la Universitat de València.

Gairín, J. M. & Oller, A. M. (2011). Proporcionalidad aritmética en Secundaria. Ideas para una propuesta didáctica. En Lupiáñez, J. L.; Cañadas, M.C.; Molina, M.; Palarea, M.; Maz, A. (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática - 2011* (pp. 179-189). Granada: Dpto. Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.

Kangshen, K., Crossley, J.N. & Lun, A.W.C. (1999). *The nine chapters on the mathematical art: Companion and commentary*. Oxford: Oxford University Press.

Lamon, S. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Esential content knowledge and instructional strategies for teachers*. New york: Routledge.

Lesh, R., Post, T. & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. En J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations for the middle grades* (pp. 93-118). Reston: NCTM.

Ley orgánica de mejora de la calidad educativa (L.O.M.C.E., Ley Orgánica 8/2013, 9 de diciembre). (2013). Boletín Oficial del Estado, nº 295, 2013, 10 de diciembre.

Martínez-Juste, S., Muñoz-Escolano, J. M. & Oller -Marcén, A. M. (2015). Estrategias utilizadas por estudiantes de distintos niveles educativos ante problemas de proporcionalidad compuesta. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 351-359). Alicante, Spain: SEIEM.

Noelting, G. (1980). The development of proportional reasoning and the ratio concept. Part II. Problem structure at successive stages: problem solving strategies and the mechanism of adaptive restructuring. *Educational Studies in mathematics*, 11(3), 331-363.

Peled, I. & Balacheff, N. (2011). Beyond realistic considerations: Modeling conceptions and controls in task examples with simple word problems. *ZDM Mathematics Education*, 43, 307–315.

ISBN 978-84-945722-3-4

Peled, I. & Bassan-Cincinatus, R. (2005). Degrees of freedom in modelling: taking certainty out of proportion. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29 PME, Vol. 4* (pp. 57-64). Melbourne: PME.

Sánchez, E. A. (2014). Hacer un reparto proporcional o un reparto equitativo: ¿cómo influye el contexto para tomar la decisión? *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 44-60.

Sánchez, E. A. (2013). Razones, proporciones y proporcionalidad en una situación de reparto: Una mirada desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16 (1), 65-97

Schubring, G. (1987). On the methodology of analyzing historical textbooks: Lacroix as textbook author. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 41-51.

Silvestre, A. I., & da Ponte J. P. (2012). Missing value and comparison problems: What pupils know before the teaching of proportion. *PNA*, 6(3), 73-83.

Steinthorsdottir, O. B. (2006). Proportional reasoning: Variable influencing the problems difficulty level and one‘s use of problem solving strategies. En J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehlíková. (Eds.), *Proceedings of the 30 PME, Vol. 5* (pp. 169-176). Praga: PME.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-722

TRAYECTORIAS HIPOTÉTICAS DE APRENDIZAJE PARA ENFRENTAR PROBLEMAS DE VARIACIÓN

Armando Hernández Solís – Rubén Elizondo Ramírez
armandhs@gmail.com – elizondocch@gmail.com
CINVESTAV-IPN, México – CINVESTAV-IPN, México

Modalidad: CB
Nivel educativo: Bachillerato
Núcleo temático: I. Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.
Palabras clave: Triángulo isósceles de área máxima, resolución de problemas, trayectorias hipotéticas de aprendizaje, tecnologías digitales.

Resumen

En este trabajo exponemos las actividades que desarrollamos con estudiantes de bachillerato enfrentados a un problema de variación; particularmente, el problema consiste en determinar las dimensiones de un triángulo isósceles de área máxima, manteniendo fijo su perímetro. Al inicio, los estudiantes exploran físicamente, usando un alambre de longitud fija, distintas dimensiones de triángulos comprobando que sus áreas varían. Luego, mostramos una simulación de la desigualdad del triángulo y hacemos otro acercamiento a la solución usando una hoja de cálculo. Después, guiamos la construcción dinámica del problema en GeoGebra y, finalmente, el planteamiento algebraico es llevado a cabo. Cada exploración permite tener distintas aproximaciones de la solución del problema. El objetivo de las actividades no es solamente que los estudiantes resuelvan el problema, sino también que den significado a los conceptos relacionados con su resolución a partir del uso de distintas representaciones. Para cada una de las representaciones propuestas, se diseña una Trayectoria Hipotética de Aprendizaje (THA) lo cual, aunado a la resolución de problemas, forman parte de los elementos conceptuales de este trabajo.

Introducción

En este trabajo mostramos una serie de actividades relacionadas con el siguiente problema: *Dado un segmento de 12 unidades de longitud, ¿cuáles son las dimensiones del triángulo isósceles de perímetro 12 cuya área es máxima?* Para abordarlo, proponemos cinco secuencias de actividades, basadas en una interpretación libre del constructo “Trayectoria Hipotética de Aprendizaje” (THA) de Simon (1995).

En la primera THA, la exploración física, se pide a los participantes que, con un alambre de 12 unidades de longitud, construyan diez triángulos isósceles con diferentes dimensiones, registrando en una tabla las medidas de su base, altura y área. Con estos datos se plantean

ISBN 978-84-945722-3-4

diversas preguntas, entre ellas: ¿Es posible construir triángulos isósceles para cualquier medida de los lados? ¿Bajo qué condiciones, respecto de los lados, puede construirse? Esta última pregunta conduce a la segunda THA cuyo objetivo es entender la desigualdad del triángulo, apoyada con una simulación diseñada en GeoGebra. La tercera THA se enfoca en abordar el problema usando una representación tabular con una hoja de cálculo. En la cuarta THA se presenta una construcción dinámica, creada también en GeoGebra. La quinta THA está relacionada con la solución algebraica del problema.

Entre los objetivos de presentar distintos enfoques (el físico, con geometría dinámica, con hoja de cálculo y el algebraico) destacan los siguientes: abordar el problema a partir de distintas representaciones y, con ello, establecer condiciones y relaciones particulares del problema; además, generar, comprobar y/o refutar conjeturas; asimismo, complementar y reforzar los conceptos y significados matemáticos emergentes; y, por supuesto, resolver el problema. De esta forma, nos planteamos la siguiente pregunta: ¿Cómo se promueve la construcción de significados matemáticos al enfrentar un problema a través de diferentes representaciones?

Antecedentes

La propuesta que presentamos en este trabajo corresponde a una secuela de THA similares que hemos venido trabajando en distintos espacios, tanto con estudiantes como profesores. Originalmente, implementamos una serie de THA similar para resolver el problema en términos de un triángulo rectángulo de perímetro fijo de 12 unidades. Con el trabajo aquí presentado, pretendemos dar seguimiento a la ruta que hemos planteado para enfrentar algunos problemas de variación. Así mismo, otros antecedentes de este trabajo consisten en diversos reportes como los de Santos-Trigo (2012) y Santos-Trigo & Reyes-Rodríguez (2016) quienes proponen varios problemas que se resuelven de distintas maneras, incluyendo siempre la tecnología digital, usando diferentes representaciones. Además, Santos-Trigo & Moreno-Armella (2013) proponen un marco conceptual basado en la resolución de problemas y la tecnología digital. Esta tecnología brinda la oportunidad de presentar diferentes soluciones a las realizadas en lápiz y papel, estableciendo diversas conexiones y nuevos significados.

ISBN 978-84-945722-3-4

Elementos conceptuales

La propuesta de Simon (1995) para la enseñanza busca marcos que permiten reconstruir la pedagogía matemática, la cual involucra actividades de estudiantes y profesores. Dentro de las actividades que debe hacer el profesor está la de planeación y dentro de esta actividad se considera lo que se conoce como una *trayectoria hipotética de aprendizaje*. El término se usa para indicar el camino por el cual el aprendizaje puede conseguirse. Simon utiliza el término *hipotético* porque es un supuesto que el estudiante aprenderá de esa forma, lo cual solo se sabrá al aplicarla. Si no se aprendió, habrá que modificarla de modo que, nuevamente, toma el carácter de hipotética. Así, se estará en el ciclo de aprendizaje hasta que se obtenga una aplicación satisfactoria de ella.

Ahora bien, un modelo de aprendizaje que está estrechamente relacionado con este trabajo es el de *resolución de problemas*. La propuesta de Polya (1945) es una reflexión sobre su propia práctica y experiencia. Escribe acerca del proceso que se involucra en la resolución de problemas, en el cual una de sus metas es apoyar a los estudiantes de ciencias e ingeniería cuando se enfrentan a un problema matemático. Además, Polya discute el papel y la importancia del uso de los métodos heurísticos en la resolución de problemas. Posteriormente, Schoenfeld (1985) implementa un programa de investigación basado en las ideas de Polya con un objetivo importante: caracterizar lo que significa pensar matemáticamente y documentar cómo los estudiantes llegan a ser exitosos en la resolución de problemas. Como resultado, Schoenfeld propone un marco para explicar el comportamiento de los estudiantes en actividades de resolución de problemas. El objetivo no es solamente dar una respuesta o solución, sino identificar y contrastar diversas maneras de representar, explorar, resolver y extender el problema, logrando aplicar diversos conocimientos matemáticos y favoreciendo el entendimiento de conceptos y procesos involucrados. Así, más que centrar la discusión sobre lo que sería un problema, lo que interesa es que la actividad sea considerada por los estudiantes como un punto de inicio para identificar diversas relaciones matemáticas. La resolución de problemas es considerada por varios países un modelo importante para el estudio de matemáticas (Santos-Trigo, 2007; Santos-Trigo & Moreno, 2013).

El papel de las tecnologías digitales en la educación se puede analizar desde la *mediación instrumental*. Una de las características de los humanos es la construcción de herramientas,

ISBN 978-84-945722-3-4

las cuales, en principio, son amplificadoras de una actividad intencionada, ya sea física o cognitiva. Moreno-Armella & Sriraman (2005) distinguen una herramienta material de una simbólica. Por un lado, la herramienta material afecta la actividad humana (esta actividad es mediada por la herramienta). Por otro lado, la herramienta simbólica afecta el conocimiento, la cognición del individuo, de modo que la herramienta no sólo es amplificadora, sino reorganizadora de las ideas. Además para Moreno-Armella & Hegedus (2009), la herramienta no sólo es el objeto físico en sí mismo, sino es la encarnación de un propósito.

Las tecnologías digitales se han convertido en herramientas mediadoras para aprender, para educar, proporcionando nuevas formas de representación de un objeto matemático**,** representaciones digitales, que conllevan nuevas relaciones entre las representaciones ya existentes. Las representaciones digitales producen una sensación de existencia material y estas representaciones son *ejecutables*.

Sobre las THA diseñadas y la población participante

Con la intención de no ser repetitivos y describir nuevamente las THA implementadas, recordamos que estas fueron referidas en la Introducción de este trabajo. Sin embargo, es importante mencionar que dos cuestionarios más fueron aplicados, uno previo a la aplicación de las THA y otro posterior, con el fin de que los estudiantes abordaran abiertamente el problema y de recabar sus impresiones finales. La aplicación de las actividades se llevó a cabo en un aula de cómputo durante tres sesiones de dos horas cada una, guiadas por nosotros, en dos grupos de primer año de un bachillerato en la Ciudad de México. Los estudiantes formaron equipos de trabajo libremente de dos y tres integrantes, y sus edades eran de 15 y 16 años. La información de la etapa experimental fue recopilada en las hojas de trabajo de los estudiantes, de la cual describiremos algunos fragmentos en la siguiente sección.

Descripción de la información recopilada

Inicialmente pedimos a los estudiantes que intentaran resolver el problema abiertamente, teniendo a su alcance diversas herramientas como los alambres, GeoGebra y una hoja de cálculo. Entre las primeras aproximaciones que consiguieron los estudiantes destacamos la siguiente (Ver la Figura 1):

ISBN 978-84-945722-3-4

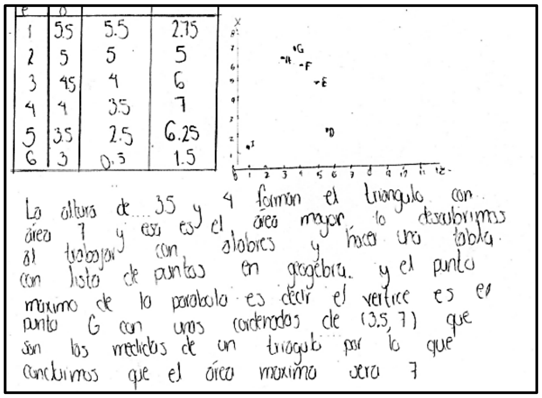


Figura 1. Una primera aproximación.

Base	Altura	Área
1	5.5	2.75
2	5	5
3	4.5	6.75
4	3.5	7
5	2.5	6.25
6	0.5	1.5
1.5	5.3	3.95
2.5	4.75	5.9
3.5	4	7
4.5	3.25	7.3

Figura 2. Las medidas en la tabla.

Los integrantes de este equipo narran que usaron los alambres y registraron sus medidas en la hoja de cálculo de GeoGebra para producir una lista de puntos. Sin embargo, refieren que estos puntos pertenecen a una parábola cuyo vértice, el punto de coordenadas $(3.5, 7)$, proporcionan las medidas del área máxima. A pesar de que dichos puntos no corresponden a una parábola, este equipo consigue una buena aproximación al inicio de las actividades.

Después del primer intento, comenzamos a guiar a los estudiantes con la primera THA en la cual formaron manualmente distintos triángulos isósceles y registraron sus medidas en una tabla. En la Figura 2 se muestra la tabla de uno de los equipos. A partir de la tabla se obtuvieron las primeras conjeturas sobre la solución del problema. Luego, recopilamos las medidas de todos los equipos para formar una "nube de puntos" en GeoGebra (Figura 3).

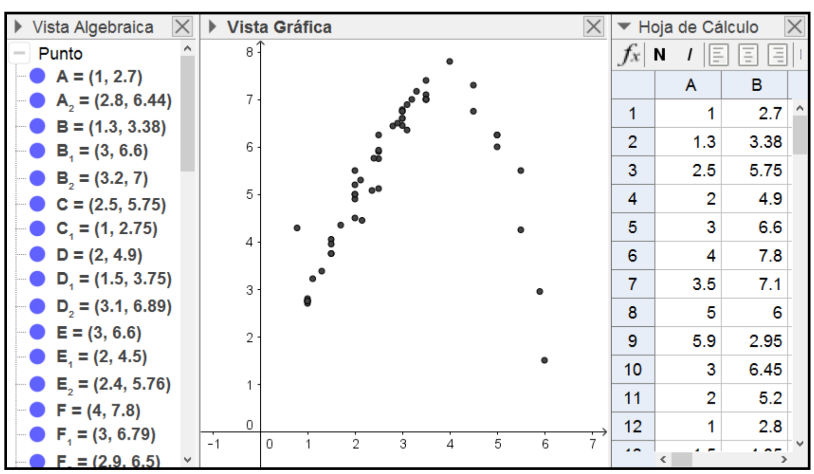


Figura 3. La nube de puntos.

Las primeras conjeturas generadas por los participantes iban reforzándose. Además, una observación importante que hicieron los estudiantes a partir del trabajo manual consistió en

ISBN 978-84-945722-3-4

darse cuenta de que no siempre era posible formar triángulos para medidas arbitrarias. Para reforzar esta observación, aplicamos la segunda THA en la que mostramos una simulación diseñada en GeoGebra, la cual condujo a los participantes a enunciar la desigualdad del triángulo. Cabe mencionar que esta simulación fue diseñada no solo para triángulos isósceles, sino para cualquier triángulo de perímetro 12.

Lado igual	Base	El otro lado igual	Altura	Perímetro	Área	Incremento
3.000000	6.000000	3.000000	0.000000	12.0000	0.000000000000	0.25
3.250000	5.500000	3.250000	1.732051	12.0000	4.763139720814	
3.500000	5.000000	3.500000	2.449490	12.0000	6.123724356958	
3.750000	4.500000	3.750000	3.000000	12.0000	6.750000000000	
4.000000	4.000000	4.000000	3.464102	12.0000	6.928203230276	
4.250000	3.500000	4.250000	3.872983	12.0000	6.777720855863	
4.500000	3.000000	4.500000	4.242641	12.0000	6.363961030679	
4.750000	2.500000	4.750000	4.582576	12.0000	5.728219618695	
5.000000	2.000000	5.000000	4.898979	12.0000	4.898979485566	
5.250000	1.500000	5.250000	5.196152	12.0000	3.897114317030	
5.500000	1.000000	5.500000	5.477226	12.0000	2.738612787526	

Figura 4. La hoja de cálculo.

En la tercera THA implementada los estudiantes vieron la hoja de cálculo proyectada en el aula de cómputo (Figura 4). Esta hoja de cálculo permite modificar el valor de los lados iguales del triángulo ubicado en la casilla señalada como “Incremento”. Al modificar este valor, se despliegan en automático los demás valores (base, altura, perímetro y área) indicándose con un color distinto el área máxima. Así, los estudiantes podían tener otro acercamiento a la solución y confirmar o refutar sus conjeturas previas. Prueba de ello es la siguiente respuesta dada por un equipo (Figura 5):

Todos los lados deben medir 4cm, la altura mediría
3.464102 cm y el área máxima sería de:6.9282032.

Figura 5. Observaciones sobre la exploración del problema con la hoja de cálculo.

La cuarta THA consistió en que los estudiantes siguieran una serie de pasos para obtener la construcción dinámica en GeoGebra y parte de la función área modelada a partir de esta construcción (Figura 6). Al desplazar el punto móvil E sobre el segmento de 12 unidades, el triángulo isósceles varía y el punto P sobre la gráfica de la función área muestra el valor del área en términos de uno de los lados iguales del triángulo.

ISBN 978-84-945722-3-4

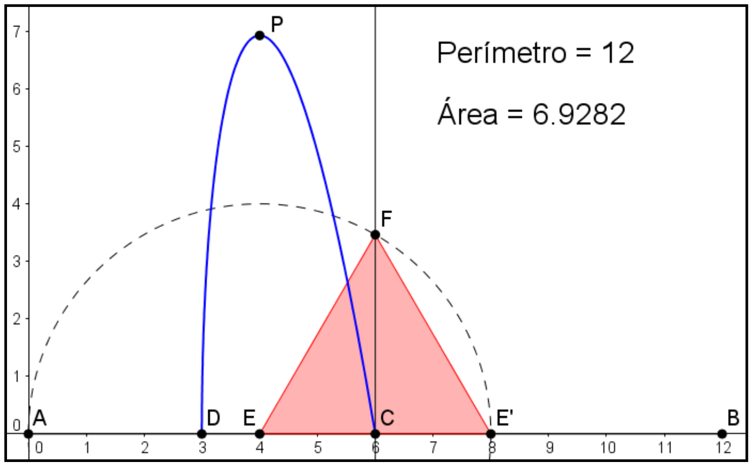


Figura 6. La construcción dinámica y la función área.

Cuando el punto móvil E yace sobre la coordenada $(4{,}0)$, se tiene el triángulo de lados $4, 4, 4$, y el punto P se ubica en la parte más alta sobre la gráfica de la función área. Con ello, los estudiantes reforzaron la conjetura de que el triángulo equilátero es el triángulo isósceles de área máxima. Con la intención de mostrar un ejemplo, mostramos la siguiente evidencia (Figura 7).

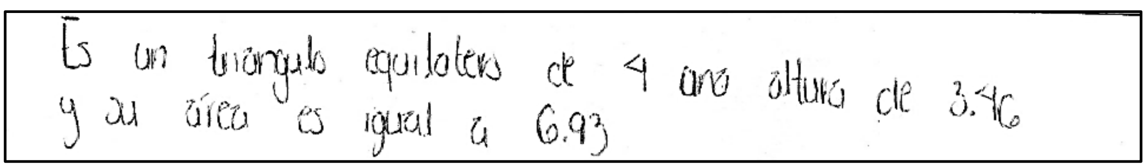


Figura 7. La conjetura se refuerza.

Una vez más, insistimos, las conjeturas se reforzaban y comenzaban a obtenerse conclusiones sólidas sobre la solución del problema. En la quinta THA mostramos a los estudiantes el desarrollo algebraico del problema obteniendo las soluciones exactas del problema, y les pedimos que produjeran algunos comentarios al respecto.

En el último cuestionario aplicado, los estudiantes dieron algunas de sus impresiones finales, entre ellas: identifican que un triángulo isósceles puede llegar a ser un triángulo equilátero, destacan la importancia de usar distintas representaciones para abordar el problema y muestran un agrado general por las actividades realizadas (Figura 8).

ISBN 978-84-945722-3-4

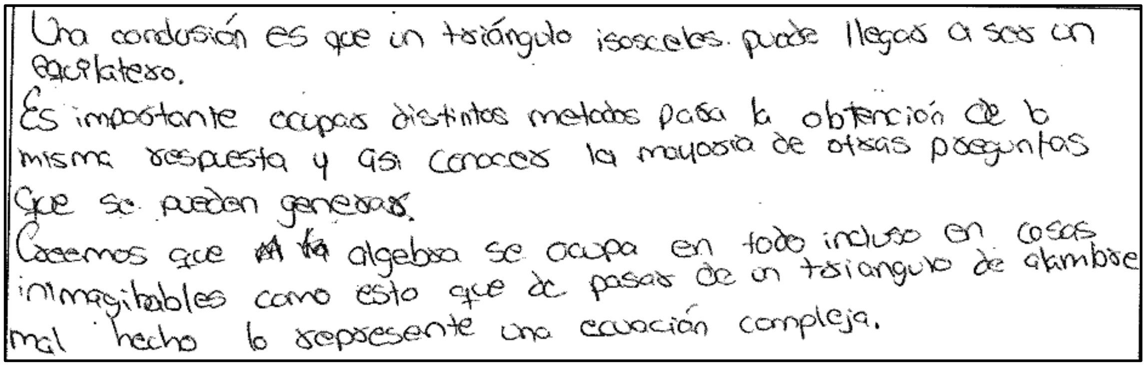

Una conclusión es que un triángulo isosceles puede llegar a ser un
equilatero.
Es importante ocupar distintos metodos para la obtención de la
misma respuesta y asi conocer la mayoria de otras preguntas
que se pueden generar.
Creemos que ~~en la~~ algebra se ocupa en todo incluso en cosas
inimaginables como esto que de pasar de un triangulo de alambre
mal hecho lo represente una ecuación compleja.

Figura 8. Conclusiones de los estudiantes sobre las actividades realizadas.

Comentarios finales

Cada una de las representaciones juega un papel fundamental en el desarrollo y entendimiento de las actividades propuestas. La exploración física permite *manipular* el problema y, como los mismos estudiantes son quienes calculan las medidas, creemos que la manipulación física cobra un significado invaluable al facilitar el resto de las actividades que podrían parecer más abstractas; dicho de otro modo, pensamos que la manipulación conduce a que el problema sea más tangible. De manera similar, el realismo que GeoGebra le otorga a la construcción dinámica permite que esta representación no sea tan lejana para los estudiantes. Las representaciones dinámicas en GeoGebra y la hoja de cálculo en Excel son representaciones ejecutables y brindan a los estudiantes una respuesta inmediata que permite validar o refutar sus conjeturas. A pesar de las virtudes que conceden las representaciones digitales, pensamos que el desarrollo algebraico no debe dejarse de lado lo cual nos permite afirmar que *al establecer relaciones y conexiones entre las distintas representaciones, se promueve la construcción de significados matemáticos*.

Finalmente, nos parece importante mencionar que el diseño de las THA no siguió el mismo orden que se dio al implementarlas. El diseño de la hoja de cálculo es un ejemplo pues, para su elaboración, nos basamos en el desarrollo algebraico del problema. Sin embargo, consideramos que no es necesario que los estudiantes comprendan el diseño de la hoja de cálculo, o de cualquiera otra de las herramientas diseñadas, sino que entiendan su uso y que les sean útiles para abordar y resolver problemas. De este modo, reiteramos que una tarea cotidiana de los profesores de matemáticas debe ser el diseño de actividades, su implementación y, de ser el caso, su refinamiento.

ISBN 978-84-945722-3-4

Referencias bibliográficas

Moreno-Armella, L. and Sriraman, B. (2005). Structural stability and dynamic geometry: Some ideas on situated proofs. *International Reviews on Mathematical Education*, **37**(3), 130-139.

Moreno-Armella, L. and Hegedus, S. (2009). Co-action with digital technologies. *ZDM Mathematics Education*, (41), 505-519.

Polya, G. (1945). How to solve it. Princeton University Press, New York.

Santos-Trigo, M. (2007). *Resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos.* Trillas, México.

Santos-Trigo, M. (2012). *El estudio de fenómenos de variación y el empleo de herramientas digitales.* Libro electrónico disponible en iTunes.

Santos-Trigo, M. and Moreno-Armella, L. (2013). Sobre la construcción de un marco conceptual en la resolución de problemas que incorpore el uso de herramientas computacionales. In Rojano, M.T. (Coord.). *Las tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas.* Trillas, Mexico.

Santos-Trigo, M. and Reyes-Rodríguez, A. (2016). The use of digital technology in finding multiple paths to solve and extend an equilateral triangle task. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. **47**(1), 58-81.

Shoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic, New York.

Simon, M. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, **26**(2), 114-145.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-723

MOBILIZAÇÃO DE CONCEITOS DE GEOMETRIA ANALÍTICA E DE ÁLGEBRA LINEAR NAS ENGENHARIAS CIVIL E DE PRODUÇÃO

Barbara Lutaif Bianchini [1] – Eloiza Gomes [2] – Gabriel Loureiro de Lima [3] Guilherme Fernandes Oliveira [4] – Sheila Stravate Leonel [5]
barbara@pucsp.br [1] – eloiza@maua.br [2] – gllima@pucsp.br [3] guif.oliveira@yahoo.com.br [4] – sheilastravate@gmail.com [5]

PUC/SP – FCET, Brasil [1] – CEUN-IMT, Brasil [2] – PUC/SP – FCET, Brasil [3]
CEUN-IMT, Brasil [4] – PUC-SP, Brasil [5]

Núcleo temático: Matemáticas y su integración con otras áreas
Modalidade: Comunicação Breve: CB
Nível educativo: Educación de adultos
Palabras clave: Engenharia, Matemática no Contexto das Ciências, Metodologia *Dipcing*, Núcleo Básico.

Resumo

Neste trabalho, buscamos perceber como acontece, na graduação em Engenharia, a vinculação entre os conteúdos das disciplinas matemáticas e das não matemáticas. Neste artigo, analisamos, à luz da teoria A Matemática no Contexto das Ciências, desenvolvida por Camarena, e especificamente por meio dos preceitos da metodologia Dipcing, no âmbito da fase curricular de tal teoria, como conceitos de Geometria Analítica (GA) e de Álgebra Linear (AL) são mobilizados por algumas disciplinas não matemáticas nas engenharias Civil e de Produção. Em relação à AL, identificou-se nas disciplinas Fenômenos de Transporte, Eletromagnetismo e Mecânica dos Corpos Rígidos, a mobilização do conceito de Transformações no Plano, tais como cisalhamento, rotação e translação e na disciplina Eletricidade Básica, é frequente a utilização de Sistemas Lineares. De maneira semelhante, os trabalhos desenvolvidos em GA atestam fortes vinculações com as disciplinas Pesquisa Operacional I, Eletricidade e Ciências Térmicas, mobilizadas durante o manuseio de vetores representando números complexos, interpretação geométrica de sistemas elétricos em corrente alternada, esboços e interpretações de gráficos, bem como abordagens geométricas de problemas de otimização de funções.

Introdução

No Brasil, como assinalam Oliveira e Gomes (2016a), as Diretrizes Curriculares dos Cursos de Engenharia (Resolução CNE/CES 11/2002) estabelecem que cada curso, independentemente de sua modalidade, deve contemplar, em seu currículo, uma divisão dos

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

conteúdos em três núcleos: básico, profissionalizante e específico. Os autores salientam também que, em geral, as disciplinas do núcleo básico estão mais concentradas nos semestres iniciais dos cursos e contemplam, majoritariamente, conteúdos relacionados às áreas de Física, Química e Matemática. As vinculações entre as disciplinas matemáticas Geometria Analítica (GA) e Álgebra Linear (AL) e aquelas não matemáticas dos núcleos básicos das Engenharias Civil e de Produção ofertadas pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) e pelo Instituto Mauá de Tecnologia (IMT) são os objetos de estudo neste artigo.

As necessárias vinculações entre as disciplinas matemáticas e as demais que compõem um curso de Engenharia estão no cerne da teoria *A Matemática no Contexto das Ciências* (MCC), que a pesquisadora Patrícia Camarena Gallardo, do Instituto Politécnico Nacional (IPN) do México, começou a desenvolver a partir de 1982 e que sustenta a investigação apresentada por meio deste artigo. Segundo Camarena (2013), busca-se, com o auxílio dessa teoria, que contempla cinco fases interligadas (curricular, didática, cognitiva, epistemológica e docente), em primeira instância, discutir as possibilidades de um ensino mais contextualizado, sobretudo a partir da exploração da vinculação da Matemática com outras ciências, e adaptado às reais necessidades dos estudantes de Engenharia, no que concerne à mobilização de conceitos e ferramentas matemáticas, tanto nas demais disciplinas do curso, quanto em sua atuação profissional, visando, a partir de tais reflexões, planejar abordagens para essas disciplinas que possam levar o aluno à construção efetiva de uma Matemática para a vida, que o permita agir de maneira analítica, lógica e bem fundamentada.

Para a coleta e análise dos dados, nos detemos na fase curricular da MCC, que contempla uma metodologia específica, a *Dipcing*, apresentada a seguir e detalhada em Camarena (2002), Camarena (2004) e Lima, Bianchini e Gomes (2016).

Metodologia *Dipcing*

No âmbito da fase curricular da MCC, Camarena (2002), desenvolveu a Metodologia *Dipcing* (***Di****seño de* ***p****rogramas de estudio de matemáticas em* ***c****arreras de* ***ing****eniería),* em torno da premissa de que, em um curso de Engenharia, as disciplinas de Matemática devem possuir programas objetivos, nos quais o docente efetivamente perceba o motivo pelo qual cada tema está nele presente. Visa-se proporcionar a reflexão a respeito do porquê se ensinar

ISBN 978-84-945722-3-4

Matemática para aquele público-alvo, bem como que habilidades matemáticas devem ser desenvolvidas a fim de contribuir para uma formação integral do futuro profissional (Oliveira & Gomes, 2016b).

A *Dipcing* é composta por três etapas: central, precedente e consequente, das quais a central alicerça esta investigação, haja vista que esta consiste em realizar uma análise dos conteúdos de GA e de AL que, implicitamente ou explicitamente, são mobilizados pelas disciplinas não matemáticas dos cursos de Engenharia Civil e de Produção.

A etapa central, segundo Camarena (2002), realiza-se por meio da análise dos materiais mais utilizados como referências nas disciplinas não matemáticas daquela modalidade de Engenharia que está sendo investigada. Na investigação aqui relatada, inicialmente realizamos uma sondagem junto aos docentes responsáveis pelas disciplinas não matemáticas do núcleo básico, e então voltamos nossa atenção apenas para aquelas nas quais a mobilização de conceitos de GA e de AL efetivamente ocorre.

Grades de análise para Geometria Analítica

De acordo com a etapa Central da Metodologia *Dipcing*, propõe-se a construção de uma análise descritiva capaz de salientar os conceitos abordados em uma determinada disciplina que retomam ou abordam conteúdos característicos de GA.

O estudo conduzido atesta, em linhas gerais, fortes correlações entre GA e as disciplinas não matemáticas da Engenharia de Produção, evidenciando que esta vinculação pode ser percebida, dentre outras, em Pesquisa Operacional, Ciências Térmicas e Eletricidade. Destacam-se, neste trabalho, os resultados obtidos na análise exploratória da bibliografia básica das disciplinas de Pesquisa Operacional I e Eletricidade.

A área de Pesquisa Operacional é, por muitas vezes, tida como o âmago da Engenharia de Produção. Fundamentada em simulações a partir de modelos matemáticos e fortemente voltada à otimização de funções, a disciplina Pesquisa Operacional I utiliza diversos métodos de solução de problemas lineares e não lineares nos quais mobiliza-se, implicitamente, alguns conhecimentos de GA. Além disso, identifica-se que a aprendizagem da disciplina em questão é muito facilitada em situações nas quais o aluno domina métodos de raciocínio frequentemente utilizados em GA.

ISBN 978-84-945722-3-4

O aluno que efetivamente domina os conteúdos de GA poderá mais facilmente compreender os conceitos de Pesquisa Operacional I e não somente os procedimentos técnicas associados a eles. Na Figura 1 está exposta a grade de análise desenvolvida para a disciplina de Pesquisa Operacional I.

A disciplina de Eletricidade desenvolve os conhecimentos que permeiam o funcionamento natural de sistemas elétricos, bem como os mecanismos básicos de programação binária, baseando-se na lógica matemática.

Em uma linha de aplicação distinta da Pesquisa Operacional I, a disciplina Eletricidade emprega os conceitos de GA como ferramentas explícitas, tanto na construção de noções básicas, como na resolução de problemas envolvendo sistemas elétricos.

Destaca-se, contudo, que tanto em Pesquisa Operacional I, quanto em Eletricidade, o entendimento, por parte dos estudantes, dos fundamentos de tais discplinas é igualmente prejudicado se não houver a compreensão efetiva dos conceitos anteriormente estudados em GA. Na Figura 2 está exposta a grade de análise desenvolvida para a disciplina de Eletricidade.

ISBN 978-84-945722-3-4

Conceito Matemático Mobilizado	Mobilização se dá no trabalho com qual conceito da disciplina	Tipos de situações nas quais o conceito é mobilizado	Conceito é mobilizado como ferramenta ou embasamento teórico
Geometria Plana e Espacial; Equacionamento de Retas e Planos; Noção de Lógica Geométrica	Solução Gráfica de Problemas de Programação Linear	Disposição de Retas e Planos no Espaço Cartesiano, bem como suas respectivas intersecções com determinado Plano; Noção de Crescimento e Decrescimento de uma Função Expressa por um Plano	Embasamento Teórico
Representação Vetorial de Soluções de Sistemas Lineares	Algoritmo SIMPLEX	Resolução e Montagem de Tabelas de Resolução de Problemas de Programação Linear, Utilizando o Algoritmo SIMPLEX	Ferramenta
Geometria Plana e Espacial; Equacionamento de Retas, Planos, Superfícies Cilíndricas e Quádricas; Noção de Lógica Geométrica	Problemas de Programação Não Linear	Disposição de Retas, Planos, Superfícies Cilíndricas e Quádricas no Espaço Cartesiano, bem como suas respectivas intersecções com determinado Plano ou Superfície; Noção de Crescimento e Decrescimento de uma Função Expressa por uma Superfície ou Curva	Embasamento Teórico

Figura 1. Grade de análise para Pesquisa Operacional I

Conceito Matemático Mobilizado	Mobilização se dá no trabalho com qual conceito da disciplina	Tipos de situações nas quais o conceito é mobilizado	Conceito é mobilizado como ferramenta ou embasamento teórico
Soma Vetorial	Circuitos em Corrente Alternada	Manuseio de Vetores que Representam Números Complexos; Fasores; Associações de Impedâncias; Fator de Potência	Ferramenta
Vetor	Análise Geral de Circuitos	Determinação de Sentidos de "Intensidade de Corrente Elétrica"; Aplicação das Leis de Kirchhoff, Maxwell e Superposição	Ferramenta

Figura 2. Grade de análise para Eletricidade

Mobilização dos conceitos de Álgebra Linear

ISBN 978-84-945722-3-4

Em conformidade com a proposição oferecida pela etapa central da Metodologia *Dipcing* estabeleceu-se a vinculação curricular entre AL e as disciplinas não matemáticas pertencentes do curso de Engenharia Civil. A Figura 3 sintetiza as análises realizadas para as diciplinas Eletricidade Básica, Eletromagnetismo, Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Corpos Rígidos.

Disciplina não matemática em análise	Conceito matemático que é mobilizado	Mobilização se dá no trabalho com qual conceito da disciplina	Situação em que o conceito matemático é mobilizado	É mobilizado como ferramenta ou embasamento teórico
Eletricidade Básica	Sistemas Lineares	Circuitos de Corrente Contínua	Resolução de exercícios para determinação das correntes do circuito	Ferramenta
Eletromagnetismo	Transformações do Plano: rotação	Torque magnético	Demonstração da rotação ocorrida para construir o conceito de Campo Magnético	Embasamento teórico
Fenômenos de Transporte	Transformações do Plano: cisalhamento	Tensão de cisalhamento	Demonstração do comportamento de um fluído quando aplicada sobre si uma tensão de cisalhamento	Embasamento Teórico
Mecânica dos Corpos Rígidos	Transformações do Plano: translação horizontal e vertical	Centro de Massa/ Centroide	Resolução de exercícios para se determinar o centro de massa de figuras planas homogêneas com formas irregulares (sem simetria)	Ferramenta

Figura 3. Grade de análise para Eletricidade Básica, Eletromagnetismo, Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Corpos Rígidos

A disciplina Eletricidade Básica, aborda, dentre outros conteúdos, o de Circuitos de Corrente Contínua, no qual a resolução de sistemas lineares é uma ferramenta fundamental. No entanto, diferentemente dos sistemas lineares resolvidos em AL, que exigem inicialmente a aplicação de técnicas de escalonamento, nas situações em que são mobilizados no contexto de Circuitos, os sistemas já estão, em sua grande maioria, escalonados, exigindo do estudante a resolução e a interpretação dos mesmos.

ISBN 978-84-945722-3-4

Na disciplina Eletromagnetismo, a rotação em $\mathbb{R}^2$, uma das transformações lineares estudadas em AL, é empregada na construção do conceito de Campo Magnético Uniforme. A mobilização de tal noção ocorre, portanto, não como ferramenta, como é o caso de sistemas lineares em Eletricidade Básica, mas como embasamento teórico para a construção de um conceito específico de Eletromagnetismo.

A configuração representada na Figura 4 refere-se à transformação provocada em uma dada figura plana quando submetida a um cisalhamento. Este conteúdo de AL, é mobilizado como embasamento teórico para a construção do conceito de Tensão de Cisalhamento em Fenômenos de Transporte.

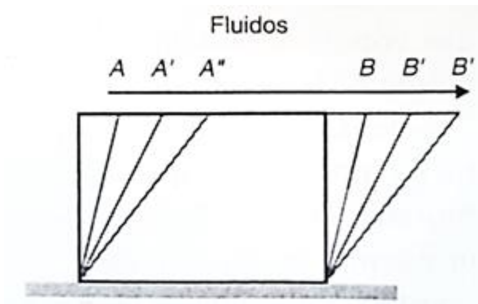


Figura 4. Deformação contínua provacada pela tensão de cisalhamento quando aplicada a um fluido.
Fonte: De "*Fenômenos de Transporte para Engenharia*" de W. Braga Filho, 2006, p. 2.

Em Mecânica dos Corpos Rígidos, mais uma vez, transformações geométricas são mobilizadas como ferramentas, especialmente a rotação (transformação linear) e a translação (que, em AL, geralmente é trabalhada como um exemplo de transformação não linear).

Considerações finais

O artigo apresentado contempla uma pequena parte dos dados que têm sido obtidos por meio de uma investigação mais abrangente em desenvolvimento, em parceria, por pesquisadores da PUC/SP e do IMT, e que tem como objetivo principal a reflexão, a partir da teoria MCC, dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática em cursos de Engenharia.

A vinculação entre as disciplinas GA e AL e algumas das não matemáticas dos currículos das Engenharias Civil e de Produção apresentada neste trabalho foi estabelecida a partir de dados coletados, até o momento, por meio de duas pesquisas de Iniciação Científica, uma

ISBN 978-84-945722-3-4

realizada na PUC/SP e outra no IMT, no âmbito desse estudo mais amplo que está sendo desenvolvido por docentes destas instituições.

Apesar do presente escrito trazer contribuições quanto às reais necessidades de mobilização dos conteúdos pertencentes às disciplinas GA e AL nas Engenharias de Produção e Civil, as reflexões a respeito dos papéis das mesmas em tais graduações e seus possíveis redirecionamentos, não devem considerar apenas este aspecto. É necessário também percorrer as outras etapas previstas pela metodologia *Dipcing*.

Neste sentido, deve-se realizar diagnósticos visando obter informações a respeito dos conhecimentos prévios que os alunos ingressantes possuem, quais são aqueles que não dominam e que deveriam dominar e como planejar intervenções visando minimizar possíveis dificuldades em relação a conteúdos matemáticos básicos.

Além disso, deve-se investigar, junto a engenheiros em exercício, quais conceitos matemáticos são realmente mobilizados no cotidiano de tais profissionais.

Em síntese, este artigo evidencia, no entanto, que realmente os conceitos estudados em GA e em AL são imprescindíveis para que os estudantes de Engenharia Civil e de Produção possam resolver problemas relacionados à sua área específica de atuação ou compreender efetivamente o desenvolvimento teórico de algumas disciplinas não matemáticas presentes nos curriculos de seus cursos de graduação.

Entendemos como fundamental o professor de Matemática que atua em cursos nos quais o objetivo não é a formação de matemáticos, preparar-se para lecionar nestes contextos e, neste sentido, esperamos que essa análise aqui apresentada possa estimular professores que ensinam Matemática em diferentes modalidades de Engenharia a também investigarem a vinculação entre esta ciência e as futuras áreas de atuação profissional dos graduandos e, consequentemente, desenvolverem situações de aprendizagem contextualizadas por meio das quais os estudantes possam engajar-se no estudo da Matemática.

Referências bibliográficas

Braga Filho, W. (2006). *Fenômenos de Transporte para Engenharia* (2a. ed.). Rio de Janeiro: LTC.

Camarena, P. (2002). Metodología curricular para las ciencias básicas en ingeniería. *Innovación Educativa*, 2(10), 22-28 e 2(11), 4-12.

ISBN 978-84-945722-3-4

Camarena, P. (2004). Constructos Teóricos de la Metodología Dipcing en el Área de la Matemática. *Memorias do Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas*. Ciudade de México, México, 3.

Camarena, P. (2013). A treinta años de la teoría educativa "Matemática en el Contexto de las Ciencias". *Innovación Educativa*, 13(62), 17-44. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/pdf/ie/v13n62/v13n62a3.pdf

Lima, G. L., Bianchini, B. L., & Gomes, E. (2016). Dicping: uma metodologia para o planejamento ou redirecionamento de programas de ensino de Matemática em cursos de Engenharia. *Anais do Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia*. Natal, RN, Brasil, 44.

Oliveira, G. F., & Gomes, E. (2016a). Reflexões a respeito da disciplina de Vetores e Geometria Analítica e sua vinculação com a Física I e II – utilizando Metodologia Dipcing. *Anais do Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia*. Natal, RN, Brasil, 44.

Oliveira, G. F., & Gomes, E. (2016b). *Reflexões a respeito da disciplina de Vetores e Geometria Analítica na graduação em Engenharia de Produção a partir da teoria A Matemática no Contexto das Ciências* (Relatório de Iniciação Científica). Centro Universitário do Instituto Mauá de Tecnologia, São Caetano do Sul, SP, Brasil. Recuperado de http://maua.br/files/122016/reflexoes-respeito-disciplina-vetores-geometria-analitica-graduacao-engenharia-producao-partir-teoria-matematica-contexto-das-ciencias-270855.pdf

Resolução nº. 11 do Conselho Nacional de Educação/Câmara de Educação Superior, de 11 de março de 2002. Institui Diretrizes Curriculares Nacionais do Curso de Graduação em Engenharia. Recuperado de http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES112002.pdf

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-725

DIFICULTADES EN LAS ASIGNATURAS DE MATEMÁTICAS EN ESTUDIANTES QUE ACCEDEN A LOS GRADOS DE EDUCACIÓN

Mónica Ramírez García – Marta García Valldecabres
monica.ramirez@edu.ucm.es - martag36@ucm.es
Universidad Complutense de Madrid, España

Núcleo temático: Formación del profesorado en matemáticas.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: Formación inicial de maestros, conocimientos matemáticos, competencia matemática, dificultades en Matemáticas.

Resumen

En el Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid se viene observando un nivel de la competencia y conocimientos matemáticos de los alumnos que acceden a los Grados de Maestro de Educación Infantil, Educación Primaria y Pedagogía por debajo de lo esperado. Es claro que los futuros maestros y educadores deben poseer, dada la responsabilidad de su trabajo, un nivel alto de competencia matemática. La experiencia con las matemáticas de los estudiantes de nuevo ingreso en la Facultad de Educación para las titulaciones mencionadas es un factor que se ha tenido en cuenta para la descripción de la problemática que existe para la adquisición de los conocimientos matemáticos de los futuros maestros. Un estudio realizado en el curso 2014-2015 por profesores de este Departamento indagó en las dificultades que los alumnos tenían para afrontar las primeras asignaturas con contenido matemático y su didáctica, lo que facilitó información sobre las dificultades y lagunas que poseen los alumnos en el área de las matemáticas. En este trabajo pretendemos describir las dificultades y posibles causas que causan el bajo nivel de matemáticas de nuestros estudiantes.

Introducción

El trabajo que presentamos surge de la preocupación de los profesores del Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid por las dificultades que presentan los alumnos que acceden a los Grados de Educación Infantil y Primaria, y el Grado de Pedagogía, en las asignaturas relacionadas con las Matemáticas y su didáctica. Los estudiantes presentan carencias en los conocimientos matemáticos previos esperados para afrontar las asignaturas, lo que conlleva tener que invertir tiempo en repasar conceptos y retrasar el aprendizaje de los contenidos nuevos necesarios para los futuros maestros.

ISBN 978-84-945722-3-4

Revisamos estudios previos sobre las dificultades en matemáticas que poseen los alumnos que acceden a los Grados de la Facultad de Educación y sus posibles causas. Finalmente, planteamos conclusiones relacionando todo ello.

Antecedentes

La formación inicial de los futuros maestros, más concretamente en el área de matemáticas, toma una gran importancia al ser una de las áreas más relevantes en la enseñanza. Niss (1996, p.2) manifiesta que la enseñanza matemática alegando que contribuye al desarrollo tecnológico y socioeconómico de una sociedad o país competitivo, contribuye al mantenimiento y desarrollo político, cultural e ideológico de cualquier sociedad o país, y proporcionan a los individuos los requisitos para enfrentar las diferentes dimensiones de su vida: educación o profesión, vida privada, vida social y vida como ciudadanos. Las investigaciones sobre cuáles deben ser los conocimientos que deben adquirir los estudiantes para ser profesores de matemáticas coinciden en tener conocimientos sobre la matemática en sí, sobre su enseñanza, sobre su aprendizaje y sobre los estándares de las matemáticas. Climent, Montes y otros (2016) desglosan el conocimiento del profesor de matemáticas en conocimiento sobre la propia matemática, su didáctica, que incluye conocer los estándares del aprendizaje, cómo es su enseñanza y su aprendizaje, y una última componente relacionada con todas ellas que es la afectividad, el aspecto emocional, que es necesario para favorecer su aprendizaje de los nuevos conocimientos y para no transmitir esos temores a sus futuros alumnos.

En este trabajo nos interesa el conocimiento matemático previo sobre el número y las operaciones de los alumnos que acceden a los Grados de Educación. Castro, Mengual y otros (2014) acuña el término *conocimiento matemático fundamental* “como aquel conocimiento disciplinar en matemáticas necesario para seguir con aprovechamiento las materias de Matemáticas y de Didáctica de las Matemáticas del Grado en Educación Primaria (p. 227)”, es el conocimiento matemático de los estudiantes para maestros que deben poseer para poder seguir las asignaturas de Grado. Estos autores revisan el conocimiento que deben tener los estudiantes de magisterio y lo caracterizan como la “capacidad para modelizar, hacer y deshacer, razonar y confirmar, usar múltiples representaciones, generalizar, trabajar con

ISBN 978-84-945722-3-4

números reales y conocer hechos básicos, entre otros aspectos (p. 233)”. Estos autores proponen una línea de investigación para terminar de caracterizar el conocimiento conveniente de los estudiantes que acceden a los grados de maestro de manera que les permita desarrollar el conocimiento necesario para la enseñanza que el estudiante para maestro debe adquirir a través de su formación en la facultad.

Cuando ponemos el foco en el conocimiento de un contenido matemático, no quiere decir que dejemos de lado los procesos que completan la competencia matemática, es decir, la resolución de problemas, razonar y demostrar, representación, comunicar y estableces conexiones, que se debe desarrollar a lo largo de toda la escolaridad (NCTM, 2003). Sin embargo, existen estudios en los que se muestra que las capacidades fundamentales que conforman la competencia matemática según PISA (OCDE, 2013) y los procesos matemáticos del NCTM (2003) no están adquiridas cuando los estudiantes acceden a los estudios universitarios. Un ejemplo de ello es el trabajo de De Gamboa, Planas y Edo (2010) en el que se muestra como los estudiantes de magisterio no han desarrollado completamente la capacidad de argumentar.

Se han realizado estudios en los que se ponen de manifiesto las dificultades que tienen los estudiantes para maestros con las asignaturas de Matemáticas. Castro, Mengual y otros (2014) indican que los estudiantes de magisterio evidencian carencias en contenidos matemáticos que se suponen sabidos al iniciar el Grado para Maestro, que dificultan aprendizajes posteriores. Gutiérrez-Gutiérrez, Gómez y Rico (2016) encuentran que los futuros maestros tienen un conocimiento matemático sobre el número y operaciones suficiente para primaria y los primeros cursos de secundaria, excepto en los conceptos relacionados con la proporcionalidad, y en los problemas basados en operaciones con fracciones. Por el contrario, muestran dificultades en contenidos relacionados con matemáticas avanzadas. En un estudio con alumnos de magisterio, Ryan y McCrae (2006) observaron que los futuros maestros cometen errores en aspectos relacionados con el valor posicional del sistema de numeración y medida decimal, la conversión de unidades de medida, las fracciones y su cálculo, que son conocimientos clave para la enseñanza de las matemáticas. Maz y Gutiérrez (2008), en un estudio sobre el conocimiento de los estudiantes de Magisterio sobre porcentajes, señalan que los alumnos presentan un dominio procedimental y algorítmico necesario para resolver problemas. Sin embargo, cometen errores conceptuales sobre este

ISBN 978-84-945722-3-4

contenido, considerado como muy útil en la vida cotidiana. Estos autores se plantean la pregunta “¿el profesorado tanto de primaria como de secundaria, fomenta en mayor medida el conocimiento procedimental sobre el conceptual sobre el porcentaje? (p. 68)”. Estas lagunas conceptuales van a afectar a la enseñanza que ellos desarrollen en su futuro alumnado. Maz y Gutiérrez (2008) ponen de manifiesto la importancia de desarrollar comprensión conceptual y procedimental de los contenidos matemáticos en los futuros maestros para asegurar una buena enseñanza después. Los profesores no sólo necesitan conocer los procedimientos, sino también entender los conceptos que subyacen a estos procedimientos (Castro, Mengual y otros, 2014). El conocimiento de las matemáticas comprende el conocimiento de los conceptos, los procedimientos, y de cómo se interrelacionan ambos para llevar a cabo procesos de resolución de problemas (Fennema y Franke, 1992). Sin embargo, el conocimiento de los estudiantes que llegan a los estudios de Grado para Maestros está caracterizado por la memorización y la resolución de problemas bien definidos (Fennema y Franke, 1992). El desarrollo de estrategias de enseñanza aprendizaje que desarrollen su “capacidad de razonar a través del desarrollo de estrategias intuitivas frente a estrategias algorítmicas puede facilitar el conocimiento conceptual (Flores y Rico, 2015, p. 320)”. Así, “el origen de las dificultades del aprendizaje de las matemáticas de los alumnos puede tener su origen en la complejidad de la estructura conceptual de los contenidos, los sistemas de representación y los sentido o modos de uso (Rico y Moreno, 2016, p. 198)”.

Caballero, Blanco y Guerrero (2009) realizaron un estudio sobre el dominio afectivo en futuros maestros de matemáticas y encontraron que “los estudiantes para maestro no se perciben capaces y hábiles en matemáticas, soliendo dudar, tras la resolución de un problema, sobre la corrección del resultado obtenido (p. 165) y manifiestan que no todo el profesorado emplea diversidad de medios y ejemplos que permitan relacionar las matemáticas con la vida diaria (p.166)”. En la Facultad de Educación de la Universidad Autónoma de Madrid realizaron un estudio a partir de la aplicación de las Pruebas PISA (que realizan los jóvenes de 15 años) a los estudiantes de magisterio. Se encontró que los resultados sobre los ítems de contenido eran semejantes a los resultados de la prueba normal, pero en los ítems donde la complicación aumentaba crecía el porcentaje de fracaso. “El bajo *autoconcepto* y la elevada ansiedad favorecen la escasez de éxitos en matemáticas y esta ausencia de recompensa

ISBN 978-84-945722-3-4

refuerza actitudes de desánimo y de fracaso previo al abordar tareas matemáticas (Sáenz, 2007, p.360)". Este mismo autor indica que el estudio estadístico no muestra evidencias entre el bachillerato realizado por los alumnos y el rendimiento en la prueba PISA, aunque remarca que los alumnos que proceden del bachillerato de ciencias sociales obtuvieron resultados menos satisfactorios y manifestaron unas actitudes negativas hacia las matemáticas que el resto de estudiantes. Caballero, Blanco y Guerrero (2009) indican que estas actitudes se originan en los fracasos en el aprendizaje de las matemáticas, por lo que indagar en los factores afectivos y emocionales en el aprendizaje matemático de los estudiantes para maestro es necesario, ya que, como futuros docentes, sus creencias y emociones hacia las matemáticas pueden transmitirse a sus alumnos.

Dificultades de nuestro alumnado

En un proyecto de innovación docente realizado en el curso 2014-2015, los alumnos de la Facultad de Educación de los Grados de Maestro de Infantil y Maestro de Primaria que ya habían cursado las primeras asignaturas de los Grados correspondientes, completaron un cuestionario sobre los contenidos sobre los que habían tenido dificultad y cuál podía ser su causa. A continuación, describimos los resultados más llamativos.

La procedencia del alumnado encuestado que accede al Grado de Educación Infantil proviene en un 55,4% del bachillerato de Humanidades, 2,7% de Artes, 23,2% de Ciencias y el resto de otras titulaciones, como son los Ciclos Formativos de Grado Superior de Educación Infantil. En el caso de los alumnos que acceden al Grado de Educación Primaria proviene en un 52,5% del bachillerato de Humanidades, 3,1% de Artes, 20,8% de Ciencias y el resto de otras titulaciones (Chamorro, Baeza y otros, 2015). Estos alumnos señalan que, dentro de la actividad matemática, les supone dificultades entender una demostración de un libro, hacer demostraciones y buscar contraejemplos. Los contenidos matemáticos que más dificultad les han supuesto son los conjuntos y sus operaciones, la construcción del número natural, y los sistemas de numeración, sus tipos y su funcionamiento, además de la proporcionalidad, los números irracionales y sus operaciones (Chamorro, Baeza y otros, 2015). Las estrategias que más utilizan para resolver problemas son, el ensayo y error, resolver un problema similar más sencillo, utilizar una representación o descomponer el problema en partes. Sin embargo, les cuesta más buscar regularidades, trabajar el razonamiento hacia atrás y utilizar modelos

ISBN 978-84-945722-3-4

físicos. El alumnado de Infantil y Primaria encuestado opina en un 99,1% y un 85% respectivamente, que un curso inicial de matemáticas al entrar en el Grado supondría una herramienta para solventar lagunas de aprendizaje. Tras terminar la primera asignatura del Grado, en un 42,9%, de los alumnos encuestados reconocen que sus dificultades pueden tener su origen en los años que llevan sin estudiar matemáticas y en las dificultades intrínsecas a los conceptos matemáticos; también tienen dificultades con los símbolos matemáticos, con la comprensión del enunciado de los problemas y tienen lagunas en conocimientos que debían tener adquiridos (Chamorro, Baeza y otros, 2015).

En el mismo proyecto de innovación se indagó a los profesores del Departamento sobre las dificultades de los estudiantes en sus asignaturas y las posibles causas. Un 39,4% del profesorado del departamento de Didáctica de las Matemáticas señala que dedica más de un 75% del tiempo a repasar conceptos matemáticos en el aula. El porcentaje de los profesores evalúan como baja o muy baja: la capacidad de razonar de los alumnos (un 81,9% del profesorado); la capacidad de argumentar (un 84,9%); la capacidad de comunicar (un 72,9%); la capacidad de modelizar (un 87,8%); la capacidad de enunciar o resolver problemas (un 84,9%); la capacidad de representar un 84,8%); y la actitud desfavorable hacia las matemáticas (un 81,9%).

Dificultades en matemáticas y posibles causas

Los contenidos de las primeras asignaturas que se estudian en la Facultad de Educación sobre matemáticas y su didáctica comienzan con el conocimiento del Currículo de Educación Infantil y Primaria, incluido el de Secundaria en el Grado de Pedagogía, la progresión didáctica de estos contenidos, así como el diseño de tareas para adquirir esos conocimientos. Los contenidos de estas primeras asignaturas están relacionados con el número y las operaciones. En Infantil además se trabaja la actividad lógica-matemática y el inicio a la simbolización.

Los alumnos del estudio del curso 2014-2015 proceden de la antigua LOE y se puede considerar que los contenidos matemáticos necesarios en sí para el buen aprovechamiento de las asignaturas del Grado están contemplados en los currículos de la ESO, por lo que el problema no parece estar en la contemplación de estos contenidos en el currículo. Así, las dificultades indicadas por los estudios previos no contradicen esta afirmación.

ISBN 978-84-945722-3-4

En la siguiente tabla, y tras la revisión de estudios previos realizada y los resultados del proyecto de innovación que se realizó en el departamento en 2014-2015 (Chamorro, Baeza y otros, 2015), mostramos las dificultades que se observan en los alumnos que acceden a los Grados de Magisterio y Pedagogía y algunas de sus posibles causas.

Tabla 1: Resumen de las dificultades y posibles causas para el aprendizaje de las matemáticas

Dificultades
➢ Dificultad en los procesos de resolución de problemas y razonamiento. ➢ Predominio del conocimiento procedimental sobre el conceptual. ➢ Falta de comprensión de los procedimientos. Uso de fórmulas memorizadas. ➢ Dificultad en transferir estructuras de unas situaciones a otras, incluso con el uso de materiales manipulativos. ➢ Dificultades con el uso de las representaciones matemáticas.
Posibles causas
➢ Planteamientos mecanicistas de los libros de texto. Trabajo memorístico y rutinario en el aula ➢ Metodología que provocan aprendizaje procedimental. Preferencia por la práctica procedimental. ➢ Poca relación con las situaciones reales y cercanas de sus vidas cotidianas en la resolución de problemas y las situaciones que se plantean en clase. ➢ Uso *aplicacionista* de la resolución de problemas ➢ Enunciados de problemas que no permiten comprender la situación del problema. Bloqueos en la comprensión en el enunciado. ➢ Tiempo que ha pasado desde que estudiaron matemáticas por última vez.

Conclusiones

El contenido matemático que se trabaja en las asignaturas de Matemáticas y su Didáctica está acorde con el señalado en los currículos de etapas anteriores. Sin embargo, los estudiantes acceden a la universidad sin comprender los contenidos trabajados ni tener un conocimiento funcional de ésos que les permita resolver problemas. Además, presentan malas creencias hacia la asignatura de Matemáticas. Los estudios previos también nos indican el predominio de conocimiento procedimental sobre el conceptual.

Tras prolongada reflexión, vemos necesario utilizar metodologías que favorezcan el desarrollo de la comprensión y el conocimiento conceptual de los contenidos matemáticos en todos los niveles educativos, sin centrar la enseñanza en el conocimiento procedimental, así mejorará tanto el desarrollo de las capacidades fundamentales que conforman la

ISBN 978-84-945722-3-4

competencia matemática según los informes PISA (OCDE, 2013) como la motivación hacia las matemáticas y ello debido a haber dado un carácter funcional a las matemáticas (como herramientas para la vida cotidiana).

Así pues, se propone, como solución temporal ofreciendo una asignatura en el primer curso de los Grados de la Facultad de Educación, ya previsto por Chamorro, Baeza y otros (2015), curso que permita a los alumnos solventar las lagunas en su formación matemática y mejorar su motivación hacia las mismas.

Referencias bibliográficas

Caballero, A., Blanco, L.J., y Guerrero, E. (2009). El dominio afectivo en futuros maestros de matemáticas en la Universidad de Extremadura. *Paradigma, Vol. XXIX, 2* (pp. 157 – 171).

Castro, A., Mengual, E., Prat, M., Albarracín, L, Gorgorió, N. (2014). Conocimiento matemático fundamental para el grado de educación primaria: inicio de una línea de investigación. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 227-236). Salamanca: SEIEM.

Chamorro Plaza, M. C., Baeza Alba, M. Á., Belmonte Gómez, J. M., Claros Mellado, F. J., Joglar Prieto, N., Macías Sánchez, J., Ramírez García, M., Sordo Juanena, J. M. (2015). *Desarrollo de sistemas para la nivelación de los conocimientos matemáticos de los alumnos de nuevo ingreso en las titulaciones de Maestro*. Proyecto Innovación Docente: UCM

Climent, N., Montes, M A., Contreras, L. C., Carrillo, J., Liñán, M. M., Muñoz-Catalán, M. C., Barrera, V. J., y León, F. (2016). Construcción de conocimiento sobre características de aprendizaje de las Matemáticas a través del análisis de vídeos. *Avances de Investigación en Educación Matemática, v. único, 9*, 85-103.

De Gamboa, G., Planas, N., y Edo, M. (2010). Argumentación matemática: prácticas escritas e interpretaciones. *Suma, junio 2010*, pp. 35-44.

Fennema, E., y Franke, L.M. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D.A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 147- 64). New York, NY: MacMillan.

Flores, P. y Rico, L. (2015). *Enseñanza y Aprendizaje de las matemáticas en educación primaria*. Madrid, Pirámide.

ISBN 978-84-945722-3-4

Gutiérrez-Gutiérrez, A.; Gómez, P. y Rico, L. (2016). Conocimiento matemático sobre números y operaciones de los estudiantes de Magisterio. *Educación XX1*, *19*(1), 135-158, doi:10.5944/ educXX1.14222

Maz, A. y Gutiérrez, P. (2008). Errores de los alumnos de magisterio frente a situaciones que implican porcentajes. *Investigación, 17*(1), 56-69.

NCTM (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Niss, M. (1996). Goals of Mathematics Teaching. En A.J. Bishop (Ed.) *International Handbook of Mathematics Education.*

OCDE (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012: Matemáticas, Lectura y Ciencias*. Madrid: MEC-INEE.

Rico L., y Moreno (Coord). (2016) *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria*. Madrid: Pirámide.

Ryan, J., y McCrae, B. (2006). Assessing pre-service teachers' mathematics subject knowledge. *Mathematics Teacher Education and Development, 7*, 72-89.

Sáenz, C. (2007). La competencia matemática (en el sentido de PISA) de los futuros maestros. *Enseñanza de las Ciencias, 25*(3), 355–366.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-726

DISEÑO DE UN CURSO CERO DE MATEMÁTICAS PARA ESTUDIANTES QUE ACCEDEN A GRADOS DE EDUCACIÓN

Miriam Méndez Coca – Angélica Martínez-Zarzuelo
mimend01@ucm.es – angelica.martinez@ucm.es
Universidad Complutense de Madrid, España

Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación y actualización docente.
Núcleo temático: Formación del profesorado en matemáticas.
Palabras clave: Formación inicial, conocimientos matemáticos, acceso Grado Maestro, cursos cero.

Resumen

Profesores de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid vienen detectando un nivel insuficiente en conocimientos matemáticos en los alumnos que acceden a los Grados de Maestro en Educación Infantil, Educación Primaria y Pedagogía. En un estudio realizado en el contexto de un proyecto de innovación se han obtenido resultados reveladores sobre las principales dificultades que poseen los alumnos de estas titulaciones en la materia de matemáticas. En base a esta información se considera prioritaria la puesta en marcha de alguna iniciativa que permita reducir el problema detectado. Con este objetivo se ha diseñado un curso cero compatible con el primer curso de estos grados educativos. Para su diseño se han tenido en cuenta, entre otros aspectos, el planteamiento de algunos de los cursos cero implementados en otras universidades, así como la valoración de profesores del ámbito de didáctica de las matemáticas y de estudiantes de estas titulaciones de la Universidad Complutense de Madrid. Esta iniciativa pretende ser así un primer avance en el sentido señalado, centrándose además tanto en reforzar contenidos matemáticos como en acercar esta materia a los alumnos de una forma amigable, cuestión de gran importancia para futuros maestros en matemáticas.

Introducción

Este trabajo surge por la preocupación de profesores del Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid en relación a las dificultades que presentan los alumnos que acceden a los Grados de Maestro de Educación Infantil, Educación Primaria y Pedagogía en las asignaturas relacionadas con Matemáticas. En un estudio anterior, realizado por profesores del Departamento, se han considerado las opiniones de alumnos y profesores de estos grados relativas a las dificultades que suelen presentarse en el aprendizaje de las Matemáticas (Chamorro, Baeza y otros, 2015). Además, se han relacionado estos resultados con estudios previos sobre dificultades de aprendizaje y sus

ISBN 978-84-945722-3-4

posibles causas (Ramírez y García, prensa). En relación a ello, y como primer avance, se propone implantar un "curso cero" de Matemáticas con el objetivo de reforzar los conocimientos matemáticos de los alumnos de nuevo ingreso en estos grados y, en consecuencia, contribuir a la disminución de sus dificultades de aprendizaje en las asignaturas relacionadas con Matemáticas y su Didáctica.

Antecedentes

De acuerdo al estudio realizado por Chamorro, Baeza y otros (2015), profesores del Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid, han identificado en alumnos de los Grados de Maestro de Educación Infantil, Educación Primaria y Pedagogía un bajo nivel en las capacidades fundamentales que conforman la competencia matemática según el Informe PISA (INEE, 2013). Un alto porcentaje del profesorado, el 81,9%, evalúa como baja o muy baja la capacidad de razonar de los alumnos. La misma evaluación otorga el 84,9% del profesorado a la capacidad de argumentar; el 72,9% del mismo a la capacidad de comunicar; el 87,8% a la capacidad de modelizar; el 84,9% a la capacidad de enunciar o resolver problemas; el 84,8% a la capacidad de representar y el 81,9% a la actitud negativa de los alumnos hacia las Matemáticas (Chamorro, Baeza y otros, 2015). Este estudio revela, además, que de forma general el conocimiento matemático de los alumnos se basa en un conocimiento más procedimental que conceptual. En relación a ello los alumnos muestran creencias negativas sobre las Matemáticas y un mal autoconcepto hacia su capacidad para la práctica de esta materia. Manifiestan también el poco sentido que le dan a los procedimientos matemáticos, sin darle significado ni utilidad en la vida cotidiana y profesional. Este aspecto es, sin duda, de gran importancia, ya que como afirman Flores y Auzmendi (2015), los estudiantes con mejores actitudes hacia las Matemáticas muestran conductas de acercamiento a la materia, tienen una mejor valoración de la misma, y presentan una mayor confianza en su aprendizaje.

Con el objetivo de subsanar las dificultades que muestran los estudiantes de nuevo ingreso respecto a las Matemáticas, Chamorro, Baeza y otros (2015) proponen un esquema de contenidos para una posible asignatura optativa en estos grados. Concretamente consideran el tratamiento de: la modelización del lenguaje conjuntista, operaciones y relaciones; aplicaciones y relaciones: contextos que le dan sentido; distintas construcciones del conjunto

ISBN 978-84-945722-3-4

de los números naturales, operaciones y propiedades; ampliación del conjunto de los números naturales: significado del conjunto de los números enteros, racionales y reales; sentido de las operaciones en dichos conjuntos; jerarquía y operaciones; modelos de problemas y modelos de resolución y uso del lenguaje algebraico. Además, proponen la mejora de la competencia matemática en procesos tales como: pensar, razonar, argumentar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas, representar, utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones, y usar herramientas y recursos.

Este mismo estudio revela, por un lado, que parte del profesorado cree que un "curso cero" podría facilitar el aprendizaje de las asignaturas de grado relativas a Matemáticas y su Didáctica. Por otro lado, los alumnos manifiestan que un "curso cero" podría solventar sus dificultades en esta materia. Además valoran, en relación a los materiales que podrían utilizarse en una formación para el aprendizaje de las Matemáticas: listas de problemas con soluciones, materiales online interactivos con corrección automática, apuntes y foros directos con el profesor.

Por otra parte, y en relación con los "cursos cero" ya implantados, características generales como son la modalidad, asignación de créditos, distribución horaria, fechas y metodologías son aspectos a considerar para poder articular un curso de este tipo con todas las asignaturas de grado y su distribución. Existen, entre otras universidades, "cursos cero" en la Universidad Autónoma de Madrid, Universidad Carlos III, Universidad del País Vasco, Universidad de Salamanca, Universidad Politécnica de Madrid, Universidad de Castilla La Mancha, Universidad de Murcia, Universidad de Alcalá, Universidad de Navarra, Universidad Zaragoza, Universidad de Alicante y Universidad Málaga. En varias titulaciones como ingenierías, empresariales, ciencias, informática, turismo y farmacia, estos cursos se realizan, de forma general, en las semanas que preceden al inicio del curso, en el mes de septiembre, e incluso ya desde finales de julio o agosto. Todos ellos tienen un carácter voluntario, con un valor de entre 1 o 2 créditos, siendo no gratuito en 6 de ellas. Además, todos ellos tienen sesiones presenciales, combinando, en muchos casos, con dedicación online.

Estas descripciones y experiencias ya implantadas ayudan, sin duda, en la propuesta de un primer diseño de "curso cero" en Matemáticas para alumnos de nuevo ingreso en los grados mencionados de la Universidad Complutense de Madrid.

ISBN 978-84-945722-3-4

Objetivos

El objetivo principal del trabajo que aquí se presenta es diseñar un "curso cero" de contenidos matemáticos que permita el mejor aprovechamiento de las asignaturas de Desarrollo del Pensamiento Lógico Matemático y su Didáctica y Matemáticas y su Didáctica para los Grados de Maestro en Educación Infantil, Educación Primaria y Pedagogía.

El diseño se centra, en una primera etapa, en la mejora del aprendizaje de contenidos matemáticos conceptuales relativos al número y operaciones. Con este curso se pretende, además, mejorar la afectividad de los alumnos hacia la materia y aumentar su confianza hacia la práctica matemática, proporcionando situaciones didácticas para desarrollar los procesos que componen la competencia matemática. Para ello se propone utilizar situaciones que den sentido a las matemáticas, planteándolas como una herramienta para la vida real y dotando a su aprendizaje de la importancia que tiene en el desarrollo y evolución de una sociedad. Se presta especial atención también a los métodos de enseñanza utilizados, así como a los materiales y recursos, ya que se cree que su conocimiento y su buen empleo es un aspecto de gran importancia para la futura profesión de los actuales alumnos de los Grados de Maestro.

Características de la propuesta de "curso cero"

En el diseño del "curso cero" participan profesores del Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid. Para este propósito se pretenden tener en cuenta diversas características relativas tanto a aspectos formales como a metodológicos del mismo. En primer lugar, se están estudiando posibles opciones para, a continuación, valorar las opiniones de los estudiantes hacia los que va dirigido este curso. Para ello se está elaborando un cuestionario que recoge información sobre estos aspectos. Con el análisis posterior de los datos recopilados con este instrumento se pretende precisar el diseño de esta propuesta. De forma paralela y, con objetivos comunes, se está diseñando otro cuestionario dirigido, en este caso, al profesorado del área de Didáctica de las Matemáticas.

Una de las principales características que se está valorando de esta propuesta es la relativa a la modalidad: presencial, semipresencial y online. Es claro que estas opciones ofrecen ciertas ventajas e inconvenientes unas respecto de otras. Sin embargo, independientemente de la

ISBN 978-84-945722-3-4

modalidad, se consideran claves variables como: forma de presentación de contenidos, estrategias didácticas, función del alumnado y profesorado, etc. (Cabero-Almenara, 2006).

Otro de los aspectos que se están considerando son las fechas de impartición del curso cero, así como el horario, duración e intensidad del mismo. En relación a la ubicación temporal, una alternativa sería, evidentemente, impartirlo al comienzo del curso académico. En cualquier caso, se procurará determinar estas características de forma que sean compatibles con la dedicación académica de los alumnos hacia los que va dirigido este curso, así como con la de sus docentes.

Otra de las características que se considera de interés es la referente a su carácter obligatorio o voluntario. En el contexto de esta propuesta de "curso cero" se cree que la obligatoriedad puede ser más propia de una fase posterior cuando se haya validado la viabilidad y éxito del mismo. Por otro lado, se cree de interés que el carácter voluntario vaya asociado a algún tipo de acreditación como, por ejemplo, el reconocimiento de créditos de libre elección. En cualquier caso, se considera fundamental que el curso resulte atrayente para el público hacia el que va dirigido. En ese sentido juegan un papel esencial, los contenidos, así como la metodología a emplear, entre otros.

En relación a los contenidos estos se pretenden estructurar acorde a las dificultades identificadas en el estudio previo de Chamorro, Baeza y otros (2015). Así, en base a esos resultados se ha considerado una primera aproximación formada por cinco bloques: Bloque 1. Lenguaje lógico. Conjuntos y operaciones; Bloque 2. Relaciones y aplicaciones. Contextos que le dan sentido; Bloque 3. Construcción del conjunto del os números naturales y sistemas de numeración, Bloque 4. Ampliación del conjunto de los números naturales al conjunto de los números enteros, racionales y reales. Sentido de las operaciones y Bloque 5. Iniciación al álgebra y proporcionalidad.

Respecto a las competencias, mencionar que un maestro de Educación infantil o Primaria debe "adquirir competencias matemáticas básicas (numéricas, cálculo, estimación)" por lo que se cree que una competencia específica del "curso cero" debe ser "adquirir y comprender los conocimientos necesarios del bloque del número y operaciones para afrontar los estudios de grado". La competencia matemática, clave para cualquier persona, se hace más relevante en alumnos del Grado de Pedagogía y en los futuros maestros de Educación Infantil y Primaria ya que ellos deben saber enseñar contenidos, habilidades e inculcar una actitud adecuada hacia la actividad matemática en sus alumnos. A través del “curso cero” se quiere potenciar las capacidades matemáticas fundamentales que Niss (2003) identifica en esta competencia:

- Pensamiento matemático: conocer estructuras matemáticas, relacionarlas y encontrar y realizar procedimientos;
- Razonar matemáticamente: argumentar procesos y justificar decisiones, así como realizar deducciones e inducciones y formalizar demostraciones (Alsina, 2010);
- Comunicación matemática: comprender información de contenido matemático y trasmitir resultados y razonamientos de forma oral y escrita a distintos públicos;
- Modelizar matemáticamente: extraer de un problema real el problema matemático para buscar solución y ver aplicaciones de las Matemáticas en diferentes contextos;
- Planteamiento y resolución de problemas: adquirir conocimientos matemáticos y desarrollar habilidades para resolver problemas es uno de los principales objetivos de esta ciencia (Heyworth, 1999). La resolución de problemas implica, además, actitud, comprensión de conocimientos y estrategias heurísticas.
- Capacidad de utilizar distintas representaciones matemáticas: representar ideas matemáticas es una necesidad para el pensamiento y la comunicación (lenguaje oral, símbolos escritos, dibujos u objetos físicos, etc.) de las mismas. Es precisa la representación interna de ideas matemáticas para que la mente pueda operar sobre ellas (Hiebert y Carpenter, 1992, citado en Rico, 2009);
- Capacidad de utilizar el lenguaje matemático: conocer, comprender, valorar y utilizar símbolos matemáticos para expresar resultados matemáticos;
- Uso de recursos y herramientas: poseer conocimientos y habilidades para el uso de diferentes recursos manipulativos y tecnológicos que permitan describir y desarrollar una actividad matemática.

En cuanto a la metodología se están analizando diferentes alternativas. Es evidente que la elección de esta depende, en cierta medida, del tipo de modalidad del curso. Como posibles opciones se están considerando, entre otras, metodologías educativas tales como el aprendizaje basado en problemas (Araújo y Vilarrasa, 2008), aprendizaje cooperativo (Torrego y Negro, 2014), aprendizaje basado en proyectos (Aranda, 2009), flipped clasroom (Jinlei, Ying y Baohui, 2012), gamificación (Díaz, 2015), etc. Estas metodologías, entre otras, permiten desarrollar las capacidades fundamentales como el razonamiento, la comunicación y la resolución de problemas. Además, se cree en la potencialidad de una combinación articulada de diferentes metodologías y teniendo en consideración que va dedicado a futuros maestros, se cree que la elección de una metodología mixta puede ser una opción apropiada. Siempre desde un punto de vista innovador, centrado en la comprensión de conceptos y la detección de los posibles errores y obstáculos en el proceso de aprendizaje de los alumnos. Todo ello con el objetivo de solventarlos a través de una enseñanza significativa mediante el uso de situaciones variadas, de interés para el alumno y verosímiles en las que los conceptos se formen y adquieran sentido. Poniendo de manifiesto, además, las interrelaciones entre conceptos que forman parte de un mismo campo conceptual (Chamorro, 1995).

Para ello se propone el desarrollo de las siguientes fases:

- Se identificarán, mediante ejemplos concretos, usos y aplicaciones de los contenidos en contextos de la vida real. Todo ello desde el conocimiento de que los contextos reales de aprendizaje mejoran la valoración de las matemáticas, favorecen el aprendizaje, propician el interés del alumno por las matemáticas y fomentan su creatividad y estrategias de resolución de problemas (Reeuwijk, 1997).
- Se hará alusión a momentos históricos del desarrollo de estos contenidos que pudieran motivar el interés del alumnado, haciendo comprender la evolución de los contenidos y problemas matemáticos así como su complejidad (González, 2004).
- Se partirá de contenidos matemáticos conceptuales y procedimentales propios del nivel de secundaria básica. Se plantearán tareas que representen situaciones cercanas que los alumnos puedan interpretar, desarrollando ideas intuitivas sobre las relaciones presentadas y estableciendo conexiones entre los fenómenos reales y los modelos matemáticos. Se procurará compartir la importancia del proceso de matematización para el desarrollo de la competencia matemática y la visión de las Matemáticas desde un punto de vista funcional (Rico y Lupiáñez, 2008). Algunas de estas tareas se desarrollarán en grupos colaborativos.
- Se utilizará una variedad de recursos y materiales educativos que favorezcan diferentes representaciones de los contenidos (Duval, 2006).
- Se propondrán juegos y retos matemáticos que versen sobre los contenidos como estrategia de motivación del alumnado hacia el aprendizaje de las Matemáticas.

ISBN 978-84-945722-3-4

Partiendo de todo lo anterior se pretende que el diseño de "curso cero" que se presenta en este trabajo sea parte de una propuesta educativa que aporte una posible solución a la problemática detectada, al menos, hasta que se formalicen propuestas que garanticen una solución a más largo plazo.

Referencias bibliográficas

Aranda, S. R. (2009). Aprendizaje basado en proyectos. *Revista Innovación Experiencias Educativas, 24*, 1-6.

Araújo, U. F., y Vilarrasa, G. S. (2008). *El aprendizaje basado en problemas: una nueva perspectiva de la enseñanza en la universidad*. Barcelona: Gedisa.

Cabero-Almenara, J. (2006). Bases pedagógicas del e-learning. RUSC. *Universities and knowledge society journal, 3*(1), 1.

Chamorro Plaza, M. C., Baeza Alba, M. Á., Belmonte Gómez, J. M., Claros Mellado, F. J., Joglar Prieto, N., Macías Sánchez, J., Ramírez García, M., y Sordo Juanena, J. M. (2015). *Desarrollo de sistemas para la nivelación de los conocimientos matemáticos de los alumnos de nuevo ingreso en las titulaciones de Maestro*. PIMCD: UCM.

Chamorro, M.C. (1995). Los procesos de aprendizaje en matemáticas y sus consecuencias metodológicas en primaria. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas, 4*, 87-96.

Díaz, V. M. (2015). La gamificación educativa. Una alternativa para la enseñanza creativa. *Digital Education Review, 27*.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representaciones. *La gaceta de la RSME, 9*(1), 143-168.

Flores, W.O. y Auzmendi, E. (2015). Análisis de la estructura factorial de una escala de actitud hacia las matemáticas *Aula de Encuentro, 17*(1), 45-77.

González, P.M. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza *SUMA, 45*, 17-28.

Heyworth, R.M. (1999). Procedural and conceptual knowledge of expert and novice students for the solving of a basic problema in chemistry. *International Journal Science Education, 21*(2), 195-211.

INEE (Instituto Nacional de Evaluación Educativa) (2013). *Marcos y pruebas de evaluación de PISA2012*. Madrid: Ministerio de Educación.

ISBN 978-84-945722-3-4

Jinlei, Z., Ying, W., y Baohui, Z. (2012). Introducing a New Teaching Model: Flipped Classroom. *Journal of Distance Education, 4,* 46-51.

Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics. The Danish KOM project. En A. Gagatsis; S. Papastavridis (eds.). *Proceedings of the 3er Mediterranean Conference on Mathematical Education*. Atenas: Hellenic Mathematical Society, 115-124.

Ramírez García, M. y García Valldecabres, M. (prensa). *Dificultades en las asignaturas de matemáticas en estudiantes que acceden al grado de educación*. Actas CIBEM.

Reeuvijk, M.V. (1997). Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas. *UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas, 12*, 9-16.

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *PNA*, *4*(1), 1-14.

Rico, L. y Lupiáñez, J.L. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.

Torrego, J. C., y Negro, A. (2014). *Aprendizaje cooperativo en las aulas*. Madrid: Alianza Editorial.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-730

CONSTRUÇÕES MATEMÁTICAS COM GEOGEBRA: ALÉM DO DESENHO

Deire Lucia de Oliveira
deire.lucia@gmail.com
Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal – SEEDF-- Brasilia, Brasil

Núcleo temático: Recursos para o ensino e aprendizagem de matemática
Modalidade: Comunicação Breve -- CB
Nível educativo: Nível educativo médio o secundário (12 a 15 anos)
Palavras-chave: Quadriláteros. Propriedades Matemáticas. GeoGebra.

Resumo

Um aluno de idade avançada para o ano escolar que frequenta aceita participar de um projeto no qual o GeoGebra será apresentado e utilizado como ferramenta de mediação para o processo de ensino e aprendizagem de matemática. Ele apresenta baixa visão, é imediatista, gosta do caminho mais fácil e de se portar como quem necessita de muita ajuda, estabelecendo um estereótipo de dependência. Ao participar desta pesquisa-ação que visava o reconhecimento dos quadriláteros notáveis - os quais apresentam relação de pertinência com interseção, o aluno foi impulsionado a sair da zona de conforto e refletir sobre os quadriláteros disponibilizados para então reconhecer neles suas propriedades matemáticas, indo além da primeira impressão. A pesquisa qualitativa relatada neste texto é um estudo de caso. Após as atividades o aluno fez previsões e analisou erros, saindo da situação de conforto e passando para a de construção de conhecimento. Apesar de reclamar de ter que pensar muito para executar as tarefas propostas nesta pesquisa e de qualificá-la como difícil o aluno declara ter percebido que os objetos nem sempre são o que parecem à primeira vista.

Apresentação

Dentre os conceitos abordados pela matemática escolar o ramo da geometria constitui uma parte importante por aproximar o sujeito de situações cotidianas naturalmente atraentes. Lidar com objetos geométricos, reconhecê-los, manipulá-los, descrevê-los, compará-los e inseri-los no conhecimento matemático pessoal estimula e possibilita transpor barreiras de diferentes ordens, pois há um emaranhado de conhecimentos interligados e as "relações que a geometria mantém com estes mesmos ramos, bem como sua contribuição valiosa para a construção do conhecimento matemático ao longo do processo de escolarização" (Pavanello, 1993, p. 7-8) é fundamental.

Neste trabalho busca-se o reconhecimento dos quadriláteros notáveis com suas propriedades matemáticas e as relações de pertinência, por exemplo, os trapézios são quadriláteros cuja característica notável é a de possuir dois lados paralelos enquanto os paralelogramos possuem dois pares de lados paralelos. Assim, é possível concluir que todo paralelogramo é também um trapézio, entretanto a recíproca não é verdadeira, ou seja, existem trapézios que não são paralelogramos.

Desejando aliar as análises sobre o reconhecimento das características de objetos matemáticos ao uso de novas tecnologias, em especial do computador em sala de aula, desejou-se proporcionar aos estudantes uma aproximação e interação com as demonstrações e provas matemáticas. Por meio de passos lógicos e sequenciais e de construções mentais é que se justifica o objetivo deste relato, que foi investigar as possíveis contribuições do uso do software GeoGebra para a construção do conhecimento a respeito dos quadriláteros notáveis, suas propriedades e relações de pertinência. Acredita-se que o domínio dos processos de aprendizagem pode ser facilitado por meio de tentativas, sucessos, fracassos, correções, conjecturas e análise do que se conhece, do que se deseja obter e das etapas percorridas.

Desejava-se também neste trabalho oportunizar experiências que possibilitassem e incentivassem a investigação e o desenvolvimento da autonomia dos alunos por meio da observação das propriedades dos quadriláteros que são posicionalmente inerentes bem como da construção de argumentações conscientes, consistentes e fundamentadas a respeito dos quadriláteros e de suas propriedades.

Metodologia

O trabalho foi desenvolvido no contra turno em que os alunos frequentam regularmente o Projeto Veredas (Programa Federal que visa a aceleração da aprendizagem, ou seja, que possibilita que os estudantes desenvolvam, em tempo mais curto, competências e habilidades esperadas) em uma escola pública de Brasília. Estes alunos já passaram por diversas experiências escolares com reiterados insucessos e possuem idade avançada, todos acima de 14 anos e com escolaridade máxima de 6ª série (7º ano).

A seleção dos participantes se deu voluntariamente a partir dos esclarecimentos das atividades e dos procedimentos que seriam adotados, ressaltando ser uma proposta de atividade que estimula o raciocínio lógico além do uso do computador. Dessa maneira participaram os alunos que tinham interesse e disponibilidade.

Este texto é proveniente do recorte desta ação, configurando-se como um estudo de caso com contornos de uma pesquisa-ação e de abordagem qualitativa, que elegeu um dos alunos para análise, visto que este apresentava características comportamentais diferenciadas e

ISBN 978-84-945722-3-4

mostrava forte resistência para se envolver com as atividades escolares. O aluno identificado como TH, masculino, com 16 anos completos, é o mais velho do grupo e apresenta sério comprometimento visual.

Em sala de aula TH foi avaliado pelas professoras como sendo carente de atenção e de estímulos, por diversas vezes esperando que executem por ele, que o auxiliem e que o coloquem no caminho certo. Ele tem por hábito emitir respostas à revelia, tentando se livrar do questionamento e esperando que alguém fale como é o certo. Em sala de aula é um aluno desinteressado e, por vezes, foge aos estímulos. Dentre os colegas é conhecido como o acomodado, folgado, que quer sempre ser ajudado, de preferência quer que façam por ele. Assim, ao se voluntariar para participar da pesquisa não foi bem aceito pelos demais colegas, fato decisivo na seleção dele como o sujeito a ser acompanhado e investigado em profundidade para alcançar o objetivo geral desta pesquisa.

Inicialmente os alunos foram familiarizados com o software de maneira livre, pouco conduzida, depois foram ofertados dez quadriláteros no GeoGebra, nas mais diversas formas, aparências e posições, e por meio de um questionário (roteiro), estimular a exploração da dinamicidade do Software, estimular que o sujeito pudesse reconhecer o tipo de quadrilátero apresentado, de acordo com suas propriedades matemáticas inerentes aos movimentos. O roteiro visava direcionar o aluno a explorar novas ferramentas do GeoGebra para certificar as propriedades intrínsecas nos quadriláteros analisados.

Ao final foi solicitada a construção de um retângulo visando a concatenação de conceitos geométricos expressos por meio da oralidade, com a qual o sujeito teria que mobilizar uma estrutura cognitiva mais elaborada e que fosse resultado de uma sequência de passos lógicos e fundamentados nos conceitos utilizados nas etapas anteriores.

Para acompanhar o desenvolvimento destas etapas elas foram registradas em áudio e vídeo, em um livro de registro de campo e por meio dos questionários eletrônicos norteadores do segundo momento. O espaço temporal entre os encontros permitiam a reavaliação das possíveis fragilidades, tanto metodológicas quanto de conteúdos ou ainda de abordagem, e consequentemente proporcionavam uma reelaboração do que estava planejado para o próximo encontro.

Base Teórica

A escolha em trabalhar com Geometria nesta pesquisa foi pautada em experiências relatadas em artigos científicos que apresentam frequentemente afirmativas sobre a exclusão do trabalho com geometria nas escolas e suas repercussões. Guimarães, Vasconcellos e Teixeira (2006) destacam que isso “chama atenção para o fato de existir, nos dias de hoje, um grande número de adultos que não conseguiu desenvolver, ao longo da sua vida, uma concepção do espaço que lhes permita um controle adequado de suas relações espaciais” (p.100) e, também por acreditar que o ensino de geometria na escola pode estimular de maneira suave a linguagem matemática, sua formalização, e reverter a visão de que a matemática se aprende na escola é distante da realidade. Entretanto,

> Se pensarmos em Geometria como processo de interiorização e preensão intelectual de experiências espaciais, o aprendizado passa por um domínio das bases de construção deste ramo do conhecimento, e aqui a abstração desempenha papel fundamental. Nesta “matematização” - leitura do mundo através da matemática - os objetos do mundo físico passam a ser associados a entes abstratos, que são definidos e controlados por um corpo de pressupostos, o sistema de axiomas da teoria. Na transição para este mundo existem dificuldades inerentes ao processo, provenientes do confronto entre conceitos científicos e não científicos (Gravina, 1996, p. 2).

Quando um aluno se depara com um objeto geométrico traz para si o que lhe é mais representativo, seus componentes nem sempre estão na totalidade dos conceitos que são intrínsecos ao objeto, pois todo objeto geométrico pode ser tratado por suas componentes conceitual e figural. A conceitual, por meio de manifestações orais ou escritas com maior ou menor grau de formalização; e a componente figural “corresponde a imagem mental que associamos ao conceito, e que no caso da Geometria, tem a característica de poder ser ‘manipulada’ através de movimentos como translação, rotação, e outros, mas mantendo invariantes certas relações” (Gravina, 1996, p.3). A autora afirma, ainda, que a “harmonia entre estes duas componentes é que determina a noção correta sobre o objeto geométrico.”. O GeoGebra simula um laboratório de aprendizagem matemática, possibilitando a construção geométrica com propriedades matemáticas, além de permitir a manipulação por meio do deslocamento, movimentação dos objetos e a observação e comprovação de tais propriedades. É possível fazer construções geométricas a partir de figuras ou entes já definidos no software operando com suas características e propriedades matemáticas, e além de movimentá-las. As construções feitas em ambientes dinâmicos permitem a deformação, ou seja, o que foi feito sem fixar a propriedade matemática, pode ser alterado. Tais construções dão ao usuário a sensação de ter o controle do problema, pois com a seleção e o movimento de objetos primários ele pode observar a variação e a transformação entre o esperado e o ocorrido, ou seja, analisa e ressignifica sua aprendizagem.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Resultados e análises

Inicialmente foram apresentadas as janelas do GeoGebra com suas ferramentas, sua sintaxe e operacionalidade básica. As produções obtidas na primeira hora foram impressionantes; o fato de eles terem um objeto atraente e com a segurança de ter quem os auxiliaria a qualquer momento de perturbação ou insegurança foram fatores decisivos no progresso fluído do desenvolvimento e construção de figuras com o programa.

TH adorou desenhar e quis mostrar para os colegas cada descoberta. Inicialmente não associou os recursos do Software com conceitos matemáticos, em sua percepção tratava-se apenas de um programa de desenho. A utilização foi livre e empolgante e percebeu-se a competitividade como estímulo entre os participantes.

Para cumprir a tarefa de construir uma casinha com o software TH rapidamente percebeu que a construção poderia ser feita com a ferramenta Polígono e tal intervenção causou admiração nos colegas. Devido à sua dificuldade visual, modificou alguns detalhes do modelo projetado sem, entretanto, causar prejuízo na construção proposta. Fato que chamou a atenção de todos, pois normalmente ele não busca, em suas experiências, suporte para fazer novas suposições e tão pouco estabelece um encadeamento de passos lógicos, nem os mais concisos e breves.

Foram disponibilizados cada um dos dez quadriláteros feitos no GeoGebra e, de posse do roteiro eletrônico, os alunos tiveram que executar as tarefas e responder as perguntas. TH respondeu que o primeiro quadrilátero era: *um plano cartesiano*, pois esperava auxílio, ajuda para não errar. Ao entender que cada participante estava analisando um quadrilátero distinto e que ele não poderia copiar as respostas, ficou insatisfeito e inconformado.

Sem a esperança de receber a ajuda costumeira, TH avaliou o quadrilátero subsequente de modo completamente diferente de como fez com o primeiro. Mostrou-se observador e conseguiu distinguir algumas características do quadrilátero disponível, apesar de não analisa-lo em sua totalidade, mas foi inusitada a sua ação.

No segundo encontro TH já sabia o que deveria fazer e não tinha esperança de obter ajuda dos colegas. Assim, ele teve atitudes mais responsáveis com seu próprio conhecimento. Consultou diversas vezes o diagrama de pertinência dos quadriláteros disponível na lousa, a fim de reconhecer as propriedades das figuras por ele analisadas.

Em outro questionário, a maneira que ele usou para expressar o fato de um quadrilátero ser não notável foi bastante peculiar: *Um quadrilátero que não é fixo.* Ele percebeu que não haviam propriedades estudadas que se mantinham com os movimentos. Segundo Gravina e

ISBN 978-84-945722-3-4

Santarosa (1998) “Os desequilíbrios entre experiência e estruturas mentais é que fazem o sujeito avançar no seu desenvolvimento cognitivo e conhecimento” (p. 5) e foi exatamente o que pode ser percebido na resposta de TH, pois como não satisfazia nenhuma das características estudadas, ele disse que não era fixo.

No encontro seguinte TH não estava disposto, só queria brincar. As respostas dele regrediram ao mesmo patamar do primeiro questionário, sem compromisso e querendo acabar logo, se ver livre. Fato claro quando TH avalia o quadrilátero como sendo um quadrado e justificou tal avaliação: Por ele tem quatro lados!!!!. Apesar de neste momento não apresentar argumentações sólidas, aqui se concorda com Gravina e Santarosa (1998) para as quais o uso de um meio interativo “não deve frustrar o aluno nos procedimentos exploratórios associados as suas ações mentais” (p.11), então TH pode sentir-se livre para expressar e conjecturar.

Ao final dessa etapa de analise e de seguir o roteiro de cada um dos dez quadriláteros passou-se a discussão coletiva de cada um deles. Por exemplo, no primeiro deles consensualmente a impressão foi de ser um quadrado, mas necessitavam verificar as propriedades e houve a sugestão para que fossem medidos os lados e os ângulos. Feito isso, observaram que os lados do quadrilátero eram congruentes e que seus quatro ângulos mediam 90°. Imediatamente, como lhe é característico, TH disse: *Tá vendo professora é um quadrado! Eu disse! Só de olhar eu já sabia*. Os demais riram, todos sabiam do imediatismo de TH. Surgiu então a sugestão de mover os vértices para analisar se essas medidas ficariam imutáveis, o que não aconteceu. Não era um quadrado, inicialmente parecia. TH ficou inconformado com tudo aquilo e disse *Quer dizer que ele pode ser qualquer um??!! Como vou saber o que ele é?*

Outro participante disse que “*Tem que mexer e ver... se você não mexer vai ficar sem saber o que é de verdade, presta atenção.*”, TH respondeu “*Eu hein, eu presto atenção, mas não tinha entendido isso*”. Este colega apresentou, com muita satisfação, sua produção e repassou com TH as propriedades de cada quadrilátero notável enquanto ia fazendo a simulação no GeoGebra. TH concordou que o colega estava certo e que só nesse momento ele realmente entendeu o que estava sendo feito e relativizando suas produções com os conteúdos matemáticos.

Finalmente teve a tarefa de construir um retângulo: não uma figura que forjasse um retângulo e sim uma que possuísse as propriedades matemáticas condizentes com um retângulo. TH escolheu fazer um segmento e obter um ponto que estivesse a 90° da

ISBN 978-84-945722-3-4

extremidade desse segmento e traçar a reta que passava por esses pontos, repetir o processo até obter o retângulo. Ele se perdeu por diversas vezes nessa construção, pois não sabia que deveria escolher qualquer ponto sobre a reta traçada, acreditava que o ponto deveria ser o inicial e dessa forma não traçava um quadrado. Essa busca, por meio de tentativas, fortalece o pensamento humano que requer "habilidades como intuição, senso comum, apreciação de regularidades, senso estético, representação, abstração e generalização" (Gravina e Santarosa, 1998, p. 3). Em outra tentativa mascarou seu suposto retângulo, que não resistiu aos primeiros movimentos, gargalhou e reclamou da dificuldade do que foi proposto, em tom de desânimo.

Merece destaque que ele, na tentativa de realizar a atividade proposta, fez planejamento e criou estratégias, em uma sequência de passos lógicos, seleção adequada das ferramentas do GeoGebra, aproximando-se bastante do sucesso. Fez previsões, analisou erros e tentou obter sucesso, aproximando-se do desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo que como destacam Guimarães, Vasconcellos e Teixeira (2006) é intrínseco ao ensino de geometria. TH apresentou argumentação lógica dedutiva nunca antes utilizada por ele em sala de aula.

Encerrando o desenvolvimento dos trabalhos, os participantes foram estimulados a avaliar as atividades realizadas e o uso do GeoGebra. TH disse ter gostado de desenhar e, verbalizou: *Aprendi que as coisas não são o que parecem*. Como aspecto negativo argumentou: *Tem que pensar muito, tem hora que fica muito difícil*. Ele disse que não gosta de ter que pensar nem de ter que trabalhar, acha normal esperar as coisas prontas e concordou que se sentiu capaz durante os encontros deste projeto.

Considerações Finais

A intenção inicial de TH ao utilizar o GeoGebra era simplesmente desenhar, obter as figuras que desejasse e usar o computador na escola. No princípio ele não acompanhou as discussões conceituais do grupo, tampouco observou os ícones do *software* nos momentos destacados. Para não se sentir alheio ao grupo teve que sair da situação de passividade, visto que o GeoGebra o impulsionou a criar figuras com ferramentas disponíveis e com propriedades geométricas.

Participar deste projeto aguçou a curiosidade de TH, ele se mostrou estimulado na interação com o *software*, afinal conceitos geométricos foram tratados na experimentação e construção e pelo contato de figuras e desenhos, ficando a diferenciação entre estes como objeto de aprendizagem proporcionada pelo GeoGebra.

TH conseguiu deduzir propriedades matemáticas, o que significa que estabeleceu uma cadeia lógica de raciocínios conectando propriedades do enunciado tomadas como pressupostos (hipóteses) às propriedades ditas decorrentes (teses). O desenho entrou como

ISBN 978-84-945722-3-4

materialização da configuração geométrica, guardando as relações a partir das quais decorrem as propriedades. Apesar de não ser possível afirmar que tal comportamento se manteve em outros espaços e tempos educacionais, até aquele momento a capacidade dedutiva de TH era desconhecida por todos na escola.

Ao se voluntariar para participar do projeto e se deparar com atividades distintas sobre a mesma temática, que o impossibilitaram de apenas copiar dos colegas, TH manifestou uma mudança de comportamento perante os desafios e buscou, com sucesso, refletir sobre as ferramentas disponíveis e o conhecimento matemático abordado na tarefa, assumindo uma postura contrária a que apresentava até então. Corroborando com o fato de que é "fundamental criar um ambiente de aprendizagem em que os alunos possam ter iniciativas, problemas a resolver, possibilidades para corrigir erros e criar soluções pessoais" (Brasil, 1998, p.153).

Com este projeto TH pode perceber que há distinção entre as componentes figural e conceitual dos objetos geométricos ofertados. Entretanto para isso foi necessário provocar a reflexão, o tirando de sua área de conforto e o fazendo buscar argumentações e a solidificação de seus conhecimentos.

É possível supor que a aprendizagem em casos similares possa ser incentivada em sujeitos acomodados quando posto em desafios com os quais ele opte participar, e tal opção foi incitada pelo uso do computador e por meio da escolha adequada do software.

Referências

Brasil. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática /Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF.

Gravina, M. A. (1996). Geometria Dinâmica: Uma Nova Abordagem para o Aprendizado da Geometria, In: Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, Belo Horizonte, 1-13.

Gravina, M A. y Santarosa, L. (1998). A Aprendizagem da Matemática em Ambientes Informatizados, In: Ata do IV Congresso Ibero-Americano de Informática na Educação, Brasília.

Guimarães, D. S. Vasconcellos, M. y Teixeira, L. R. M. (2006). O ensino de geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental: concepções dos acadêmicos do normal superior. Zetetiké, vol. 14, no25, 93-106.

Pavanello, R. (1993). O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. Revista Zetetiké, Campinas, SP. v. 01, março, 7-17.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-732

A DIFICULDADE PARA EFETUAR A TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA DAS ATIVIDADES PROPOSTAS EM UM PROGRAMA DE FORMAÇÃO CONTINUADA

Deire Lúcia de Oliveira
deire.lucia@gmail.com
Secretaria de Educação do Distrito Federal

Cleyton Hércules Gontijo
cleyton@unb.br
Universidade de Brasília- Brasil

Núcleo temático: Formação de Professores de Matemáticas
Modalidade: CB
Nivel educativo: Formação e atualização de ensino
Palavras-chave: Formação continuada de professores, Transposição didática, Aluno em formação.

Resumo

Este trabalho apresenta dados de uma pesquisa que investigou os efeitos da formação continuada do Programa de Gestão de Aprendizagem Escolar – Gestar, desenvolvido pelo Ministério de Educação do Brasil, na prática pedagógica de professores de matemática. A pesquisa se pautou pelos princípios da abordagem qualitativa, do tipo estudo de caso, e buscou responder a seguinte questão: Quais aspectos que contribuíram e quais dificultaram a transposição didática das atividades desenvolvidas no curso para a sala de aula? Foram utilizadas entrevistas, observações e análises documentais dos memoriais elaborados pelos professores durante o programa de formação. As informações coletadas foram analisadas por meio da técnica da Análise de Conteúdo. Os dados apresentados referem-se à análise do percurso formativo de dois professores e foram agrupados em duas categorias "Dificuldades para o aproveitamento do material", e "Aluno em formação". Constatou-se que eles testaram e verificaram as atividades sugeridas no Gestar, entretanto não as levaram para sala de aula. Suas falas e seus registros escritos indicam que eles tratavam as atividades como algo elaborado exclusivamente para si, sem a preocupação de transpor e de aplicar, por não reconhecer na formação uma nova maneira de lidar com o trabalho e que colaborasse com exercício profissional.

Introdução

Entende-se que a formação inicial é a que possibilita que o sujeito ingresse em um campo profissional, e também, que proporciona os conhecimentos específicos com profundidade, entretanto, não é suficiente para a identidade docente. Não se vislumbra uma formação que seja abrangente e suficiente para formar o profissional professor, pois se assim fosse, o capital cultural seria estagnado, o que representaria uma limitação, ou seja, uma barreira intransponível.

Reconhece-se como contínuo o processo de formação de professores, e que este não se dá com acúmulo de cursos, nem com treinamento de técnicas "mas pela reflexão coletiva do trabalho, de sua direção, seus meios e fins, antes e durante a carreira profissional" (Silva,

ISBN 978-84-945722-3-4

2011, p. 15). Assim, para além da formação inicial tem-se o processo contínuo de formação docente onde as crenças e valores são construídos nas experiências pessoais e profissionais e pode ser repensados ou reafirmados, num processo dinâmico espaço-temporal de confrontação.

Gatti (2008) coloca que os estudos feitos sobre o tema ‘Formação Continuada’ não ajudam a precisar o seu conceito, pois mostram uma amplitude de compreensão que vai desde cursos estruturados após a graduação, passando pelo trabalho coletivo e a troca com os pares, participação na gestão escolar e eventos científicos, enfim “tudo que possa oferecer ocasião de informação, reflexão, discussão e trocas que favoreçam o aprimoramento profissional, em qualquer de seus ângulos e em qualquer situação. Uma vastidão de possibilidades dentro do rótulo de educação continuada.” (p. 57), rompendo com o senso comum que o termo remete a cursos e processos formais e estanques.

Relata-se aqui parte de uma pesquisa que investigou o Programa Gestão da Aprendizagem Escolar -- Gestar II Matemática, que faz parceria com o Gestar II Linguagem, e são voltados para os professores dos anos finais do ensino fundamental, também chamado de Fundamental II, e complementam a versão Gestar I feito para os anos iniciais. A proposta traz um conjunto de ações pedagógicas, que incluem discussões sobre questões prático-teóricas e baseia-se na concepção sócio-construtivista do processo de ensino-aprendizagem (Brasil, 2008). Propõe que alunos e professores construam juntos os conhecimentos em sala de aula, por meio de uma relação apoiada no interesse e na participação.

Metodologia

Este texto é um recorte de uma pesquisa qualitativa, do tipo estudo de caso que buscou responder ao seguinte questionamento: Quais aspectos que contribuíram e quais dificultaram a transposição didática das atividades desenvolvidas no curso para a sala de aula? Para tanto foram usados como instrumentos de coleta: entrevistas semiestruturadas, observações em sala de aula e análise do memorial analítico descritivo elaborado pelos sujeitos durante a formação.

A investigação foi feita com cursistas da primeira turma do Gestar II Matemática no Distrito Federal - Brasil, dois anos após terminarem a formação. Buscou-se desvendar os mecanismos e significados resistentes ao tempo e que pertencem à essência da proposta de formação do Gestar, confrontando, por meio de entrevistas, os registros feitos no memorial durante a formação com as percepções dos cursistas dois anos após do término do curso.

Dentre os professores de Matemática que concluíram o Gestar no Distrito Federal foram selecionados dois cursistas por meio de uma amostragem estratificada por etapas, considerando a diversidade de gênero, turma de formação (formador distinto) e dispersão geográfica de atuação profissional. Duda tem 31 anos e Carlos tem 34 (nomes fictícios), são professores na Secretaria de Estado de Educação do Distrito Federal -- SEEDF há pelo menos 10 anos.

Para responder a questão posta, as informações obtidas nas entrevistas e nos registros do memorial de formação dos dois sujeitos colaboradores foram analisados por meio da técnica de Análise de Conteúdo (Bardin, 2011) de onde emergiram as categorias a partir das unidades temáticas de maior recorrência.

Resultados

ISBN 978-84-945722-3-4

Apresentam-se duas das categorias provenientes da Análise de Conteúdo feita a partir dos dados coletados nas entrevistas e nos registros dos memoriais que foram transcritos e organizados por sujeito, a saber: i) Dificuldades para o aproveitamento do material e ii) aluno em formação.

Dificuldades para o aproveitamento do material

As falas dessa categoria indicam que a distância entre o que era apresentado no material do curso, e o que é habitual ser feito em sala de aula causou uma dificuldade de reconhecer o elo entre o que se necessitava e o que se tinha disponível.

Carlos: Na época comecei a usar (o material do Gestar) um pouco mais, agora pelo ano passado que eu fiquei fora de sala de aula 70% do ano, aí deu uma quebrada no ritmo... Aí esse ano, na medida do possível, estou tentando trabalhar alguma coisa.

- ✓ [...] é um curso que eu quero trabalhar em sala, buscar ... nem que seja mensal, mas buscar algo que esteja ali, isso eu acho que é positivo. Pegar um curso tão bom quanto esse, e não deixar ali parado......

Duda: Eu acho que seria bom, usando material do gestar, fazer um curso específico para série. Por exemplo, tudo que é de sexta série selecionado do material do Gestar, e aplicá-lo em um curso.

- ✓ Porque no material do Gestar tem a assunto que vai da 5ª série até a 8ª série e até algumas que serve para o ensino médio, só que aí o professor ficará lá tendo que procurar em um por um... Acaba que... O pessoal desiste do material por causa disso.

Aluno em Formação

Esta categoria indica que o professor cursista, em formação, se vê e se sente como um aluno que tem contato com novos procedimentos, conteúdos, abordagens e metodologias que induzem sua aprendizagem. Coloca-se como aprendiz, como se o objetivo da participação no curso fosse ter contato com as propostas para sua satisfação, para a consolidação da aprendizagem pessoal.

Carlos: Era muito motivante, dos cursos que eu fiz até hoje, o melhor!

- ✓ A gente é aluno sempre, tem sempre muita coisa para aprender.

Duda: Eu estou falando de mim, eu como aluna. É como se eu não soubesse, e eu tivesse conseguido chegar na fórmula.

- ✓ (Quanto ao termo 'aluno' encontrado em seu memorial) É fictício. Ou melhor, a mim mesma, eu como aluna do curso.

O conceito do termo transposição didática

Em muitos registros no memorial formativo dos sujeitos apareciam a expressão Transposição Didática, que segundo Chevallard (1991, p. 39) pode ser reconhecida como o processo de transformação do saber científico (aquele que os cientistas descobrem) para o saber a ensinar (aquele que está nos livros didáticos e currículos) e finalmente para ao saber ensinado (aquele que realmente acontece em sala de aula). É essa transformação (e não só uma mudança de local ou de posição: das salas dos cientistas para as salas de aula), com todos os processos adaptativos e significativos, que é definida pelo autor como Transposição Didática.

Um aspecto que se destacou refere-se ao uso da expressão 'Transposição Didática' como título de uma das seções do material. Duda diz: *[...] aqui eu não tô falando de transposição didática, eu vou falar de um texto, e o nomezinho que aparecia que era "transposição didática".*

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Percebeu-se que os professores colaboradores não compreenderam o seu significado e o termo passou a ser somente um título, fortalecendo o senso comum de ser o momento de fazer algo fora do tradicional com os alunos, minimizando a utilização do material, e possivelmente, parte do seu potencial.

Nos registros dos sujeitos o termo aparece sem ter seus conceitos claros, como se bastasse uma adaptação do que foi visto durante o curso para prática escolar, que a transposição estaria sendo feita e o conhecimento transmitido. Além disso, o principal aspecto que dificultou a transposição das atividades desenvolvidas no curso foi, conforme relatado na categoria *Aluno em formação*, o fato dos cursistas se reconhecerem como alunos e não terem a preocupação de transpor e de aplicar.

Os sujeitos dessa pesquisa não demonstraram preocupação em tomar um saber e colocá-lo como um saber a ensinar, e nem indicam reconhecer nas atividades do material, na maioria das vezes, uma possibilidade adequada para fazer essa transposição de acordo com suas necessidades. Carlos coloca que está focado em [...] *trabalhar mais a preparação para empregar essa produção, que foi trabalhada no curso, fazer o trabalho interno, de planejamento, para dar uma aula melhor para o aluno*.

Percebe-se que a proposta está à frente do que os alunos conseguiriam acompanhar, e assim aproxima o ensino da Matemática pela Matemática, como um fim em si mesmo, fazendo uma ‘preparação’ em seus alunos, ou seja, dando pré-requisitos de maneira tradicional.

Por vezes foi observado que Carlos, em sua prática, aproxima-se da atuação do Matemático que quando lida com o saber acadêmico “tende a conceber a Matemática com um fim em si mesma, e, [...] tende a promover a educação para a Matemática priorizando os conteúdos formais dela” (Fiorentini & Lorenzato, 2007, p. 3), e a tal procedimento ele nomeia ‘preparação’. O estudante aprende a fazer as operações e depois, se for possível, aprende quando, onde, como e por que usar o que foi visto.

Duda registrou em seu memorial após executar, no encontro presencial do curso Gestar, uma atividade que se tratava de números inteiros: *Brincadeira muito boa onde os alunos de fato concluem: Tirar negativo é colocar positivo; Tirar positivo é acrescentar negativo.*

Ao ser questionada a respeito desse registro, sobre como foi a atividade com seus alunos e as conclusões que eles chegaram, Duda negou ter executado a atividade com seus estudantes. Então, foi perguntado: “Na verdade você quis dizer que é possível que os alunos concluam?” ela respondeu:

*É porque na verdade, eu acho que a gente (*cursistas*)é quem concluiu. Eu me via muito como aluna lá no Gestar, sabe ... Eu não me via como professora, eu era aluna. Acho que dá para ver pelo caderno, né? Por que eu acho que se eu me visse como professora meu caderno não seria assim.*

Apesar da distância entre os tipos de saberes a atividade descrita por Duda se enquadra no saber escolar, pois ela a chama de ‘brincadeira muito boa’ e enfatiza que é possível concluir um conteúdo que normalmente é motivo de obstáculo de aprendizagem para os alunos. Todavia, foi significativo para a aprendizagem dela, afinal, se posicionava como aluna e não sentia como uma atribuição sua, como aluna (cursista), reformular a atividade para uma prática educativa e profissional.

Carlos corrobora com essa falta de necessidade de transposição quanto ao trabalho didático, com menor ênfase, mas não com menor relevância: *Com o curso fui conseguindo uma forma mais simples de chegar a conhecimentos matemáticos muitas vezes difíceis de serem compreendidos por grande parte de nossos alunos.*

ISBN 978-84-945722-3-4

Ele está falando de si próprio, foi ele quem conseguiu chegar ao conhecimento matemático, os quais os alunos muitas vezes apresentam dificuldades para compreender. Por mais que o curso tenha sido avaliado pelos sujeitos como 'muito bom', eles não sentem a possibilidade de fazer a Transposição Didática, também porque não basta ver e já nos primeiros contatos saberá fazer. Existe a necessidade de um período de reconhecimento, maturação, adaptação e aceitação, ou não, das propostas e seleção das quais se acredita que vale desprender esforços na tentativa de execução.

Carlos	*A teoria é bem diferente da prática. Esse aperfeiçoamento está relacionado a estudar, a buscar um algo mais para passar para o aluno. A estar se aprimorando em relação a conceitos que se podem ser mais bem colocados em relação ao aluno.*
Duda	*O eu acho que o ... Tem que olhar mais (*ela passa a folhear o memorial*). É porque, a minha ideia seguinte: eu quero fazer coisas diferentes, eu quero. Mas eu não estou mais convencida que esse é o caminho* (a proposta do Gestar) ... *Para eu conseguir fazer coisas diferentes.*

Participar do curso não foi suficiente para tudo isso, talvez nem no reconhecimento das propostas tenha sido possível chegar. Porém, quando eles se colocam como alunos, aqueles que executam as atividades, eles reconhecem que as contribuições das atividades do curso são significativas e colaboram com a construção do conhecimento. Entretanto não sentem que há a mesma aplicabilidade quando eles se reconhecem como professores.

O cursista se exime de trabalhar a maneira e os conteúdos propostos no curso atribuindo a fatores externos como os principais empecilhos:

Carlos	*O curso para mim foi excelente, mas só que eu tenho uma dificuldade de passar isso para o aluno, porque ainda falta um pouco de bagagem para eles.*
Duda	*Eu estou vendo esse caderno (memorial)... Foi uma coisa que foi feita durante um ano, como ficou (guardado no centro de formação) ... Eu não retomei, não retomei, assim ... Eu falo para você, eu vou relembrar do Gestar agora. Por que não deu... É que... É que nem exercícios que você vai fazer para fixar. Não deu para fixar. Cada aula era uma coisa, cada aula e era uma coisa... Você nunca fixava. Agora que eu vou poder, ver o que eu poderia usar...*

Seja por falta de pré-requisito, ou pela modalidade de ensino diferenciada, ou ainda pela falta de fixação, a força que é aplicada é insuficiente tornando os empecilhos intransponíveis. De acordo com Charlot (2005), "a lógica da formação é aquela das práticas, por definição contextualizadas e organizadas para atingir um fim, enquanto a lógica do ensino é a dos discursos constituídos em sua coerência interna" (p. 90), e internamente os professores não demonstram ter como preocupação transpor para seus alunos as propostas vivenciadas no curso.

Quando Duda coloca que a cada encontro do curso era visto um tópico e que não havia tempo para fixar, ela não abstrai que não é o conteúdo que é fixo, e sim as proposta de como trabalhar os conteúdos. Ela não reconhece o que é imutável, que perpassa todo o material e, a proposta de formação profissional.

Outro obstáculo para a Transposição Didática foi proveniente da categoria *Dificuldades para o aproveitamento do material*, a qual revelou que os sujeitos sentiam como se o material fosse feito para outro público.

Carlos	*O Gestar tem um enfoque mais direcionado assim, um pouquinho mais a frente do que o trabalhando hoje, infelizmente. [...] Mas ultimamente eu venho trabalhando mais, os pré-requisitos dos alunos, para que eles tenham uma bagagem maior, para que, ele possa ter na série seguinte e estar um pouco mais de tranquilidade para trabalhar Matemática e depois contextualizá-la.*

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Duda *São poucos os assuntos (em matemática que admitem contextualização), de um pouquinho de probabilidade, mas é tudo assim ... Muito aprofundado, e esse aprofundamento eles não vão usar no dia-a-dia. Não vão usar nunca.*

Os livros didáticos exercem influência social, cultural, econômica e política no cenário educacional, assim, por vezes subordinam a prática docente às suas amarras e frequentemente se configuram como único material de apoio. Aplicar a proposta apresentada nos cadernos do Gestar implica em romper com essas amarras. Como transpor e aplicar o que não houve tempo para envolvimento, reconhecimento e maturação? Afinal há uma falta de continuidade nas políticas públicas de formação de professores, mas há, ainda, a falta de oportunidade e de escolha da formação continuada. Quando são ofertados cursos, por meio de programas, nem sempre há alinhamento didático metodológico dentre as propostas, ocasionando descompasso e grandes lacunas temporais.

Um dos objetivos do material era possibilitar ao cursista revisitar ou mesmo construir conceitos e procedimentos, ou modos de sistematizá-los, partindo de situações-problema para então pensar em sua prática em sala de aula, introduzindo esta perspectiva de trabalho com os alunos. A proposta do Gestar distancia-se da maneira convencional de trabalho, que se caracteriza por uma sequência de ações que compreende a apresentação de conceitos, manipulação de fórmulas e algoritmos e por fim o trabalho com aplicações do conceito estudado. Tal proposta de partir de situações-problema para orientar o trabalho com os conceitos matemáticos parece não ser reconhecida pelos professores como válida e, portanto, eles não demonstram uma sensação de que essa possa ser incluída em seus hábitos profissionais.

O material, o curso e sua proposta foram bem avaliados, e mesmo decorrido tanto tempo após seu término, os cursistas admiram, mas ainda não reconhecem a pertinência e aplicabilidade do que foi visto como algo possível em suas salas de aulas.

Conclusão

As informações produzidas ao longo da pesquisa indicaram que as ações de formação continuada para professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental não foram suficientes para criar uma cultura de formação profissional. Essa insuficiência se deve à falta de oferta de ações de formação para o segmento e também por falta de clareza, por parte dos professores, acerca da necessidade de assumir a formação continuada como um dos elementos que lhes permitirão decidir como querem exercer sua profissão e, consequentemente, escolher caminhos para apropriarem-se dos conhecimentos do programa a serviço da prática. Mesmo na contramão da proposta do programa ele se inseriu deslocando o professor cursista da sua função social, como foi possível perceber na percepção de aluno encontrada nos colaboradores.

Apesar das poucas opções de formação no campo da Educação Matemática, foi possível constatar que o curso Gestar agradou os participantes, pois ele foi muito bem avaliado pelos concluintes, entretanto, parece chegar aos cursistas como um curso livre e não como uma

ISBN 978-84-945722-3-4

ação de uma política pública que visa contribuir para a melhoria da qualidade da educação brasileira. Foi constatado que, depois do término do curso, todo o material dos sujeitos colaboradores ficou guardado, com zelo, mas sem uso.

Apesar de externarem que o material do programa é amplo e completo, e que abrange todos os conteúdos pertinentes à modalidade destinada, os colaboradores não o colocam, em suas falas, como adequado às necessidades imediatas, por não se apresentar estruturado conforme a prescrição dos conteúdos no currículo escolar. Isso gerou, por conseguinte, certa dificuldade para identificação dos conteúdos e aplicação no cotidiano da sala de aula. Fato que foi percebido quando, ao descreverem a intenção em usar o material, os colaboradores desanimavam devido à necessidade de percorrer os vários cadernos procurando atividades para determinado conteúdo. Desta maneira é possível inferir que a estrutura linear e hierárquica dos modelos de currículos escolares ainda está presente na rotina de trabalho, como um roteiro a ser seguido, e que a proposta de trabalhar com o Currículo em Rede não foi assimilada.

Destaca-se como principal contribuição dessa pesquisa encontrar no professor em formação uma identificação como aluno, sem a intencionalidade de mudar sua prática. Possivelmente, essa situação faz com que eles testem as propostas e estratégias, que eles as avaliem, mas que não sintam a necessidade de aplicar, caracterizando-se como uma formação na prática, como aprendizes, que validam o que foi pensado por especialistas.

Durante a formação, conforme os registros encontrados nos memoriais, os sujeitos desta pesquisa testaram, verificaram e aprovaram as atividades, entretanto não as levaram para sua sala de aula. Suas falas e seus registros escritos sugerem que eles tratavam as atividades como algo elaborado exclusivamente para si, para que aprendessem e até comprovassem, mas não compondo uma nova maneira de lidar com o seu trabalho.

Bibliografia

Bardin, L. (2011) *Análise de conteúdo*; São Paulo: Edições 70.

Brasil. (2008). *Guia Geral do GESTAR II Matemática*, Brasília. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. Ministério da Educação – Fundescola.

Charlot, B. (2005) *Relação com o saber, Formação dos Professores e Globalização*: questões para a educação hoje. Porto Alegre: Artmed.

Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique.

Fiorentini, D. y Lorenzato, S. (2007) *Investigação em educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.* 2ª Ed. Campinas, SP: Autores Associados.

Gatti, B. (2008). *Análise das políticas públicas para formação continuada no Brasil, na última década.* Revista Brasileira de Educação, v. 13, n. 37, 57- 70.

Silva, K. A. C. P. C. (2011) *A formação de professores na perspectiva crítico-emancipadora.* Linhas Críticas: Revista da Faculdade de Educação da UnB, Brasília, v. 17, n. 32, 13- 31.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-734

ALGUNOS APRENDIZAJES DE FUTUROS PROFESORES Y PROFESORES EN SERVICIO AL USAR EL MODELO DEL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS

Leticia Sosa Guerrero – Diana Zakaryan
lsosa@mate.reduaz.mx - diana.zakaryan@pucv.cl
Universidad Autónoma de Zacatecas (México) – Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile)

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: Profesor de matemáticas, formación de profesores, conocimiento profesional, aprendizajes para mejorar la práctica.
.

Resumen

Nuestro objetivo es destacar elementos que den cuenta del aprendizaje tanto de futuros profesores como de profesores en servicio que participan en un curso de formación de profesores. En el curso se usa el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK por sus siglas en inglés –Mathematics Teachers' Specialized Knowledge), para realizar una planeación de la enseñanza de un tópico matemático concreto y tomando en cuenta categorías para cada subdominio del MTSK, proponer conocimientos necesarios (de ese tópico concreto) por el profesor para llevar a cabo la planeación. Se toman como fuente principal de análisis tres escritos que ellos realizaron en el curso: la planeación, la propuesta de conocimientos necesarios y una reflexión hecha al finalizar la planeación y la propuesta de conocimientos. Dentro de los principales resultados podemos observar la construcción y el desarrollo de conocimientos que pueden ser usados para la mejora de su práctica docente.

Introducción

La importancia de los conocimientos del profesor de matemáticas sigue siendo estudiada y reconocida mundialmente. Por ejemplo, Sowder (2007) expresa la relevancia de los conocimientos del profesor como papel fundamental en el desarrollo profesional y por ende en la mejora de su labor. Asumimos que tan importante es qué conocimiento matemático necesita el profesor para enseñar matemáticas (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001) como el

ISBN 978-84-945722-3-4

conocimiento necesario para enseñar matemáticas, este último conocido como Conocimiento Didáctico del Contenio (PCK -Pedagogical Content Knowledge, propuesto por Shulman, 1986) y foco de estudio en muchas investigaciones acerca del conocimiento del profesor durante varias décadas (Ponte y Chapman, 2006). Teniendo en cuenta lo anteriormente mencionado y haciendo notar nuestro interés por vincular la teoría con la práctica en la formación de profesores de matemáticas (Sosa y Ribeiro, 2015; Ribeiro y Sosa, 2014), en este trabajo el objetivo es poner de relieve aspectos que den cuenta del aprendizaje de futuros profesores y de profesores en servicio al usar el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) en un curso de formación de profesores.

Fundamentos teóricos

Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán (2013) presentan el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK por sus siglas en inglés de *Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* –en adelante todas las abreviaturas referidas al modelo se presentan con sus siglas en inglés), que consiste de dos dominios de conocimiento, el conocimiento matemático (MK) y el conocimiento didáctico del contenido (PCK).

Dentro del conocimiento matemático está el conocimiento de los temas (KoT), el conocimiento de la estructura matemática (KSM) y el conocimiento de la práctica matemática (KPM). Por su parte, en el conocimiento didáctico del contenido hay tres subdominios también pero en este caso se trata del conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), del conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) y del conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

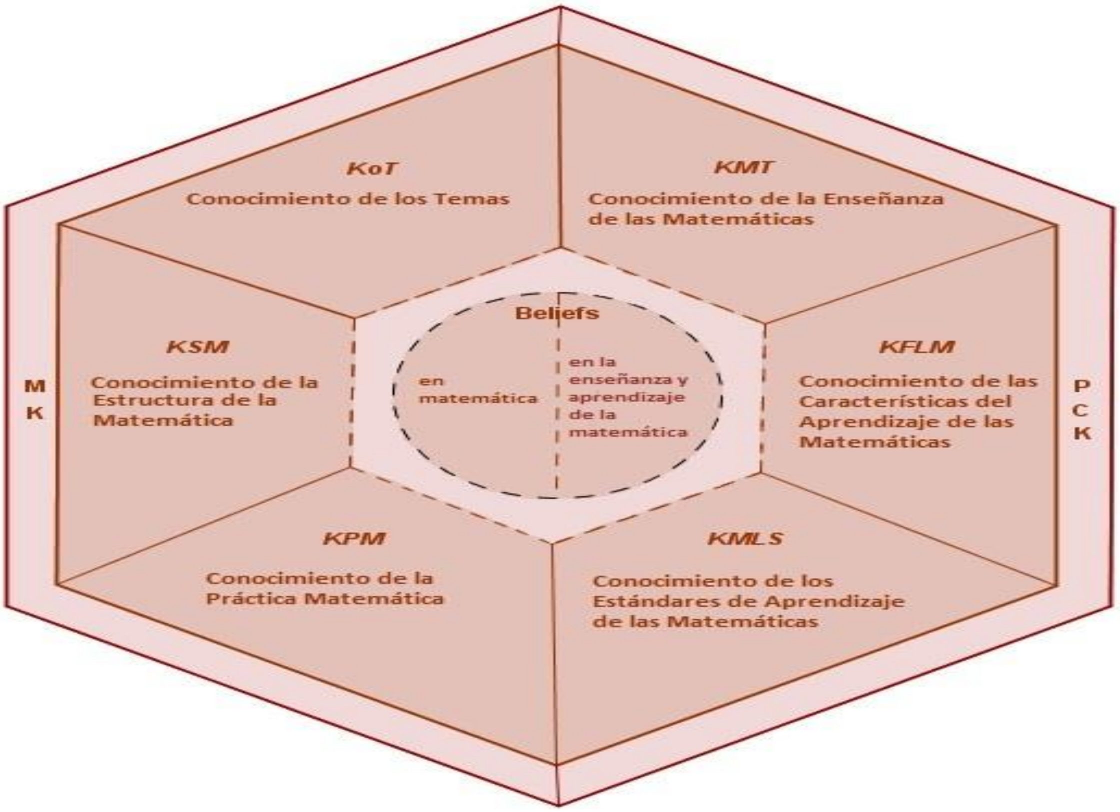


Figura 1. Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas -*Mathematics Teacher's Specialised Knowledge* (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013, p. 2989)

Cada subdominio consiste de las siguientes categorías (Flores-Medrano, Escudero, Montes y Aguilar, 2015), presentadas en la Tabla 1.

Tabla 1. Categorías consideradas en los subdominios del MTSK (Flores-Medrano et al, 2015)

Subdominio	Categoría
KoT	Fenomenología Propiedades y fundamentos Registros de representación Definiciones Procedimientos
KSM	Conexiones de complejización Conexiones de simplificación Conexiones de contenidos transversales

ISBN 978-84-945722-3-4

	Conexiones auxiliares
KPM	Prácticas ligadas a la matemática en general Prácticas ligadas a una temática en matemáticas
KFLM	Formas de aprendizaje Fortalezas y dificultades asociadas al aprendizaje Formas de interacción de los alumnos Concepciones de los estudiantes sobre matemáticas
KMT	Formas de enseñanza Recursos y materiales
KMLS	Contenidos matemáticos que se requieren enseñar Conocimientos del nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado Secuenciación de diversos temas

Los subdominios del MTSK y sus respectivas categorías se han usado en el curso de formación de profesores como fundamento teórico para realizar una planeación de la enseñanza de un tópico matemático concreto y para proponer conocimientos necesarios (de ese tópico concreto) por el profesor para llevar a cabo la planeación.

Metodología

En este estudio de casos de corte instrumental (Stake, 1999) participan dos futuras profesoras (FP1 y FP2, ambas de nivel medio superior –alumnos de 15 a 18 años de edad) y dos profesores en servicio (PS1 y PS2, ambos de nivel secundaria–alumnos de 12 a 15 años de edad), todos ellos estudiantes de un curso de formación de profesores de cinco meses en una maestría profesionalizante en Matemática Educativa en México. El curso está conformado por futuros profesores y profesores en servicio de nivel secundaria, medio superior y superior. Una de las encomiendas que se les solicita en el curso es elegir un tópico matemático para que hagan la planeación de enseñanza de ese tópico conforme a los tiempos y programas de estudio de la institución donde la llevarán a cabo. En la planeación han de considerar las máximas posibilidades de poner en acción en el aula los distintos subdominios de conocimientos propuestos en el MTSK, así como las categorías de cada subdominio (mencionadas en la Tabla 1). De esa manera se les solicita que realicen tanto el escrito correspondiente a la planeación de enseñanza como el de su propia propuesta de

ISBN 978-84-945722-3-4

conocimientos necesarios para enseñar ese tópico, tomando como base las categorías de la Tabla 1 adaptadas al tópico matemático que eligieron. Asimismo, después de esos dos escritos que realizan en pareja, se les solicita hacer un tercer escrito de manera individual, en el cual expresan su reflexión personal. Se les pide mencionar todos aquellos aspectos que consideren haber aprendido de la experiencia de hacer la planeación y la propuesta de conocimientos necesarios para enseñar un tópico matemático. Esos tres escritos (la planeación, la propuesta de conocimientos necesarios y la reflexión acerca de la planeación y la propuesta de conocimientos) constituyen la fuente principal de análisis.

Resultados y conclusiones

Utilizar el modelo del MTSK en la planeación de una clase para enseñar un tópico matemático concreto, constituye para los participantes del curso una oportunidad para darse cuenta de los conocimientos que tienen y de aquellos en los que necesitan trabajar más para enseñar dicho tópico. De esta manera, FP1 expresa en su escrito de reflexión:

> Considero importante que cada profesor de matemáticas posea o adquiera los conocimientos involucrados en cada subdominio del MTSK. Para saber qué conocimientos tenemos y cuáles nos faltan podríamos analizar nuestra práctica docente apoyándonos del modelo MTSK. Entiendo que este modelo no tiene como finalidad clasificar a 'buenos' y 'malos' profesores de matemáticas, sino caracterizar los tipos de conocimientos que cada uno posee. Es por ello que considero, que si cada uno de nosotros sabe con qué conocimientos cuenta, podrá trabajar en los que le hacen falta para de esta manera contar con mayores y mejores herramientas como apoyo en nuestra labor en el aula. (FP1 en el escrito de su reflexión al terminar la planeación y la propuesta de conocimientos).

En este sentido, los profesores PS1 y PS2 expresan que al realizar esa actividad (la planeación y propuesta de conocimientos usando el MTSK) les permite autoevaluarse, hacer consciencia de aquellos conocimientos en los que ellos mismos se sienten fuertes y de aquellos que tienen que construir y/o reconstruir.

> El reflexionar sobre la práctica docente, permitirá modificar la manera en que se enseña y a su vez se aprende las matemáticas, si el docente analiza las bases de su conocimiento para mejorar este proceso,

ISBN 978-84-945722-3-4

> los resultados irán mejorando cada vez más. La aplicación del MTSK permitirá encontrar las fortalezas y debilidades del docente al desempeñarse como tal en un grupo, modificando su práctica y por consiguiente modificando las formas de aprender. La utilización de este tipo de estudios permite reflexionar sobre lo que se requiere conocer, día a día al momento de diseñar las clases, recordar lo que debemos de considerar al momento de proponer las situaciones que guiaran al alumno a la construcción de un nuevo conocimiento matemático. El docente que puede reflexionar y analizar su propia práctica docente puede obtener mejores resultados de ella, puesto que puede modificarla para alcanzar los objetivos planteados y construir los conocimientos esperados con los alumnos. (PS1 y PS2 al final del escrito en su planeación).

El hecho de ir identificando los conocimientos a través de las categorías de cada subdominio del MTSK de un tópico matemático concreto, les permite hacer un "check list" de éstos y por ende poner atención en ellos. Así, el PS1 reflexiona al respecto:

> La planeación de las clases es una actividad fundamental para todo docente, por ello mismo se realiza día con día. Al estar acostumbrados a realizarla lo hacemos de manera mecánica, sin poner atención a cada paso de la misma, pues se nos hace tan común que no reflexionamos sobre los conocimientos necesarios para un tema en específico. Al tener este tipo de conocimientos tratamos de transmitirlos, pero si no los identificamos como tales, difícilmente los reproduciremos en los alumnos. (PS1 en el escrito de su reflexión después de haber realizado la planeación y la propuesta de conocimientos).

Asimismo, la FP2 expresa que el ejercicio de realizar la planeación de enseñanza de un tópico matemático específico, tomando como base el modelo MTSK, puede representar un cambio en la forma de diseñar una clase y llevarla al aula, resultando enriquecedor y motivante para movilizar sus conocimientos especializados como profesora de matemáticas en la práctica docente sin dejar de lado otros aspectos de la labor de un profesor de matemáticas.

> A partir de ejercicios como éste [la planeación] mi visión de diseñar una clase y llevarla al aula ha cambiado, pues el plantearme y saber cuáles son los conocimientos especializados de un profesor de matemáticas y cómo podrían ser evidenciados en mi práctica para que se logre una mejora en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas me resulta enriquecedor y motivante, […] teniendo a partir de ahora un cuidado especial por cubrirlas [las categorías de los conocimientos del MTSK] sin descuidar los demás aspectos importantes dentro de la labor de un profesor de matemáticas. (FP2 en el escrito de su reflexión al terminar la planeación y la propuesta de conocimientos, el agregado en corchetes es nuestro).

Finalmente, queremos cerrar este apartado con la siguiente aportación del PS1, quien reconoce que modificará su práctica poniendo mayor atención en algunos conocimientos tanto matemáticos como didácticos del contenido que había dejado un tanto de lado:

> Considero que a partir de este ejercicio mi práctica se verá modificada, pues consideraré elementos en los cuales había perdido atención, desde las estrategias necesarias para adquirir un conocimiento hasta la construcción de conceptos matemáticos. (PS1 en el escrito de su reflexión al terminar la planeación y la propuesta de conocimientos).

El PS1 continúa expresando:

> Considero a la vez que con la aplicación de este ejercicio se modificará la manera en que planeo mis sesiones de clase, pues analizaré tanto los conocimientos que debo poner en juego para diseñar las actividades así como los propósitos que perseguiré alcanzar, considero que de manera general mi forma de planear se verá mejorada al momento de realizarlo. Me parece de suma importancia la discusión de estas actividades en clase [en el curso de formación de profesores] puesto que podemos "observarnos" como docentes en el ejercicio de nuestro trabajo para poder hacer observaciones que nos ayudarán a mejorar cada vez más el proceso de enseñanza aprendizaje del cual somos piezas clave. (PS1 en el escrito de su reflexión al terminar la planeación y la propuesta de conocimientos, el agregado en corchetes es nuestro).

Las reflexiones de los participantes del curso e informantes del estudio sugieren que al hacer la actividad de la planeación de la enseñanza de un tópico matemático concreto que ellos mismos eligen (pensando en llevarlo al aula durante el curso de formación de profesores) y proponer los conocimientos necesarios para llevar a cabo la planeación, según las categorías propuestas en Flores-Medrano et al. (2015) para cada subdominio del MTSK, promueve la reflexión tanto en futuros profesores como en profesores en servicio sobre la práctica docente y ayuda a saber identificar los conocimientos con los que cuentan e incluso se sienten más cómodos, pero también aquellos en los que hace falta no sólo preocuparse sino ocuparse de construirlos y/o reconstruirlos.

El trabajar en el mismo curso de formación de profesores con futuros profesores y profesores en servicio de matemáticas, les permite analizar la forma de enseñar pero también de comparar su trabajo con el de sus compañeros, no sólo con pares del mismo nivel educativo sino con otros de diferentes niveles educativos (nivel secundaria, medio superior y superior).

ISBN 978-84-945722-3-4

Esta colaboración da lugar a discusiones con argumentos profundos, donde se llega a converger/coincidir en pareja y de manera grupal desde el diseño de la planeación y la propuesta de conocimientos necesarios para llevar a cabo esa planeación de un mismo tópico matemático. De esta manera, esta actividad puede contribuir a la modificación de ideas que se tienen como docentes de matemáticas a partir del trabajo colaborativo.

Esta experiencia puede usarse en diferentes entornos para provocar el análisis de la propia práctica docente por ser un elemento que permite autoevaluarse, en términos de conocimientos especializados del profesor de matemáticas, con el propósito de mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Es pues, de gran interés la vinculación de la teoría con la práctica diaria en cuanto a cómo aquello que los docentes desarrollan puede justificarse a través de los diferentes subdominios del MTSK para darse cuenta de sus propios conocimientos matemáticos y de esa forma poder establecer parámetros para una mejora continua de la labor del profesor de matemáticas.

Llevar a cabo este tipo de actividades con más profesores podría ir transformando poco a poco el desarrollo profesional tanto personal como colectivo, haciendo a su vez que el entorno se preocupe no solo por exigir, sino también por favorecer el desarrollo de conocimientos más profundos y conscientes de los profesores de matemáticas en aras de contribuir a la Educación Matemática.

Referencias

Ball, D. L., Lubienski, S., and Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching (4th ed.).* New York: Macmillan.

Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C. y Muñoz-Catalán, M.C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, C. Haser y M.A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8)*, 2985-2994. Middle East Technical Universitiy: Ankara, Turquía.

Flores-Medrano, E., Escudero, D., Montes. M. y Aguilar, A. (2015). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. *Un Marco teórico para el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas.* Ediciones Universidad de Huelva.

Ponte, J.P. y Chapman, O. (2006). Mathematics teachers’ knowledge and practice. In A. Gutierrez y P. Boero (Eds.). *Handbook of Research of the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future.* (pp. 461-494). Rotterdam: Sense Publishing.

Ribeiro, C. M. y Sosa, L. (2014). La formación de profesores de matemáticas y la especificidad de su conocimiento, reflexiones sobre algunas necesidades e implicaciones. En F. Santillán (Ed.).

ISBN 978-84-945722-3-4

Investigación, aplicación y tendencias educativas en instituciones de educación superior en Iberoamérica, 287-296. México: Umbral.

Shulman, L.S. (1986). *Those who understand: knowledge growth in teaching.* American Educational Research Association, 15(2), 4-14.

Sosa, L. y Ribeiro, C. M. (2015). Professional knowledge as key feature of teacher professionalization in the training of teachers. *Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa*. Disponible en http://www.pag.org.mx/index.php/PAG/article/view/241/287

Sowder, J.T. (2007). The mathematical education and development of teachers. *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning.* Frank K. Lester, Jr. (Ed.), Vol. 1, pp. 157-223.

Stake, R. (1999). *Investigación con estudio de casos*. Segunda Edición. Madrid: Morata, S.L.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-736

APRENDIZAGEM DA DEFINIÇÃO FORMAL DE LIMITE DE FUNÇÕES: ANÁLISE DA APLICAÇÃO DE UMA TAREFA EXPLORATÓRIA COM O GEOGEBRA.

Vilmar Fonseca – Ana Henriques
vilmar.fonseca@ifrj.edu.br – achenriques@ie.ulisboa.pt
Instituto Federal do Rio de Janeiro, Brasil – Universidade de Lisboa, Portugal.

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidade y niveles educativos.
Modalidade: CB
Nível educativo: 5. Formación y actualización docente

Palavras chave: Tarefas exploratórias, Geogebra, Definição formal de limite de funções.

Resumo

Nesta comunicação apresentamos os resultados de um estudo que visa compreender como os estudantes iniciantes de um curso de formação inicial de professores de Matemática, no Brasil, interpretam o limite de uma função num ponto, quando representado simbolicamente por sua definição formal ou geometricamente recorrendo a registos que envolvem a simbologia contida nesta definição. Discutimos, em particular, as aprendizagens destes estudantes que decorrem da realização de uma tarefa exploratória com recurso ao Geogebra, no decurso de uma experiência de ensino marcada por uma prática de ensino exploratório. Os dados, recolhidos através de gravação áudio e vídeo das aulas e das produções escritas dos estudantes na resolução da tarefa, evidenciam que, a partir da sua definição formal, eles reconheceram o conceito de limite e atribuíram-lhe diferentes significados. Além disso, a exploração do Geogebra facilitou o reconhecimento do limite, da existência de uma relação matemática entre δ e ε*, e do entendimento da relação implicativa das vizinhanças.*

Introdução

A investigação sobre o ensino e a aprendizagem do conceito de limite de funções tem mostrado as muitas dificuldades dos estudantes na aprendizagem da sua definição formal, constatadas, inclusive, na formação inicial de professores de matemática, onde se espera que os estudantes apresentem maior familiaridade com os conceitos matemáticos (Domingos, 2003). A compreensão deste conceito de limite é fundamental para que os estudantes avancem, no seu percurso escolar, para uma matemática mais formal e rigorosa (Cottrill et al, 1996) mas a prática comum de sala de aula, centrada na exposição de conteúdos pelo professor, tem ajudado a manter este quadro de dificuldades (Tall, Smith & Piez, 2008). Há,

ISBN 978-84-945722-3-4

por isso, necessidade de encontrar soluções didáticas que possibilitem aos estudantes ultrapassarem estas dificuldades e a alcançarem aprendizagem significativas.

O ensino do conceito de limite de funções, utilizando tarefas exploratórias com recurso a *software* educacional, como o Geogebra, tem proporcionado resultados muito positivos em relação às aprendizagens dos futuros professores sobre este conceito (Fonseca & Henriques, 2016; Messias, 2013). Assumindo este contexto como favorável, neste estudo procuramos compreender como os estudantes de um curso de formação inicial de professores de Matemática, no Brasil, interpretam o limite quando representado simbolicamente pela sua definição formal e geometricamente com registos baseados na simbologia desta definição, a partir de tarefas exploratórias com Geogebra.

O ensino e a aprendizagem da definição formal de limite.

A definição formal de limite é uma base fundamental para várias demonstrações no Cálculo e a sua riqueza no que respeita à notação simbólica pode contribuir para os estudantes desenvolverem a capacidade de pensar abstratamente e construir significados adequados sobre este conceito (Tall, Smith & Piez, 2008). Os significados que os estudantes atribuem a um conceito refletem os aspectos mobilizados da sua conceção sobre ele e, por isso, revelam as suas aprendizagens do conceito (Domingos, 2003). Neste sentido, um aluno que ao apresentar a definição formal do limite explica corretamente as simbologias $|x-x_0|<\delta$ e $|L-f(x)|<\varepsilon$ em termos das vizinhanças $V_\delta(x_0)$ e $V_\varepsilon(L)$, da correspondência implicativa entre elas $(x\in V_\delta(x_0)\Rightarrow f(x)\in V_\varepsilon(L))$ e das ordens dos quantificadores δ e ε, concluindo que o limite é o resultado desta implicação (significado), segundo Domingos (2003), evidencia possuir uma conceção adequada da definição formal, necessária à compreensão do conceito de limite.

No entanto, a literatura tem evidenciado que os estudantes revelam muitas dificuldades na aprendizagem desta definição formal, nomeadamente: a incompreensão do uso dos quantificadores ε e δ ou da sua ordem na definição e do quantificador ε como um número diferente de zero, mas menor que qualquer número real positivo (Cottrill et al, 1996); e o não reconhecimento geométrico de $|L-f(x)|<\varepsilon$, uma vez que L é um valor fixo e $f(x)$ é uma grandeza variável (Tall, Smith & Piez, 2008). Para Cottrill et al (1996), estas dificuldades podem emergir da forma como estas formalizações são ensinadas aos alunos e

ISBN 978-84-945722-3-4

sugere que este ensino deve relacionar as noções informais do limite com a simbologia da sua definição formal. Isto significa, por exemplo, trabalhar a quantificação das aproximações $x \to x_0$ e $f(x) \to L$, em termos das vizinhanças $V_\delta(x_0)$ e $V_\varepsilon(L)$ representadas através de intervalos e desigualdades, bem como o significado dessas simbologias e do seu papel na expressão da definição formal. Também Tall, Smith & Piez (2008) sugerem que o ensino do conceito de limite deve considerar, entre outras abordagens, a construção de intuições adequadas, por meio da exploração de diversas representações que encaminhem os estudantes a futuras formalizações, recorrendo ao uso de tecnologia. Para os autores, o uso de representações numéricas, simbólicas e gráficas, articuladas com o uso de software educacional contribui para envolver os estudantes nas tarefas propostas e promover um sentido mais completo dos conceitos envolvidos, facilitando o entendimento de simbologias.

Ensino exploratório com recurso ao Geogebra

O ensino exploratório constitui uma prática de ensino com ênfase na realização de tarefas exploratórias, as quais visam promover, nos estudantes, a descoberta e a construção do conhecimento, cabendo ao professor apoiá-los e desafiá-los no processo de exploração, de forma que alcancem as aprendizagens proposta (Canavarro, 2011). Segundo a autora, este tipo de ensino permite aos estudantes mobilizarem conhecimentos prévios, realizarem inferências, formularem conjeturas testá-las, no intuito de buscar as aprendizagens pretendidas, possibilitando um processo simultâneo de ensino e aprendizagem, tanto individual (aluno) quanto coletivo (alunos e professor).

Ademais, o uso planeado e integrado de software educativo, como o Geogebra, no ensino exploratório do conceito de limite contribui positivamente para as aprendizagens dos alunos. De facto, e no que respeita aos conceitos de função e seu limite, os resultados dos estudos de Fonseca & Henriques (2016) e Messias (2013) mostram que o uso do Geogebra: i) auxiliou na dedução e demonstração de propriedades matemáticas de funções e limite de uma função; ii) facilitou a compreensão das noções intuitivas do limite por meio das aproximações $x \to x_0$ e $f(x) \to L$; e iii) auxiliou na criação de estratégias de resolução e justificação das tarefas.

Metodologia

ISBN 978-84-945722-3-4

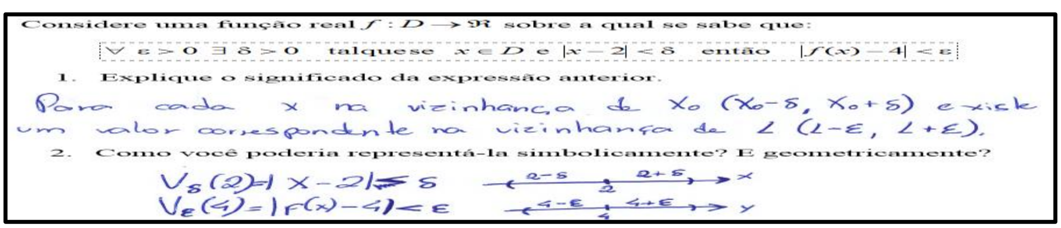
Este estudo segue uma abordagem qualitativa e interpretativa (Coutinho, 2011) e teve por base uma experiência de ensino exploratório com recurso ao Geogebra, que visava promover a aprendizagem do conceito de limite de uma função. Foi realizado no 1º semestre do ano letivo de 2016, com 19 estudantes de um curso de formação inicial de professores de matemática, no Brasil, identificados neste texto por nomes fictícios. O investigador, primeiro autor desta comunicação, assumiu o papel de professor da turma.

A tarefa que será foco de análise nesta comunicação (Anexo 1), envolvia a aprendizagem da definição formal de limite no ponto, e foi aplicada na 5ª aula da referida experiência de ensino. Nas aulas anteriores à sua aplicação, foram trabalhados com os estudantes: ***i***) as noções intuitivas do limite por meio de aproximações, ***ii***) o cálculo do limite por procedimentos algébricos e ***iii***) a significação das simbologias e do papel dos quantificadores δ e ε, da definição formal, desafiando-os a apresentar a definição de um limite por meio dessas simbologias. Sua aplicação ocorreu numa aula de 3h, dividida em quatro momentos: a apresentação da tarefa, sua realização de forma autónoma pelos estudantes (8 pares e 1 trio), a discussão coletiva das suas resoluções e a sistematização das aprendizagens pelo professor.

A recolha de dados incluiu a gravação áudio e vídeo da aula e as produções escritas dos estudantes na resolução da tarefa. A análise dos dados centrou-se nos significados do limite de uma função (Cottril et al, 1996; Domingos, 2003), que se constituem como objetivos de aprendizagem (Anexo 2), revelados pelos alunos quando o conceito está definido formalmente e geometricamente.

Resultados

Na primeira questão da tarefa, apenas o par Gil e Fátima não demonstrou ter reconhecido o limite, a partir de sua definição formal (Figura 1).


Considere uma função real $f : D \rightarrow \Re$ sobre a qual se sabe que:

$\forall\ \varepsilon > 0\ \exists\ \delta > 0$ talquese $x \in D$ e $|x - 2| < \delta$ então $|f(x) - 4| < \varepsilon$

1. Explique o significado da expressão anterior.

Para cada x na vizinhança de X_0 $(X_0 - \delta, X_0 + \delta)$ existe um valor correspondente na vizinhança de L $(L - \varepsilon, L + \varepsilon)$.

2. Como você poderia representá-la simbolicamente? E geometricamente?

$V_\delta(2) = |X - 2| \leq \delta$

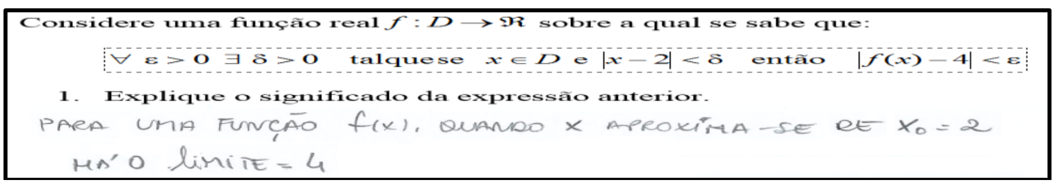
$V_\varepsilon(4) = |f(x) - 4| < \varepsilon$

Figura 1: Resposta do par Gil e Fátima às questão 1 e 2 da tarefa.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

O registo da resposta à questão 1, evidencia que este par possuía uma noção do significado das simbologias $|x-2|<\delta$ e $|f(x)-4|<\varepsilon$, e da correspondência $x \in V_\delta(x_0) \Rightarrow f(x) \in V_\varepsilon(L)$. No entanto, a falta de indicação dos valores de x_0 e L e da correspondência entre as vizinhanças $V_\delta(x_0)$ e $V_\varepsilon(L)$, através da relação entre seus raios, δ e ε, (questão 1) e de registos incorretos das representações simbólica e geométrica do limite (questão 2), revelam dificuldades no reconhecimento do limite.

Os demais oito grupos mostraram reconhecer o limite. Destes, três grupos apresentaram um significado do limite como resultado da aproximação ao objeto $(x \to x_0 \Rightarrow f(x) \to L)$, conforme é exemplificado pela resposta de Maria e Miriam (figura 2). O excerto da resposta apresentada por este par "*quando* x *aproxima-se de* $x_0 = 2$" revela uma conceção do limite como resultado de um processo de aproximação.


Considere uma função real $f: D \to \Re$ sobre a qual se sabe que:

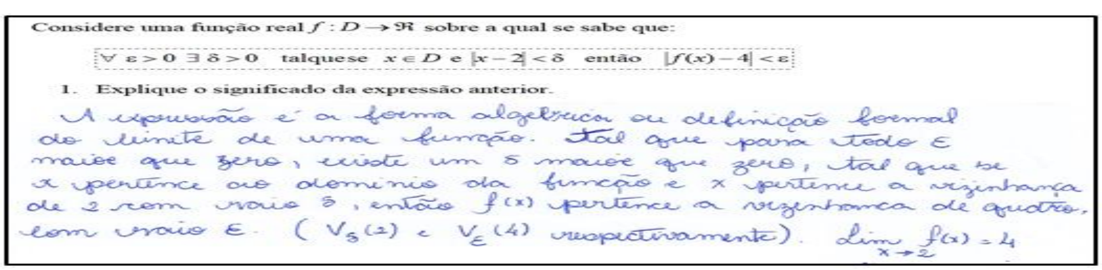
$\forall\ \varepsilon > 0\ \exists\ \delta > 0$ talquese $x \in D$ e $|x-2| < \delta$ então $|f(x)-4| < \varepsilon$

1. Explique o significado da expressão anterior.

PARA UMA FUNÇÃO f(x), QUANDO x APROXIMA-SE DE $x_0 = 2$ HÁ O LIMITE = 4

Figura 2: Resposta do par Maria e Miriam à questão 1 da tarefa.

Três grupos atribuíram significado ao limite, como resultado da correspondência implicativa baseada na noção de vizinhança $(x \in V_\delta(x_0) \Rightarrow f(x) \in V_\varepsilon(L))$, como mostra a resposta de Miguel e Talita (figura 3). Este par reconheceu que a expressão apresentada era a definição formal do limite, apresentando uma explicação correta das simbologias $|x-2|<\delta$ e $|f(x)-4|<\varepsilon$, baseada na noção de vizinhança $(V_\delta(2)$ e $V_\varepsilon(4))$ relacionadas entre si, recorrendo a simbologia $\lim_{x \to 2} f(x) = 4$ para justificar sua conclusão.


Considere uma função real $f: D \to \Re$ sobre a qual se sabe que:

$\forall\ \varepsilon > 0\ \exists\ \delta > 0$ talquese $x \in D$ e $|x-2| < \delta$ então $|f(x)-4| < \varepsilon$

1. Explique o significado da expressão anterior.

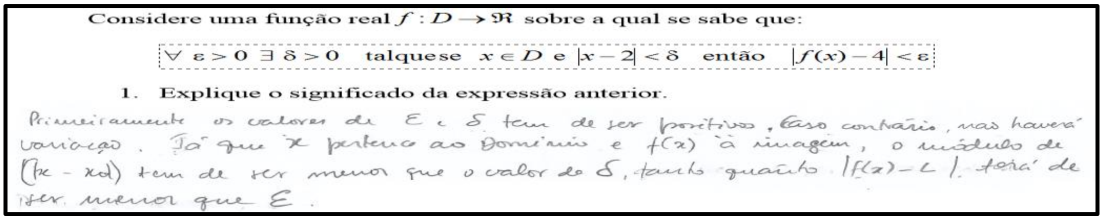
A expressão é a forma algébrica ou definição formal do limite de uma função. Tal que para todo ε maior que zero, existe um δ maior que zero, tal que se x pertence ao domínio da função e x pertence a vizinhança de 2 com raio δ, então f(x) pertence a vizinhança de quatro, com raio ε. ($V_\delta(2)$ e $V_\varepsilon(4)$ respectivamente). $\lim_{x \to 2} f(x) = 4$

Figura 3: Resposta do par Miguel e Talita à questão 1 da tarefa.

Os outros dois grupos de estudantes apresentaram dificuldades em explicar o significado das simbologias da definição formal, mesmo tendo mostrado reconhecer nela o

ISBN 978-84-945722-3-4

limite. Tal como na resposta de Vitor e Eliseu (figura 4), eles apresentaram explicações indicativas de memorização, incompletas e até incoerentes, de algumas dessas simbologias.


Considere uma função real $f : D \to \Re$ sobre a qual se sabe que:

$\forall\ \varepsilon > 0\ \exists\ \delta > 0$ talquese $x \in D$ e $|x-2| < \delta$ então $|f(x)-4| < \varepsilon$

1. Explique o significado da expressão anterior.

Primeiramente os valores de ε e δ tem de ser positivos, Caso contrário, nao haverá variação. Já que x pertence ao Domínio e $f(x)$ à imagem, o módulo de $(x - x_0)$ tem de ser menor que o valor de δ, tanto quanto $|f(x) - L|$ terá de ser menor que ε.

Figura 4: Resposta do par Vitor e Eliseu à questão 1 da tarefa.

Os excertos "*os valores de* ε e δ *tem de ser positivos. Caso contrário não haverá variação",* que revela uma explicação confusa da simbologia $\forall\ \varepsilon > 0\ \exists\ \delta > 0$, e "*o módulo de* $x - x_0$ *tem de ser menor que o valor de* δ *tanto quanto* $|f(x) - L|$ *terá de ser menor que* ε", que sem associá-las com as vizinhanças $(V_\delta(2)$ e $V_\varepsilon(4))$, evidencia uma descrição verbal da leitura das simbologias $|x - x_0| < \delta$ e $\Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$, permite-nos inferir ss dificuldades destes estudantes em interpretar as simbologias.

Sobre o reconhecimento do limite através da sua representação geométrica, cujos registos assentam-se nas simbologias contidas na definição formal, as respostas dos alunos às questões 1 a 3 da Parte II da tarefa, com recurso à *applet* do Geogebra, revelam que todos os grupos conseguiram alcançá-lo.

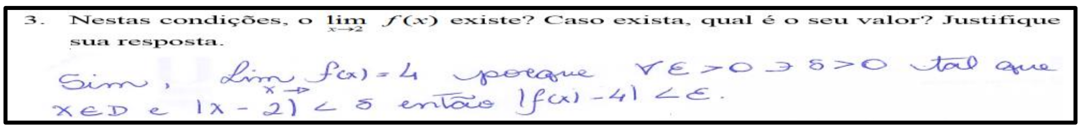
Quatro grupos apresentaram um significado do limite como resultado da aproximação ao objeto. Na resposta apresentada por Miriam e Fátima, "*Sim,* $\lim_{x \to 2} f(x) = 4$. *Quando* x *<u>tende a</u> 2,* $f(x)$ *<u>tende a 4</u>*", o termo "*tende a*" é usado para indicar as aproximações $x \to x_0 = 2$ e $f(x) \to L = 4$. Além disso, há evidências de que a visualização dinâmica dos comportamentos de $x \to 2$ e $f(x) \to 4$, produzidas por explorações na applet, tenha contribuído para o reforço da conceção do limite, como valor obtido mediante a aproximação de $f(x) \to 4$ à medida que $x \to 2$, como é possível confirmar num diálogo mantido por este par e o professor, na resolução da tarefa.

Miriam: Pronto! Arrastei o x. Ele está dentro da vizinhança de 2.
Prof.: E a imagem dele (x)?
Miriam: Também fica dentro da vizinhança, de 4. (Visualiza $f(x) \in V_\varepsilon(4)$ na applet)
Prof.: Isso vai acontecer para cada valor x nessa vizinhança (indicando na applet a vizinhança de $x_0 = 2$)?

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Fátima: Sim. Ah! As imagens estão ali dentro (indicando na applet a $V_\varepsilon(4)$)
Miriam: Isso que eu queria falar, as <u>imagens se aproximam de 4</u>. Ok.

Três grupos de alunos apresentaram um significado do limite como igualdade dos limites laterais, como é possível verificar na resposta do par Claudio e Pedro: "*Sim, 4. Como os limites bilaterais são iguais, logo,* $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ *existe*". Por fim, dois grupos de estudantes apresentaram um significado do limite como resultado da correspondência $x \in V_\delta(x_0) \Rightarrow f(x) \in V_\varepsilon(L)$, exemplificado pela resposta do par Miguel e Talita (figura 5), que recorre à escrita correta da definição formal do limite, para justificar sua existência.


3. Nestas condições, o $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ existe? Caso exista, qual é o seu valor? Justifique sua resposta.

Sim, $\lim\limits_{x\to} f(x) = 4$ porque $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \ \delta > 0$ tal que $x \in D$ e $|x-2| < \delta$ então $|f(x)-4| < \varepsilon$.

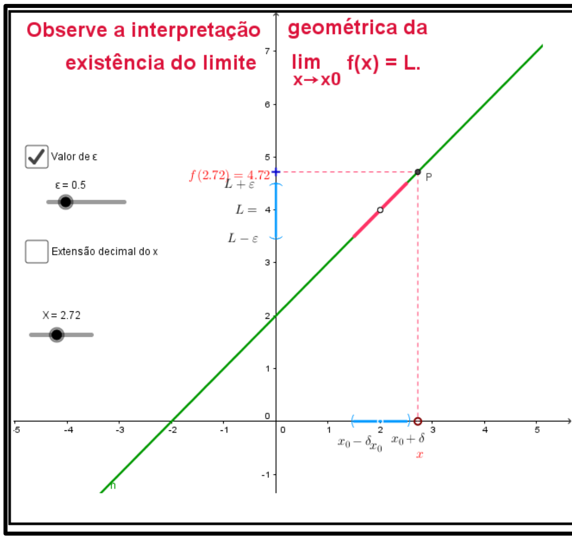
Figura 5: Resposta do par Miguel e Talita à questão 3 da tarefa.

A resposta deste par parece indicar a reescrita da expressão do enunciado da questão 1. No entanto, um diálogo entre estes estudantes na resolução da tarefa, indica que, as aprendizagens por eles alcançadas da definição formal e a recordação de algumas orientações do professor na tarefa anterior, contribuíram para esta escrita.

Miguel: Acho que a justificativa da 3 é: por que o limite quando x tende a x_0 pela esquerda é igual ao limite quando x tende a x_0 pela direita. Entendeu?
Talita: Entendi. É por que ele (professor) falou que agora quer esse tipo de justificativa (apresentando a escrita da definição formal do limite). Na aula passada eu respondi um negócio de se aproxima …. Ele não quer mais. Ele quer que agente explique assim, desta forma algébrica. Existe limite pois … (lê a sua resposta). Vamos escrever?

O diálogo entre Miguel e Talita (figura 6), evidencia que a exploração do Geogebra, ajudou-os no reconhecimento do limite e na compreensão da relação matemática entre ε *e* δ e da correspondência implicativa $x \in V_\delta(x_0) \Rightarrow f(x) \in V_\varepsilon(L)$.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4



Miguel: Vamos ver primeiro o que acontece quando está fora (modifica no aplet).

Talita: Coloca agora bem próximo, 2,01.

Miguel: Vamos modificar o valor de ε para ver se agente entende alguma coisa? (após analisar a applet). A medida que x se aproxima de 2 $f(x)$ se aproxima do limite 4.

Talita: Sim, quanto mais diminuir o valor de ε, a medida que x se aproxima de 2 os valores de $f(x)$ se aproximam do valor do limite (indicando na apllet). Agente pode afirmar também que eles são diretamente proporcionais. Se eu diminuo um (ε) o outro (δ) também diminui.

Miguel: Pode ser. Acho que ele quer que agente diga que existe uma proporção (referindo-se ao item da tarefa).

Talita: Isso mesmo! Que agente entenda. Ele quer vê se agente entendeu. Nessas condições existe o limite? (lendo a pergunta). Para mim sim, 4.

Miguel: O que você entende agora se ele (professor) perguntar para você explicar.

Talita: Aqui está querendo dizer que, tipo assim, eu vou chegar a uma certa aproximação, vou aproximar tanto – o valor de δ e o valor de ε são tão pequenos mais tão pequenos – que vai existir imagem $f(x)$ no ponto 2. Aqui $(V_\varepsilon(4))$ o intervalo é aberto. Eu não tenho que ter imagem! Mas vai se aproximar tanto que vai ter limite neste ponto. Entendeu?

Figura 6: Diálogo do par Miguel e Talita no momento da resolução da tarefa.

Neste diálogo, Miguel sugere a Talita que realize explorações na applet para buscar um esclarecimento sobre o comportamento da função. Através das explorações que realizou, Miguel conclui a existência do limite e seu valor. O mesmo acontece com Talita que, após realizar algumas explorações na applet, reconhece o limite como resultado do processo de aproximação das imagens $f(x)$ e consegue perceber que existe uma relação, de proporcionalidade, entre ε e δ. Ela explica que esta relação, faz com que as vizinhanças $(V_\delta(2)$ e $V_\varepsilon(4))$ estejam relacionadas entre si, e que, à medida que seus raios (ε e δ) se tornam tão pequenos, é possível garantir a existência do limite.

No momento da discussão coletiva, o professor esclareceu que a função apresentada na tarefa possuía ε e δ proporcionais. Todavia, nos casos em que não há uma relação de proporcionalidade, ε e δ precisam estar relacionados matematicamente a fim de que ocorra o limite, seja mediante uma relação algébrica ou não.

A concluir.

Os resultados indicam que, em geral, os estudantes reconheceram o limite da função, representado simbolicamente por sua definição formal e geometricamente com registos baseados nas simbologias desta definição, e atribuíram-lhe diferentes significados, nomeadamente, o limite como resultado da aproximação ao objeto, como igualdade dos limites laterais e como resultado da implicação $(x \in V_\delta(x_0) \Rightarrow f(x) \in V_\varepsilon(L))$.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

As principais dificuldades constatadas, semelhantes às encontradas nos trabalhos de Domingos (2003) e Cottrill et al (1996), foram a incompreensão de simbologia na definição formal e da correspondência $x \in V_\delta(x_0) \Rightarrow f(x) \in V_\varepsilon(L)$. É possível inferir que estas dificuldades contribuíram para que alguns grupos recorressem a argumentos baseados em aproximações ao invés de baseá-los nas ideias de vizinhanças, para justificar a existência do limite. No que respeita às contribuições do Geogebra para reconhecimento do limite, há evidências de ter: (i) facilitado o reconhecimento da relação matemática entre δ e ε, e da conceção do limite como resultado do processo de aproximação ao objeto; e (ii) ajudado na interpretação da relação implicativa $x \in V_\delta(x_0) \Rightarrow f(x) \in V_\varepsilon(L)$. Além disso, as interações entre os estudantes, apoiada na exploração da *applet* do Geogebra, parece ter conduzido às aprendizagens já descritas, bem como ao desenvolvimento da sua capacidade de argumentação/justificação.

Os resultados sugerem que a exploração de tarefas com o Geogebra, num contexto de ensino exploratório, contribui para que os estudantes desenvolvam aprendizagens e construam significados de limite conducentes à sua formalização.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da CAPES, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil. Os autores agradecem ao Instituto Federal do Rio de Janeiro pelas contribuições para a realização desta pesquisa.

Referências

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, *115*, 11–17.

Cottrill, J., Dubinsky, E., Nichols, D., Schwingerdorf, K., Thomas, K. e Vidakovic, D. (1996). Understanding the limit concept: Beginning with a coordinated process schema. *Journal of Mathematical Behavior*, *15*(2), 167-192.

Coutinho, C. (2011). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática*. Coimbra: Almedina.

Domingos, A. (2003). *Compreensão de conceitos matemáticos avançados – A matemática no início do Superior* (Tese de Doutoramento,Universidade Nova de Lisboa, Portugal).

Fonseca, V., & Henriques, A. (2016). A aprendizagem do conceito de limite de funções com recurso a tarefas exploratórias e ao Geogebra. In A. P. Canavarro, A. Borralho, J. Brocardo & L. Santos, (Eds.), *Atas do Encontro em Investigação em Educação Matemática* (pp. 303-318). Évora: SPIEM.

ISBN 978-84-945722-3-4

Messias, M. (2013). *Um estudo exploratório sobre a imagem conceitual de estudantes universitários acerca do conceito de limite de função* (Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Pará, Brasil).

Tall, D., Smith, D., & Piez, C. (2008). Technology and Calculus. In M. K. Heid & G. M. Blume (Eds.), *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics* (Vol. I, pp. 207-258). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Anexo 1 - Tarefa

Parte I

Considere uma função real $f : D \to \Re$ sobre a qual se sabe que:

$$\boxed{\forall\ \varepsilon > 0\ \exists\ \delta > 0 \quad \text{talque se} \quad x \in D \text{ e } |x-2| < \delta \quad \text{então} \quad |f(x)-4| < \varepsilon}$$

1. Explique o significado da expressão anterior.
2. Como você poderia representá-la simbolicamente? E geometricamente?

Parte II

Abra o arquivo "Deform". Nesta cena está apresentado o gráfico da função f. Clique na caixinha "valor de ε" para exibir o seletor ε que corresponde aos valores de um número real positivo arbitrário, próximo de zero. Clique sobre ele e arraste-o para a direita e esquerda, aumentando e diminuindo-o.

Observe no cenário que, para cada valor de ε dado existe um número real correspondente δ, positivo e próximo de zero, de modo que o intervalo[5] $(2-\delta, 2+\delta)$ está relacionado com o intervalo[6] $(4-\varepsilon, 4+\varepsilon)$ pela função f. Além disso, diminuindo ou aumentando o valor de ε, o valor de δ também diminui ou aumenta, respectivamente. Experimente realizar algumas dessas modificações para ε. A seguir responda as questões 1), 2) e 3).

1. Faça x se aproximar de $x_0 = 2$, isto é, x pertencer ao intervalo $(2-\delta, 2+\delta)$. (em símbolos $V_\delta(2)$). O que acontece com os valores das imagens $f(x)$ quando os valores de $x \in V_\delta(2)$?

2. Experimente modificar o valor de ε, diminuindo-o. Para cada modificação de ε faça $x \in V_\delta(2)$. A medida que o valor de ε fica cada vez mais próximo de zero e os valores de $x \in V_\delta(2)$, o que acontece com as imagens $y = f(x)$?

[5] O intervalo $(2-\delta, 2+\delta)$ é chamada de vizinhança de $x_0 = 2$ (em símbolos $V_\delta(x_0)$).

[6] O intervalo $(4-\varepsilon, 4+\varepsilon)$ é chamada de vizinhança de $L = 4$, (em símbolos $V_\varepsilon(L)$).

ISBN 978-84-945722-3-4

3. Nestas condições, o $\lim_{x \to 2} f(x)$ existe? Caso exista, qual é o seu valor? Justifique sua resposta.

4. Caso exista, este limite é alcançado (atingido) pela função f? Justifique.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Anexo 2

Tabela 1. Quadro de análise dos objetivos de aprendizagem da definição formal de limite de funções num ponto (Cottrill et al, 1996; Domingos, 2003)

SIGNIFICADOS DE LIMITE	DESCRIÇÃO
Resultado da aproximação ao objeto	O limite como valor obtido mediante um processo de aproximação das imagens $f(x)$ ao limite, à medida que valores de abscissa x se aproximam de x_0, seja através de argumentos elucidativos e adequados, ou por meio de simbologias, como por exemplo $(x \to x_0 \Rightarrow f(x) \to L)$.
Resultado da correspondência implicativa, assente nas ideias de vizinhança	O limite como consequência de uma correspondência implicativa $(x \in V_\delta(x_0) \Rightarrow f(x) \in V_\varepsilon(L))$, quaisquer que sejam os quantificadores ε e δ considerados. Seja através de argumentos elucidativos e adequados, ou por meio de simbologias.
Resultado da igualdade dos limites laterais	O limite como resultado da igualdade dos limites laterais em x_0, seja através de argumentos elucidativos e adequados, ou por meio de simbologias, como por exemplo $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

CB-737

PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: INTERAÇÃO ENTRE A PEDAGOGA E A PROFESSORA DE MATEMÁTICA

Mercedes Carvalho
mbettacs@uol.com.br
Universidade Federal de Alagoas - BR

Núcleo temático:IV Formación del profesorado en Matemáticas
Modalidad: CB
Nivel educativo: Seleccionar uno de los siete niveles considerados
Palabras clave: trabalho colaborativo, Matemática, Pedagogia

Resumo
O presente artigo apresenta a análise da investigação desenvolvida em Maceió, Alagoas, aprovada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) – Projeto Observatório da Educação, pesquisa em rede entre as universidades Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) e Universidade Federal de Alagoas (UFAL). Durante o ano de 2014, a professora de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental II acompanhou a professora do 5º ano do Ensino Fundamental I (pedagoga) no decorrer da realização das atividades matemáticas. No ano seguinte, 2015, foi a pedagoga quem acompanhou as aulas da professora de Matemática. Durante dois anos essas duas profissionais foram parceiras na elaboração dos planos de aula, das atividades e estudaram os conteúdos matemáticos e a didática da matemática. Também, exerceram o trabalho docente, tanto com os alunos do 5º ano quanto do 6º ano do ensino fundamental, em parceria. De acordo com a análise dos resultados, a partir das observações, entrevistas e textos produzidos pelas professoras, pôde-se observar que essa colaboração favoreceu o desenvolvimento profissional de ambas e, principalmente, revelou ser possível articular ações que favoreçam o rito de passagem dos alunos que ingressam no 6º ano do Ensino Fundamental.

Apresentação

Na maioria das matrizes curriculares dos cursos de licenciatura em Matemática, não há espaço para reflexões sobre a matemática ensinada nos anos iniciais, em especial no 5º ano do Ensino Fundamental. Com o objetivo de fomentar essa discussão, desenvolvemos o projeto, aprovado em 2012, Colaboração do trabalho matemático entre a pedagoga que ensina Matemática no 5º ano e a professora de Matemática que leciona no 6º ano do Ensino Fundamental, que fez parte do Projeto Observatório da Educação (OBEDUC) "Trabalho colaborativo com professores que ensinam Matemática na educação básica em escolas

ISBN 978-84-945722-3-4

públicas das regiões Nordeste e Centro-Oeste financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (Capes) que reuniu a Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS), a Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) e a Universidade Federal de Alagoas (UFAL).

Na UFAL, investigamos se a proximidade dessas duas profissionais, em um trabalho colaborativo, contribuiu para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos, por parte da pedagoga, e da metodologia para o ensino da Matemática, por parte da professora de Matemática.

Nessa direção, neste artigo, apresento as análises do projeto OBEDUC-UFAL, finalizada em 2016, momento em que a professora de Matemática do 6º ano acompanhou as atividades da pedagoga, professora do 5º ano do Ensino Fundamental, trabalharam, colaborativamente, na realização das atividades matemáticas, a fim de revelar os processos de aprendizagem de ambas acerca dos conceitos matemáticos (pedagoga) e dos procedimentos metodológicos (professora de Matemática).

A Pedagogia e a licenciatura em Matemática – Formar professores

Em relação ao ensino da Matemática no curso de Pedagogia, Curi (2004) constatou que é dada pouca ênfase ao “conhecimento ‘de e sobre’ Matemática” (p.76), ou seja, o alunado de Pedagogia não está construindo os conhecimentos necessários para ensinar tanto os conceitos e os procedimentos matemáticos quanto a linguagem matemática, isto é, o professor, segundo a análise de Curi (2004), não precisa saber matemática, apenas ensiná-la.

Quanto a formação dos professores de Matemática, de acordo com Fiorentini e Castro (2003), “a licenciatura preocupa-se muito mais em formar um profissional que tenha o domínio operacional e procedimental da matemática do que um profissional que fale sobre a matemática, que saiba explorar suas ideias de múltiplas formas” (p.137). Para Ponte (2005), a formação do professor de Matemática ancorada em questões da matemática e da didática da matemática contribuiriam para a formação dele se fossem “vistas de modo mais integrado” (p.16), sugerindo que, na formação inicial do futuro professor, a matriz curricular deve privilegiar tanto os conteúdos matemáticos quanto os seus procedimentos.

Portanto, com esse projeto buscamos reunir essas duas profissionais com a intenção de procurar suprir, minimamente, as lacunas que elas traziam de sua formação inicial.

Trabalho colaborativo na formação continuada

Partindo da premissa de que o professor de Matemática e o pedagogo, ao longo do exercício da sua profissão, continuarão se formando, cabe pensar sobre as propostas de formação continuada ou em serviço que lhes são apresentadas.

No Brasil, observamos que, nas ações implementadas pelas políticas públicas de formação pelo poder público, seja municipal, estadual ou federal, são altos os custos com inúmeros "projetos de formação continuada focados somente em suprir a deficiência da formação inicial do professor e não com o propósito de atualizá-lo na sua área de conhecimento" (CARVALHO, 2009, p.181). Nessa direção, projetos que envolvam ações que favoreçam a parceria universidade–escola, como práticas colaborativas, conforme as propostas por Fiorentini (2010) e Menezes Correa (2004), ou as experiências de oficinas em uma perspectiva curricular de ensino exploratório desenvolvidas por Ponte et al. (2014), propiciam a reflexão do professor que ensina Matemática a respeito de sua prática, contribuindo para a sua formação, pois os seus conhecimentos e o seu fazer pedagógico são levados em conta. Assim, ao pensar a formação desse profissional, tanto na dimensão inicial quanto continuada, é importante desenvolver ações alicerçadas em possibilidades que o incentive a construir, reconstruir, observar, interagir, praticar, pensar, ressignificar conhecimentos e práticas matemáticas. Nesse contexto, o trabalho colaborativo amplia as possibilidades

> de os professores conhecerem formalmente os significados internalizados, confrontá-los e reconstruí-los por meio de um processo reflexivo que permite a tomada de consciência dos conhecimentos que já foram internalizados e a consequente redefinição e reorientação dos conceitos e das práticas adotadas nos processos educativos pro eles mediados. (IBIAPINA, 2008, p.45)

Os caminhos da investigação

A pesquisa desenvolvida no núcleo da UFAL envolve o Instituto de Matemática e o Centro de Educação, em colaboração com duas escolas públicas (Ensino Fundamental I e II) vinculadas à Secretaria Estadual de Educação do Estado de Alagoas.

As referidas escolas, campo da pesquisa, foram selecionadas por apresentarem características peculiares. Estão localizadas na mesma rua, a uma distância de 500 metros, aproximadamente. A maioria dos alunos da escola do Ensino Fundamental I, ao finalizar o

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

5º ano, é matriculada na escola do Ensino Fundamental II (escola vizinha), o que favorece o acompanhamento desses alunos quando ingressam no 6º ano.

A pesquisa foi concebida para ser desenvolvida em quatro etapas. Na primeira etapa, durante o segundo semestre de 2013, a equipe, composta pelos professores da escola básica, pela gestora e pela coordenadora, por alunos da graduação e da pós-graduação, realizou estudos sobre o que é pesquisa colaborativa, gestão de projetos, currículo de Matemática do 5º e do 6º anos do Ensino Fundamental.

Na segunda etapa, iniciada em 2014, a equipe desenvolveu o trabalho no 5º ano da escola do Ensino Fundamental I, objetivando acompanhar as atividades matemáticas da professora titular e observar o trabalho matemático desenvolvido pelos demais professores da escola. A gestora escolar organizou o horário das aulas, contemplando as aulas de Matemática nas terças e quintas, das 13 às 15:10h. Nesses dias, em todas as salas, foram trabalhados conteúdos matemáticos, possibilitando ao grupo fazer suas observações.

Na terceira etapa da pesquisa, ao longo do ano de 2015, a equipe atuou na escola do Ensino Fundamental II para o desenvolvimento de atividades junto aos professores de Matemática e, principalmente, para a pedagoga acompanhar o trabalho pedagógico da professora de Matemática, com quem estabeleceu parceria em 2014, e o desempenho dos alunos egressos do 5º ano da escola do Ensino Fundamental I. A quarta etapa, prevista para o primeiro semestre de 2016, contemplará o relatório final, a avaliação das ações realizadas e a elaboração de artigos.

Para as análises deste artigo, utilizei o relato e a experiência que as professoras redigiram e apresentaram no II Encontro de Educação Matemática nos Anos Iniciais, organizado pela Universidade Federal de São Carlos; as observações das aulas no 5º e 6º anos, em que as duas professoras atuaram; e os relatórios circunstanciados das atividades que ambas as professoras redigiram.

Diálogos pertinentes

Ao serem convidadas a participar do projeto, as duas professoras ficaram cientes da intenção de que desenvolvessem em parceria o plano de atividades matemáticas para o 5º e o 6º anos do Ensino Fundamental. Em princípio, surgiu certo estranhamento com relação a essa proposta, mas houve tempo para que elas se conhecessem, pois durante o ano de 2013,

ISBN 978-84-945722-3-4

primeira etapa do projeto, quinzenalmente, nos reuníamos para estudar sobre pesquisa, trabalho colaborativo e conteúdos matemáticos.

Iniciado o trabalho de campo, as duas professoras já tinham maior intimidade, mas foi possível observar que, na sala de aula do 5º ano, a pedagoga demonstrava certo desconforto no trabalho matemático, devido à presença da especialista na sala, e a professora de Matemática estranhava o movimento e a rotina da aula, pois isso não fazia parte do cotidiano das suas aulas. Quando conversei com elas sobre essa nova experiência, comentaram:

> É sempre difícil ter alguém diferente na sala de aula, os alunos estranham e sei que estou sendo observada. (Pedagoga)
>
> Para mim é tudo novidade. Não sabia que as coisas aconteciam assim. (Professora de Matemática)

O comentário da professora de Matemática indica que, na sua formação, não houve discussões sobre os conteúdos e os procedimentos matemáticos no 5º ano (CARVALHO, 2012). Via de regra, os futuros professores aprendem matemática em ambientes desprovidos de significado, o que, na maioria das vezes, corrobora para a observação de práticas pedagógicas vazias de sentido, "relegando a um plano secundário aspectos tanto da educação como da educação matemática" (NACARATO et al., 2004, p. 10-1).

Os encontros das professora para planejar as atividades a serem desenvolvidas nas aulas do 5º ano foram preponderantes para que superassem as dificuldades iniciais, encontrassem equilíbrio no trabalho e percebessem que esses momentos contribuíram para o desenvolvimento de ambas, pois tanto a pedagoga quanto a professora de Matemática tinham muito a ensinar e a aprender, ou seja, nessa prática colaborativa ambas usufruem e valorizam as suas experiências profissionais e os seus conhecimentos (MENEZES CORREA, 2004).

> Para a preparação dessa aula, a pedagoga e a professora de Matemática planejaram e organizaram atividades envolvendo as propriedades da multiplicação. Esse momento foi importante, pois conseguimos discutir sobre as propostas de abordar o conteúdo do ponto de vista matemático, de maneira que as crianças pudessem compreender e criar significados para as operações de multiplicação. (CAHET e FELIX, 2014)

É possível observar, no relatório circunstanciado da pedagoga, que a sua escrita se torna mais elaborada e o uso de expressões referentes aos conteúdos matemáticos, o que

ISBN 978-84-945722-3-4

indica maior segurança no emprego desses termos, reflexo do trabalho colaborativo com a professora de Matemática, contribuindo para a sua formação em serviço.

> Nesta terça-feira, Patrícia e eu planejamos as aulas de Matemática para serem realizadas em dois momentos, e, conforme havíamos combinado, cada uma levou uma proposta de aula para discutirmos. Observamos que alguns conteúdos em que havíamos pensado não seriam viáveis naquele momento, como as frações impróprias e os números mistos; decidimos então desenvolver conteúdos de equivalência e comparação de frações, que seriam mais apropriados. Analisamos também alguns materiais da escola (Freitas Neto) para serem explorados no dia da aula e pensamos no tipo de abordagem para os conteúdos. (CAHET – registro do plano de aula)

A professora de Matemática, por sua vez, reflete sobre a sua prática docente, o que, provavelmente, tem origem nos modelos construídos na sua licenciatura, pelos quais oportunizar ao aluno pensar em estratégias para as propostas apresentadas pelo professor implica "perder tempo", já que este apresenta a solução, que o aluno deverá reproduzir, o que, possivelmente, é reflexo da sua formação inicial, confirmando a argumentação de Fiorentini e Castro (2003) sobre a preocupação dos cursos de licenciatura em Matemática no Brasil.

> Baseados nos momentos compartilhados entre a professora de Matemática e a pedagoga, percebemos ao longo dos trabalhos até aqui desenvolvidos [...] com relação à prática docente, existe um perfil bastante diferenciado na forma de se passar determinado conteúdo, pois, ao passo que o pedagogo espera os alunos chegarem a determinado resultado, [...] com a professora de Matemática ocorre de forma mais rápida, de forma simultânea, ao passo que explica determinado conteúdo, já faz as interações com a classe, sem ficar longas horas esperando as respostas dos alunos. (CAHET e FELIX, 2014)

Foi possível depreender, da análise do relatório circunstanciado da professora de Matemática, que, à medida que o trabalho com a pedagoga avançou, ela mudou de postura com relação ao tempo de resposta dos alunos, uma consequência da prática colaborativa.

> Planejamos que seria uma gincana de Matemática com questões diversas na terça-feira (13/01/2015), no horário da manhã, no colégio Freitas Neto. Assim, sentamos e escolhemos de que maneira faríamos a aula como uma forma de trabalhar questões matemática juntas, e com os alunos de maneira que eles pudessem se motivar ao desenvolver e querer acertar as questões propostas. (FELIX – relatório)

No que se refere a avaliação que elas fazem do trabalho compartilhado podemos depreender que observam diferenças nos perfis, mas que o objetivo da docência é a aprendizagem do aluno. Nessa direção, a formação em serviço que elas estão vivenciando

ISBN 978-84-945722-3-4

oportuniza que sejam protagonistas dos seus processos de formação e dá sentido às suas histórias de vida e profissional (NOVOA, 1995).

> Com relação ao momento de compreensão dos alunos, estes interagem bastante, tanto com a pedagoga quanto com a professora de Matemática, mas percebemos, ainda, uma grande dificuldade dos alunos no entendimento de propriedades e generalizações conceituais, voltadas ao conteúdo em questão. No entanto, foi um momento muito dinâmico e proveitoso, com essa parceria, para percebemos como é possível ajudar ainda mais os alunos a compreenderem melhor a matemática que lhes é apresentada. (CAHET e FELIX, 2014)

Ao serem questionadas sobre essa experiência, a professora de Matemática revelou em seu depoimento o quanto é importante compartilhar saberes e, principalmente, atuar como professora do 6º ano lhe possibilita compreender os egressos do 5º ano, asseverando a posição de Carvalho (2005, 2009, 20012) a respeito da importância do diálogo entre os cursos de Pedagogia e a licenciatura em Matemática.

> Foi e está sendo uma experiência única, pois pude compartilhar momentos nunca antes vivenciados ao longo dos 9 anos em que leciono. Pude também aprender com ela, e vivenciamos juntas as dúvidas dos alunos, e de alguma forma tentamos solucionar da melhor maneira. [...] Melhorar minha maneira de ver os cálculos matemáticos dos alunos, e valorizar o momento da aula em que eles falam e se expõem no quadro, mostrando suas maneiras de ver e solucionar a matemática. (Professora de Matemática)

A pedagoga, por sua vez, em seu depoimento, revela que essa parceria contribui para que os professores de matemática conheçam a realidade com o qual os pedagogos/as trabalham e que muitas vezes, por desconhecimento, culpabilizam o trabalho matemático realizado nos anos iniciais do ensino fundamental e os professores dos anos iniciais terem a oportunidade de discutir os conceitos matemáticos que fazem parte do currículo deste segmento.

> A partir dessa parceria pude perceber que o diálogo entre esses profissionais é necessário. É importante que pedagogos e professores de matemática conheçam a realidade, dificuldades, anseios que cada um vivencia. A troca de experiências e o trabalho colaborativo enriquece ainda mais as aulas de matemática e os alunos conseguem compreender melhor [...] (Pedagoga)

Algumas considerações

O diálogo entre as duas profissionais aponta para uma estratégia que favorece a aprendizagem dos conteúdos e procedimentos matemáticos pelos alunos, e é possível, sim, que as coordenadorias de ensino municipais e estaduais criem espaços para formação continuada em que pedagogos e licenciados estejam juntos, dialogando sobre os processos de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos, porque essa organização fomenta a reflexão sobre as reais necessidades dos professores no cotidiano escolar.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

A universidade, por sua vez, pode incentivar ações que oportunizem o diálogo entre os centros de educação e as licenciaturas, já que nas universidades públicas são os centros de educação os responsáveis pelas matérias pedagógicas, e um caminho promissor é que um dos estágios da licenciatura em Matemática seja realizado no 5º ano do Ensino Fundamental.

Assim, os diálogos pertinentes entre o pedagogo e o professor de Matemática rompe preconceitos e crenças em relação a essa área do conhecimento tão importante para o desenvolvimento. Sem bons professores de Matemática, estaremos sonegando ao aluno o direito de aprender e saber matemática.

Referência Bibliográfica

Carvalho, M. (2009) *O ensino da Matemática nos cursos de Pedagogia*. *A formação do professor polivalente*. São Paulo. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – PUC-SP.

Cahet, D. M. de A.; Félix, M. P. (2014) A relação entre o pedagogo e o professor de Matemática em um trabalho colaborativo. In: II Encontro de Educação Matemática nos Anos Iniciais. *Anais*... UFscar.

Curi, E. (2004) *Formação de professores polivalentes*: uma análise do conhecimento para ensinar matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. São Paulo. Tese (Doutorado em Educação Matemática) –PUC-SP.

Fiorentini, D. (2010) Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: Borba, M. de C.; Araújo, J. de L. *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Gonçalves, O. T.; Fiorentini, D. (2005). Formação e desenvolvimento profissional de docentes que formam matematicamente futuros professores. In:
Fiorentini, D.; Nacarato. A. M. (Orgs.). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática*. 1. ed. São Paulo: Musa.v.1.

Ibiapina, I. M. L. de M. (2008) *Pesquisa colaborativa:* investigação, formação e produção de conhecimentos. Brasília: Liber Livros.

Menezes Correia, J. L. (2004). Investigar para ensinar matemática: contributos de um projecto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores. Lisboa, 2004. Dissertação (doutorado) – Universidade de Lisboa.

Nóvoa, A. O passado e o presente dos professores. In: Nóvoa, A. (Org.). *Profissão professor*. 2. ed. Porto: Porto Editora, 1995.

Ponte, J. P. da. A formação do professor de Matemática: passado, presente e futuro, 2005. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/3169/1/05-Ponte%20%28Conf%20P-Abrantes%29.pdf>. Acesso em: 20 maio 2015.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-738

PENSAR A MATEMÁTICA DE FORMA AUDIOVISUAL: REFLEXÕES E O PLANEJAMENTO DE AULA

Sandro Ricardo P. Silva - Liliane Xavier Neves – Marcelo de Carvalho Borba
ricardosandro.silva@gmail.com - lxneves@uesc.br - mborba@rc.unesp.br
UFAC/Brasil - UESC/Brasil – UNESP/Brasil

Núcleo temático: Recursos para o ensino e aprendizagem das matemáticas
Modalidade: MC
Nível educativo: 5 – Formação e atualização de ensino
Palavras chave: Multimodalidade; Educação Matemática; Produção de vídeo.

Resumo
Propomos neste trabalho motivar reflexões do tema de um projeto de pesquisa em andamento e que envolve produção de vídeos nas aulas de matemática, como recurso multimodal (Walsh, 2011), por estudantes em formação inicial. Entendemos que as etapas da elaboração de um vídeo com conteúdo matemático podem ser articuladas a fim de capacitar o professor para o desenvolvimento do vídeo como recurso didático. De fato, teóricos da linha audiovisual se preocupam em transmitir ideias mediante o encadeamento de imagens (Bartolomé, 2008), o que nos faz refletir sobre o professor de matemática pensando no conteúdo matemático de forma audiovisual. As mudanças atuais da educação englobam novos papéis para professores e alunos (Kenski, 2014), tornando relevante que o professor analise possibilidades de inserção de vídeos na aula de matemática integrando-o com outras atividades, prevendo dificuldades e evitando a rotina (Haidt, 2006). Nesta comunicação provocaremos reflexões acerca do desenvolvimento de atividades de matemática com vídeos com um olhar sobre o coletivo seres-humanos-com-vídeos que atua de forma qualitativamente diferente e produz um novo conhecimento, distinto do produzido pelo coletivo seres-humanos-com-papel-e-lápis (Borba; Villarreal, 2005). A produção de vídeos será contextualizada dentro da história das tecnologias digitais na Educação Matemática (Borba, 2012; Borba, Scucuglia, Gadanidis, 2014).

O vídeo como recurso didático

Durante o desenvolvimento de uma aula podem surgir dificuldades para a ação docente. Tais dificuldades podem ser previstas durante a fase do planejamento, momento em que o professor precisa programar o que pretende realizar e como pretende realizar com o intuito de garantir o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem projetados. De acordo com Haidt (2006) durante o procedimento do planejamento, o professor analisa uma dada realidade "refletindo sobre as condições existentes, e prevê as formas alternativas de ação

ISBN 978-84-945722-3-4

para superar as dificuldades ou alcançar os objetivos desejados” (p. 94). Essa autora relata ainda que o planejamento é uma ação mental que envolve acima de tudo análise, reflexão e previsão.

Haidt (2006) ressalta que quando o professor planeja, precisa prever os objetivos que pretende alcançar, descrever os conteúdos que serão trabalhados, definir os procedimentos de ensino e estruturar as atividades que serão desenvolvidas com os alunos além de planejar os recursos que serão usados durante a aula. Neste último ponto, a autora relata que podem ser utilizados “cartazes, mapas, jornais, livros, objetos variados, [estes recursos] vão ser usados durante a aula para despertar o interesse, facilitar a compreensão e estimular a participação dos alunos” (p. 102).

O vídeo digital apresenta-se como um dos recursos que podem ser integrados ao planejamento do professor, o que se justifica ao avaliarmos a função da educação, de preparar o ser humano contemporâneo para o exercício da cidadania e qualificá-lo para o trabalho. De fato, considerando que o curso da sociedade está relacionado ao desenvolvimento tecnológico (Mill, 2013), levantamos a necessidade de refletirmos sobre o uso de vídeos digitais nas aulas de matemática e suas implicações na construção do conhecimento matemático. Isso está atrelado a emergência de mudança no perfil do educador em decorrência da mudança no perfil do estudante, uma vez que os vídeos estão cada vez mais presentes no cotidiano dos alunos para finalidades de estudo, lazer e entretenimento, a inclusão deste recurso no planejamento do professor se torna importante.

Entendemos que a presença do vídeo na sala de aula [de matemática] pode ampliar o conjunto dos recursos que o professor tem à disposição para a prática didática, expandindo as possibilidades do uso de uma linguagem multimodal, que compreendemos ser uma combinação de textos impressos ou digitais, fotos ou vídeos por meio de tecnologias móveis ou por diferentes tipos de computadores ou dispositivos de multimídia (Walsh, 2011).

Walsh (2011) apresenta uma variedade de exemplos com estudos de caso, em que práticas inovadoras na sala de aula são retratadas dentro de abordagens para o currículo e pedagogias em uma era digital. Ela procura se beneficiar dos meios de comunicação contemporâneos e realça características chaves para este momento intrigante. Dentre estes contemporâneos meios de comunicação, Walsh (2011) apresenta o vídeo como um recurso multimodal, em

ISBN 978-84-945722-3-4

que abordagens colaborativas para leitura e escrita é realçada para o compromisso de crianças.

Graells (2000) diferencia os meios didáticos, os quais define como “qualquer material elaborado com a intenção de facilitar os processos de ensino e aprendizagem” dos recursos educativos que, segundo o autor, configuram “qualquer material que, em um contexto educativo determinado, seja utilizado com uma finalidade didática ou para facilitar o desenvolvimento de atividades formativas”, no qual o vídeo digital se caracteriza como um exemplo.

Graells (2000) chama a atenção para as funções possíveis deste tipo de recurso no ensino e na aprendizagem, afirmando que estes podem fazer a mediação entre a realidade e os estudantes, além de desenvolver habilidades cognitivas a partir de seus sistemas simbólicos. Tais habilidades cognitivas que emergem numa atividade educativa que faz uso de vídeos são potencializadas pela viabilidade de integração de texto, som, movimento, imagens, porém isso estará relacionado a intencionalidade do professor ao usar determinado vídeo em sua aula, considerando possibilidades como proporcionar informação, exercitar habilidades, motivar, avaliar, proporcionar simulações e um ambiente para expressão de ideias referentes ao conteúdo estudado.

A pesquisa intitulada "Vídeos digitais na licenciatura em matemática à distância", desenvolvida por membros do Grupo de Pesquisa em Informática, outros Mídias e Educação Matemática (GPIMEM), considera as potencialidades do vídeo digital para a aprendizagem matemática a partir de ações colaborativas que integrem estudantes, professores e pesquisadores na produção conjunta de vídeos que expressam o conteúdo matemático discutido em sala de aula. Nessa perspectiva observamos que os vídeos podem desempenhar papéis como livros didáticos, ao serem utilizados para introduzir um tópico ou como uma ferramenta para avaliar a maneira que os alunos veem e compreendem a matemática. Nessa pesquisa, nos fundamentamos na noção de que os vídeos produzidos por um coletivo de seres humanos com mídia podem se tornar um objeto digital para outros aprenderem. O vídeo é produzido por seres humanos e tecnologias e também molda os seres humanos, na medida em que, as tecnologias digitais interagem com o ser humano na produção do conhecimento, moldando não apenas o modo como o conhecimento é produzido, mas também ajudando a constituir o que os seres humanos podem se tornar (Borba, 2012).

ISBN 978-84-945722-3-4

A Produção de vídeos com conteúdo matemático e o pensar a matemática de forma audiovisual

O vídeo pode ser considerado como um recurso didático que reflete na sala de aula as transformações socioculturais recentes implicadas pelos avanços tecnológicos ocorridos, no que Mill (2013) considera a "civilização da imagem".

Atualizando-se em didáticas que tornam o estudante o centro da aprendizagem e fazendo uso de novas tecnologias, como o vídeo digital, o professor pode estabelecer uma parceria diferente com os estudantes no processo de construção do saber, valorizando o conhecimento prévio destes, que são nativos digitais (Prensky, 2001), ao propor a produção colaborativa de vídeos com conteúdo matemático entre alunos e professores, como possibilidade de compartilhamento de conhecimento. Neste cenário, o professor e os alunos trocam conhecimentos técnicos sobre as tecnologias necessárias para a produção audiovisual e conhecimento matemático.

O vídeo digital possibilita unir elementos visuais, gráficos, oralidade, gestos, expressões corporais e sons com o propósito de transmitir uma ideia, o que se define como sua característica multimodal (Walsh, 2011), potencialidade que estimula audição e visão, possibilitando associações do conceito matemático em questão a partir do uso desses diversos elementos. Em favor dessa prática, Ferrés (1995) afirma que "o novo homem [...] compreende principalmente de maneira sensitiva [...]. Conhece por meio de sensações. Reage diante aos estímulos dos sentidos". Segundo o autor, o audiovisual não é primordialmente um meio e requer que se expresse de forma audiovisual, o que Wohlgemuth (2005) apresenta como uma mensagem múltipla, na qual vários modos são utilizados de forma síncrona numa síntese estética com significações lógicas concordantes.

Pensar de forma audiovisual está relacionado à organização de ideias com o fim de expressar o pensamento neste formato, ou seja, trata-se de dispor o que se entende de determinado conceito que se quer expressar a partir de uma ordem lógica, fazendo uso dos modos (elementos visuais, gráficos, oralidade, gestos, expressões corporais e sons) característicos do vídeo.

Considerando que a produção de um vídeo se constitui a partir de um processo que envolve etapas como escolha do tema que se quer tratar, tipo de abordagem e público alvo, aprofundamento teórico no tema escolhido, elaboração do roteiro, organização do material necessário para a produção e edição com software acessível e apropriado, nos atentamos para a questão sobre como os vídeos, vistos como uma possibilidade de atividade a ser realizada de forma conjunta por professores e estudantes, influenciam a forma como o conhecimento é construído.

Borba e Villarreal (2005; 1999) afirmam, baseados nas ideias de Tikhomirov (1981), que o pensamento é coletivo (Levy, 1993), sendo exercido por sistemas seres-humanos-com-mídias. Segundo esses autores o conhecimento que se constrói é condicionado pelas mídias disponíveis o que as transporta para o cerne das práticas didáticas e pedagógicas (Borba, 2009). Ao longo da história o ser humano tem feito uso da oralidade, da escrita e da informática para produzir, armazenar e transformar o conhecimento. Com a evolução tecnológica e o uso de novas mídias como recurso didático levantam-se novas questões ancoradas no pensar-com-tecnologias.

O vídeo digital, considerando tanto seu processo de produção como seu uso para fins de aprendizagem, compõe uma extensão da noção de seres-humanos-com-mídias ao apresentar-se como um elemento do coletivo que reorganiza o pensamento matemático. De fato, percebemos que o processo de produção em si revela um momento de organização das ideias que serão expressas no formato audiovisual, o que, em particular no caso do conhecimento matemático, viabiliza a reorganização do pensamento nos levando a metáfora seres-humanos-com-vídeos digitais.

Introduzindo vídeos nas aulas de matemática

Como ressaltado anteriormente, o planejamento didático representa um processo mental envolvendo análise, reflexão e definição do que será selecionado e estruturado para ser distribuído dentro de um determinado tempo em sala de aula. Nesse planejamento o professor precisará prever a forma de agir e organizar seus procedimentos didáticos Haidt (2006). Esta autora ressalta que a partir do planejamento didático surgirá um plano didático, que representa um documento escrito, que "é o registro das conclusões do processo de previsão das atividades docentes e discentes" (p. 99). A autora ainda salienta que este documento escrito vai depender de cada professor, sendo recomendado que sejam realizadas anotações de modo simples, claro preciso.

ISBN 978-84-945722-3-4

Salientamos que devido ao avanço nos meios informáticos é possível que os planos de aula de muitos professores deixaram de ser, em muitos casos, escritos ou digitados no papel, para arquivos de computadores, tablets ou celulares, não fugindo da finalidade principal e dentro das condições da realidade do professor.

Haidt (2006) ressalta que "o plano de aula deve estar adaptado às reais condições dos alunos: suas possibilidades, necessidades e interesses". Em um momento de ampla difusão da internet e as tecnologias que vieram com ela, a grande maioria dos alunos de escolas públicas e privadas possuem, de alguma forma, o contato com recursos tecnológicos que há 15 ou 20 anos não era possível ter. Salientamos que alcançar o interesse dos alunos. dentro das possibilidades existentes, é necessário misturar ao modelo tradicional os recursos tecnológicos contemporâneos, dentre eles o vídeo. O vídeo cada vez mais está presente no dia a dia dos alunos, com finalidade de estudo, lazer ou entretenimento. De acordo com Turker (2013) a cada minuto são postados no YouTube cerca de 48 horas de vídeos representando, aproximadamente, oito anos de conteúdo a cada dia.

Haidt (2006) alerta que sendo a educação uma manifestação cultural e dependente do contexto histórico e social os quais está inserida, é necessário que sua finalidade seja variável conforme à época e a sociedade em que está submetida. O uso de recursos tecnológicos no dia a dia, como o vídeo, representa uma aquisição contemporânea da sociedade e, dessa forma, representa um fato social/cultural que a escola - e o professor - não podem deixar de transmitir e contribuir como forma de subsistência das relações do grupo social. Ou seja, manter apenas as tecnologias tradicionais nos planos de aula - como por exemplo: papel, lápis, quadro negro, etc - pode despertar qualitativamente diferente o interesse dos alunos que possuem, em grande parte, no seu cotidiano tecnologias que são mais atuais.

Na perspectiva do projeto Vídeos Digitais na Licenciatura em Matemática a Distância consideramos a introdução dos vídeos nas aulas de matemática a partir da proposta de atividades de produção de vídeos com conteúdo matemático. Considerando que o processo de produção de um vídeo se compõe a partir das etapas de escolha do tema, tipo de abordagem e público alvo, aprofundamento teórico, elaboração do roteiro, organização do material necessário para a produção e edição, torna-se viável que a atividade seja realizada durante um tempo maior que uma aula, dividindo-se a partir das etapas, por exemplo. A atividade se caracteriza como uma ação colaborativa, em que professores e estudantes se dedicam ao

ISBN 978-84-945722-3-4

trabalho em conjunto, em que todos se apoiem mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo grupo com propósitos relacionados à valorização da comunicação na aprendizagem matemática. Ao finalizar o vídeo analisamos a possibilidade de inserção nas aulas de matemática, que pode ser para introduzir ou concluir um conteúdo. Outra possibilidade seria a utilização do vídeo para motivar uma discussão baseada no conteúdo apresentado no vídeo. Os vídeos podem ser produzidos com uma abordagem intencional nesse sentido. Ou seja, o professor planeja a aula de matemática, refletindo sobre a atuação do vídeo nessa aula e dessa forma, produz o vídeo para ser usado no momento específico, já planejado, da aula. A análise das implicações do uso do vídeo na aula de matemática, assim como da produção do vídeo como atividade, no final da realização desta, permite que seja efetivado o aprimoramento da ação colaborativa inicial possibilitando um ciclo de desenvolvimento para fins de aprendizagem.

Considerações Finais

Este artigo destaca uma possibilidade acerca da integração do vídeo digital como recursos a serem utilizados nas aulas de matemática proporcionando a reflexão e o planejamento do professor com o objetivo de preparar o ser humano contemporâneo para o exercício da cidadania e qualificá-lo para o trabalho.

A proposta de pesquisa intitulada "Vídeos Digitais na Licenciatura em Matemática a Distância" desenvolvido no Brasil, traz à tona a necessidade de reflexão sobre o uso de vídeos digitais nas aulas de matemática e suas implicações na construção do conhecimento matemático, dada a emergência de mudança no perfil do educador em decorrência da mudança no perfil do estudante. Esta pesquisa se desenvolve a partir de atividades de produção de vídeos com conteúdo matemático como ações colaborativas entre pesquisadores, professores e alunos nas quais as etapas de realização viabilizam a reorganização do pensamento nos levando a metáfora seres-humanos-com-vídeos digitais.

O planejamento didático representa um processo mental envolvendo análise, reflexão e definição do que será selecionado e estruturado para ser distribuído dentro de um determinado tempo em sala de aula. Com o vídeo produzido, abre-se a possibilidade de inserção nas aulas de matemática, podendo ser utilizado para introduzir ou concluir um tópico, além de motivar uma discussão baseada no conteúdo apresentado no vídeo.

ISBN 978-84-945722-3-4

A análise da produção e do uso do vídeo na aula de matemática permite o aprimoramento da ação e consequentemente do recurso educacional, o vídeo. Esperamos, a partir das discussões e dos planejamentos de aulas utilizando o vídeo, aproximar a sala de aulas das mudanças que são observadas na sociedade, possibilitando à Educação Matemática cumprir o seu papel social.

Referências

Bartolomé, A. (2008). *Vídeo Digital Y Educación.* Madrid: Editorial Síntesis.

Borba, M. (2012). Humans-with-media and continuing education for mathematics teachers in online environments. *ZDM*, 802-814.

Borba, M. C. (2009). Potential scenarios for Internet use in the mathematics classroom. *ZDM*, 453-465.

Borba, M. C., Scucuglia, R., & Gadanidis, G. (2014). *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática.* Belo Horizonte: Autêntica.

Borba, M., & Villarreal, M. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of Mathematical thinking.* United States of America: Springer.

Ferrés, J. (1995). *Vídeo e educação* (Vol. 2.ed.). Porto Alegre: Artes Médicas.

Graells, P. (20 de Maio de 2000). *http://peremarques.pangea.org/medios.htm*. Fonte: http://peremarques.pangea.org/medios.htm

Haidt, R. (2006). *Curso de Didática Geral.* São Paulo: Editora Ática.

Kenski, V. (2014). *Tecnologias e tempo docente.* Campinas: Papirus editora.

Levy, P. (1993). *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática.* São Paulo: 34.

Mill, D. (2013). *Escritos sobre educação: desafios e possibilidades para ensinar e aprender com as tecnologias emergentes.* São Paulo: Paulus.

Prensky, M. (2001). Digital Natives, Digital Immigrantes. *On the Horizon. MCB University Press*, *9*, 1-6.

Tikhomirov, O. K. (1981). The psychological consequences of computerization. Em J. V. Wertsch, *The concept of activity in soviet psychology.* (pp. 256-278). New York: M. E. Sharpe.

Turker, C. (02 de Abril de 2013). *Mind/Shift*. Fonte: Teachers' Guide to Using Videos: https://ww2.kqed.org/mindshift/wp-content/uploads/sites/23/2013/03/MindShift-Guide-to-Videos.pdf

Walsh, M. (2011). *Multimodal Literacy: classroom research and pratice.* Laura St Newtown: National Library of Australia.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-741

ARTICULAÇÃO DE REPRESENTAÇÕES NA PRODUÇÃO DE VIDEOS DIGITAIS SOBRE GEOMETRIA ANALÍTICA

Liliane Xavier Neves – Marcelo de Carvalho Borba
lxneves@uesc.br - mborba@rc.unesp.br
UESC/Brasil – UNESP/Brasil

Núcleo temático: V- Recursos para o ensino e aprendizagem das matemáticas
Modalidade: CB
Nível educativo: 5 - Formação e atualização de ensino
Palavras chave: Educação online. Multimodalidade. Educação Matemática

Resumo

Esta proposta trata de uma investigação em andamento sobre as formas de articulação de múltiplas representações por estudantes de um curso de licenciatura em matemática quando estes produzem vídeos sobre Geometria Analítica. Apresentaremos os vídeos digitais como recurso multimodal (Walsh, 2011) que possibilitam a expressão de ideias relacionadas a conteúdos de Geometria Analítica apoiadas no pensar de forma audiovisual (Wohlgemuth, 2005). O foco desta investigação está nas contribuições da coesão de variadas representações como parte do desenvolvimento da aprendizagem matemática (Smith, 1997) e no papel dos recursos audiovisuais nesse processo. Considerando a estrutura conceitual característica da Geometria Analítica, intencionamos identificar estratégias utilizadas para articulação de representações nos vídeos digitais produzidos por estudantes em atividades que envolvem conceitos dessa disciplina. O lócus da pesquisa é um curso de licenciatura em matemática a distância online, fato que viabilizará análises das possibilidades do uso de recursos digitais no ambiente virtual de aprendizagem (Kenski, 2007). A internet e o vídeo digital tem destaque nessa pesquisa por propiciarem mudanças na forma como conhecimento é construido (Borba; Villarreal, 2005), tornando possível que os envolvidos olhem para o mesmo conceito matemático, porém por ângulos diferentes, potencializando, assim, a aprendizagem, o que pode refletir na sala de aula.

Multimodalidade e múltiplas representações em geometria analítica

Neste texto discutiremos sobre questões propostas em uma pesquisa de doutorado que busca envolver estudantes de um curso de licenciatura em Matemática da modalidade de educação a distância de uma universidade brasileira em uma atividade de produção de vídeos digitais relacionados a conteúdos de Geometria Analítica. Nossa intenção é incentivar a utilização da multimodalidade a fim de favorecer a articulação de representações múltiplas, estabelecendo um ambiente para responder a seguinte questão: Como estudantes de um curso

ISBN 978-84-945722-3-4

de licenciatura em matemática da EaD articulam representações múltiplas ao utilizarem vídeos digitais como recurso multimodal para expressar ideias relacionadas a conteúdos de Geometria Analítica?

O vídeo digital tem papel central nesta pesquisa ao se caracterizar pela possibilidade de unir elementos visuais, gráficos, oralidade, gestos, expressões corporais e sons com o propósito de transmitir uma ideia e essa particularidade, firmada como uma natureza multimodal (WALSH, 2011), viabiliza a construção e reflexão por parte dos estudantes sobre sua aprendizagem quando estes produzem vídeos com conteúdo matemático.

Segundo Jewitt, Bezemer e O'Halloran (2016),

> Se um "meio para fazer sentido" é uma "modalidade", ou "modo", como é geralmente chamado, então poderíamos dizer que o termo "multimodalidade" foi usado para destacar que as pessoas usam múltiplos meios de fazer sentido. (Jewitt, Bezemer e O'Halloran, posição 189, 2016)

Assim, a ideia de dar sentido a conceitos matemáticos utilizando múltiplos meios é algo que está de acordo com a ideia de multimodalidade e o vídeo, como caracterizado por Walsh (2011), possibilita a realização de articulação de modos, o que é necessário para estabelecer o sentido.

Ferrés (1995) afirma que o video se destaca como algo que não está apenas relacionado aos meios, mas também a linguagem, pois requer do interlocutor um esforço para que este se expresse de forma audiovisual, propiciando o que Wohlgemuth (2005) apresenta como mensagem múltipla. A noção de imagem múltipla de Wohlgemuth (2005) reforça o que Jewitt, et al (2016) afirmam, estando relacionada a concepção de uma mensagem em que vários modos são utilizados de forma síncrona numa síntese estética com significações lógicas concordantes. Acreditamos que para realizar essa síntese, com o propósito de expressar uma ideia matemática em um vídeo, o estudante, sujeito da pesquisa, deva mobilizar diferentes representações do objeto matemático em questão. Laburú et al (2011) entendem que o desenvolvimento conceitual é promovido quando fazemos uso didático de múltiplos modos e representações múltiplas e que esta noção respeita a variedade da sala de aula, dos modos de aprender, o que a torna relevante para aprendizagem, em especial para a aprendizagem matemática.

ISBN 978-84-945722-3-4

Borba e Villarreal (2005) afirmam que na década de noventa as discussões sobre as contribuições do uso de representações múltiplas para a aprendizagem intensificaram-se, principalmente para tópicos como Funções, devido à acessibilidade a computadores e calculadoras gráficas. Com os recursos digitais disponíveis na atualidade, potencializados, em especial, pela internet, novas possibilidades se instalam nesse sentido. Com a melhora da qualidade de conexão os recursos digitais se aprimoraram e a internet rápida torna possível que novos elementos sejam introduzidos na sala de aula a fim de promoverem uma aprendizagem mais dinâmica e conectada à realidade do aluno (BORBA; SCUCUGLIA: GADANIDIS, 2014). Esse novo quadro tem estimulado o desenvolvimento de pesquisas nestes ambientes de aprendizagem inovadores com o uso de ferramentas como o celular, por exemplo, que hoje comporta funções como produção e edição de vídeos e também softwares de geometria dinâmica, que pode potencializar o trabalho com representações múltiplas.

Smith (1997) enfatiza a importância da coordenação de variadas representações quando se refere ao processo que constrói significados análogos em sistemas de sinais diferentes como uma demonstração de êxito na apreensão do conceito matemático em questão. Para Pierce (apud ECO, 1985), se apreende o conhecimento quando esse se torna precisamente um signo, ou seja, conhecer significa relacionar, comparar e classificar por meio de signos. Borba e Confrey (1996) reafirmam que a matemática existe através das formas de representação, justificando a importância de destacar as múltiplas representações no processo de ensino e de aprendizagem.

Em se tratando da disciplina Geometria Analítica, a articulação de representações algébrica e geométrica é algo característico de sua estrutura. Sendo uma disciplina de transição, pois os estudantes que a cursam, geralmente estão no primeiro semestre do curso de graduação e acabaram de sair do ensino médio, a Geometria Analítica constitui-se a partir de aspectos visuais. Seus conceitos e teoremas discutem propriedades de elementos geométricos como retas, planos, curvas, regiões planas e superfícies e trata destes considerando uma coordenação entre geometria e álgebra.

Desta forma, a Geometria Analítica, como é proposta nos cursos de licenciatura em matemática, pode abrir espaço para o tratamento de objetos matemáticos a partir de representações múltiplas, o que nos faz estabelecer como questão central desta pesquisa a identificação e análise das estratégias de articulação de representações múltiplas nos vídeos

ISBN 978-84-945722-3-4

sobre conteúdos de Geometria Analítica produzidos por estudantes de licenciatura em Matemática da modalidade a distância.

Reflexões e produção de vídeos na EaD

Entendemos que proporcionar um trabalho coletivo entre os estudantes de um curso de licenciatura em Matemática da modalidade a distância envolvidos na pesquisa pode favorecer a discussão conjunta, o compartilhamento de conhecimentos matemáticos e a interação entre estudantes, professores e pesquisadores. Isto aponta para um dos desafios enfrentados hoje nos cursos da modalidade a distância, que tratam de várias formas a questão da interação entre os estudantes e os professores. Mill (2013) afirma que o desenvolvimento das tecnologias de informação e comunicação tem propiciado uma diminuição do distanciamento físico que existe entre estudantes e professores na EaD por meio da alta interação ocasionada por novos recursos tecnológicos e considera que a abordagem denominada “estar junto virtual” propõe uma resposta eficiente a esta questão.

O cenário da Educação a Distância (EaD) no Brasil, segundo Borba e Almeida (2015), tem se transformado com o número de alunos matriculados aumentando anualmente, provocando grande interesse por parte dos pesquisadores. Os autores afirmam que a educação a distância online se reinventa a partir das tecnologias digitais disponíveis com o intuito de estabelecer interações mais intensas em tempo e espaço flexíveis. Neste sentido, promovemos interações virtuais entre os estudantes e professores participantes da pesquisa, por um lado e por outro, a pesquisadora a partir de uma proposta de atividade de produção de vídeos sobre conteúdos de Geometria Analítica com discussões em todas as etapas da elaboração do audiovisual acontecendo em ambientes virtuais de aprendizagem.

Ao se estabelecer uma relação entre as tecnologias digitais e a educação matemática a internet se destaca no processo de ensino e de aprendizagem contribuindo às transformações que ocorrem no ambiente de aprendizagem. Neste novo modelo de ensino em que a internet está inserida e tem papel central o pensamento matemático passa a ser desenvolvido também no ambiente virtual com a utilização de artefatos midiáticos disponíveis na rede.

Borba (2009) enfatiza a importância de pensarmos nas contribuições de todos os elementos envolvidos na aprendizagem ao considerarmos que as mídias, que estão inseridas em nosso cotidiano, moldam o ser humano e são moldadas por ele, influenciando neste

ISBN 978-84-945722-3-4

processo a maneira como o conhecimento é gerado, relatando que temos que nos concentrar nos problemas que podem ser resolvidos pelo sistema ser-humano-computador e não no que deixamos de aprender devido à presença de novas tecnologias. Esta visão, levada para a educação, tem consequências na medida em que traz uma mídia – ou as mídias de maneira geral – para o cerne das práticas didáticas e pedagógicas (BORBA, 2009). De fato, ao longo da história o ser humano tem feito uso da oralidade, da escrita e da informática para produzir, armazenar e transformar conhecimento. Além disso, pesquisas mostram que outras mídias podem e estão sendo utilizadas, levantando novas questões de pesquisa ancoradas no pensar-com-tecnologias.

O termo "pensar de forma audiovisual" está relacionado à organização de ideias com o fim de expressar o pensamento no formato audiovisual e traz consigo a questão sobre como os vídeos digitais, influenciam a forma como o conhecimento é construído. Borba e Villarreal (2005) afirmam, baseados nas ideias de Tikhomirov (1981), que o pensamento é exercido por sistemas ser-humano-mídias, defendendo que este, o pensamento, é algo coletivo (LEVY, 1993), sendo influenciado vigorosamente pelas mídias disponíveis, condicionando, assim, o conhecimento. No caso dos vídeos, percebemos que o processo de produção em si revela um momento de organização das ideias que serão expressas no formato audiovisual, o que, em particular no caso do conhecimento matemático, viabiliza a reorganização do pensamento nos levando a metáfora seres-humanos-com-vídeos digitais.

Ao compreendermos essas questões como significativas nesse contexto as relacionamos ao papel do futuro professor de matemática, acreditando que também faz parte de suas atribuições desenvolver métodos ou adotar práticas pedagógicas que valorizem o ensino para todos, respeitando o conhecimento que o aluno já possui e as suas maneiras de aprender. Entendemos que experiências significativas vivenciadas pelos licenciandos em sua formação se refletem na sala de aula, determinando a extensão da mudança que os seus futuros alunos experimentarão na prática (ONUCHIC; ALLEVATO, 2009). Dessa forma, optamos por realizar essa pesquisa com estudantes de licenciatura em matemática, esperando trazer momentos de reflexões sobre as noções supracitas neste período de sua formação, buscando entender os processos utilizados pelos licenciandos na articulçao de representações múltiplas que se apresentem nos vídeos com conteúdo matemático produzidos.

ISBN 978-84-945722-3-4

Utilizaremos na pesquisa aqui discutida uma metodologia baseada em uma análise descritiva das ações dos estudantes frente a uma atividade de produção de vídeos digitais com conteúdo matemático. Este aspecto caracteriza esta pesquisa como do tipo qualitativa (BORBA: ARAÙJO, 2004) na medida em que atribuímos maior importância ao processo a partir de uma análise indutiva dos dados. Trata-se de uma investigação de cunho descritivo, onde o pesquisador faz uso, principalmente da observação participante virtual (BORBA; MALHEIROS; AMARAL, 2011), que acontece em fóruns de um curso de licenciatura em matemática da modalidade a distância, com possibilidades de extensão para outros ambientes virtuais. Nesta pesquisa consideraremos os fóruns virtuais de discussão como espaço para a observação participante.

Sobre os estudantes participantes da pesquisa, a análise dos meios de exploração da articulação de representações múltiplas no ambiente virtual proposta será realizada a partir das interações com os grupos formados por estudantes que se encontrem matriculados na disciplina de Geometria Analítica de um curso de licenciatura em matemática da EaD pela análise de relatórios das ações solicitados, participação nos fóruns do ambiente virtual de aprendizagem e, por fim, pelos próprios vídeos produzidos.

Para auxiliar na produção dos vídeos os grupos de estudantes participantes da pesquisa foram conduzidos a um processo definido a partir de seis etapas que se dividem entre a escolha dos conteúdos da disciplina de Geometria Analítica para ser tema da produção do vídeo até a elaboração do e a produção do vídeo matemático.

Durante o período de realização da atividade de produção de vídeos com conteúdo matemático foi disponibilizado um espaço online onde discutíamos as dúvidas sobre questões teóricas, produção e edição de vídeos, momento em que pudemos analisar sobre a utilização de tecnologias digitais nesse processo. O vídeo produzido no final da atividade proposta será analisado a partir de uma adaptação do método apresentado por Powell, Francisco e Maher (2004) composto por procedimentos como: visualização e descrição dos dados; identificação, seleção e codificação de eventos críticos, considerando que a particularidade do vídeo pode se perder quando ele é transformado em outra mídia, pela transcrição, por exemplo (BALTRUSCHAT, 2010).

Sobre a análise dos dados da pesquisa

ISBN 978-84-945722-3-4

Por estar em fase inicial não podemos definir com precisão o procedimento de análise que será seguido na referida pesquisa, considerando que para isso precisamos estar de frente aos dados produzidos, porém, considerando os estudos teóricos realizados, sinalizamos a intenção de analisar os dados com o olhar sobre a noção de seres-humanos-com-mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005) que assume o conhecimento como algo produzido por coletivos que envolvem seres humanos e tecnologias. No caso particular dessa pesquisa, relacionaremos os dados com uma extensão dessa noção que considera os vídeos digitais, no sentido proposto, como um elemento do coletivo que reorganiza o pensamento matemático. Nesse sentido, propomos uma análise pautada na influência das tecnologias digitais sobre a reorganização do pensamento, o que poderá ser refletido nos vídeos a partir do pensar de forma audiovisual. Ao considerarmos as ideias de Tikhomirov (1981) e Levy (1993) que afirmam que o pensamento é exercido por sistemas ser-humano-mídias, sendo este algo coletivo, pretendemos analisar como as mídias digitais condicionam a construção do conhecimento relacionado ao contexto da pesquisa. Acreditamos que tal procedimento resultará na elaboração de argumentos para a discussão que envolve questões inerentes à pergunta de pesquisa, em especial, pode nos direcionar no entendimento sobre o estímulo à articulação de representações múltiplas proporcionado pela mídias digitais, mais especificamente, o recurso audiovisual.

Ao propormos nesta investigação uma análise de como os vídeos digitais atuam no exercício de pensar matemática de forma audiovisual a partir da atividade de produção de vídeos com conteúdo matemático estabelecida para ser desenvolvida no ambiente online, abrimos espaço para as discussões conduzidas por Souto e Borba (2013). Os autores apresentam uma releitura da terceira geração da Teoria da Atividade ao desenvolverem uma forma de analisar como as tecnologias digitais se movimentam da posição de artefatos (instrumentos e signos) para diferentes vértices do sistema de atividade proposto por Engeström (1999). Deste modo, um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias, visto como um sistema pode ser analisado observando-se o papel das mídias, dos estudantes e do pesquisador envolvidos na produção de audiovisuais.

Referências bibliográficas

ISBN 978-84-945722-3-4

Baltruschat, A. (2010). A interpretação de filmes segundo o método documentário. En: Weller, W.; Pfaff, N. (Org.). Metodologias da pesquisa qualitativa em educação: teoria e prática, pp. 151 – 181. Petrópolis: Editora Vozes.

Borba, M.C; Almeida, H. R. F. L. (2015). E-licm@t. En: Borba, M.C; Almeida, H. R. F. L. (Org.). As licenciaturas em matemática da Universidade Aberta do Brasil (UAB): uma visão a partir da utilização das tecnologias Digitais. 1.ed. São Paulo: Livraria da Física.

Borba, M. C.; Araújo, J. L. (Org). (2004)**.** *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. 5.ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Borba, M.C; Confrey, J. (1996). A student’s construction of transformation of functions in a multiple representation enviroment. Educational Studies in Mathematics, 31, 319-337.

Borba, M. C.; Malheiros, A. P. S.; Amaral, R. B. (2011). *Educação a Distância online***.** 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Borba, M. C.; Scucuglia, R. R.S., Gadanidis, G. (2014). *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento*. 1.ed. Belo Horizonte: Autêntica.

Borba, M. C., Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation.* New York: Springer,

Boulos, P.; Camargo, I. (2005). *Geometria Analítica: um tratamento vetorial*.3.ed. São Paulo: Pearson-Prentice Hall.

ECO, U. *Signo*. 2.ed. Barcelona: Labor, 1995.

Engeström, Y. (1999). Activity Theory and Individual and Social Transformation. En: Engeström, Y.; Miettinen, R.; Punamäki, R. L. Perspectives on Activity Theory**,** 19–38 UK-USA-Australia: Cambridge University Press.

Ferrés, J. (1995). *Vídeo e educação***.** 2.ed. Porto Alegre: Artes Médicas.

Jewitt, C; Bezemer, J; O'Halloran, K. (2016). *Introducing Multimodality*. Taylor and Francis Group. Edição do Kindle. New York.

Laburú, C.E.; Barros, M.A.; Silva, O.H.M. (2011). Multimodos e múltiplas representações, aprendizagem significativa e subjetividade: três referências conciliáveis da educação científica. Revista Ciência e Educação, 17, n.2, 469-487.

Levy, P. (1993). *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática.* 1.ed. São Paulo: Editora 34. Tradução de Carlos Irineu da Costa.

Mill. D; Pimentel, N.M. (2010) Ensino, aprendizagem e inovação em Educação a distância: desafios contemporâneos dos processos educacionais. En: Mill, D.; Pimentel, N. (Org.). Educação a distância: desafios contemporâneos, 13 – 24. São Carlos: EdUFSCar.

Onuchic, L. R; Allevato, N. S. G. (2009). Formação de professores: mudanças urgentes na licenciatura em matemática. In: Frota, M.C.R.; Nasser, L. (Org). Educação Matemática no ensino superior: Pesquisas e debates, 169 – 188. 1.ed. Recife: SBEM.

Powell, A. B.; Francisco, J. M.; Maher, C. A. (2004). Uma abordagem à Análise de Dados de Vídeo para Investigar o Desenvolvimento das Ideias Matemáticas e do Raciocínio de Estudantes**.** BOLEMA, 17, n. 21, 81–140.

Smith, H. A. (1997). Peirce's sign and mathematics education: na introdution. Philosophy of Mathematics Education Jornal, n. 10. Disponível em: <http://socialsciences.exeter.ac.uk/education/research/centres/stem/publications/pmej/pome10/art3.htm>. Acesso em: 18 de janeiro de 2017.

Souto, D. L. P.; Borba, M. C. (2013). Transformações Expansivas em Sistemas de Atividade: o Caso da Produção Matemática com a Internet. Perspectivas da Educação Matemática, 6, 70–89.

Tikhomirov, O. K. (1981). The psychological consequences of computerization. En: Wertsch, J. V. (Org.). The concept of activity in soviet psychology, 256–278. New York: M. E. Sharpe. Inc.

Walsh, M. (2011). *Multimodal Literacy: researching classroom practice.* 1st. ed. Sydney: Primary English Teaching Association (e:lit).

Wohlgemuth, J. (2005). *Vídeo educativo: uma pedagogia audiovisual.* 1.ed. Brasília: Senac.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-743

MATERIAIS CURRICULARES: POSSIBILIDADE DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Débora Reis Pacheco – Célia Maria Carolino Pires
debora.rpacheco@gmail.com – ccarolinopires@gmail.com
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – MS/Brasil
Universidade Cruzeiro do Sul – SP/Brasil

Núcleo temático: Investigação em Educação Matemática
Modalidade: Comunicação Breve
Nível educativo: Sem especificar
Palavras chave: Materiais Curriculares. Políticas Públicas Curriculares. Educação Matemática.

Resumo

Esta comunicação é um recorte de um trabalho de doutorado em andamento, que tem como objetivo apresentar uma possibilidade de pesquisa sobre materiais curriculares no campo da Educação Matemática. Neste artigo, assumimos como materiais curriculares todos aqueles materiais que são utilizados em sala de aula, por alunos e professores, e que carregam escolhas e decisões curriculares, como por exemplo, livros didáticos, apostilas e cadernos de atividades. Para isso, utilizamos a revisão de literatura, discutindo pesquisas realizadas e caminhos ainda não percorridos sobre esta temática, e nossas considerações a partir das experiências nos grupos de pesquisa e nas relações informais do meio acadêmico. A busca de trabalhos na literatura se deu por meio do banco de teses da Capes e de contatos com pesquisadores durante o processo de pesquisa. Foi possível perceber o crescimento do interesse de pesquisas no contexto brasileiro sobre o uso de materiais curriculares de matemática. Além disso, construímos argumentos ao propor um caminho de pesquisa, que poderá trazer contribuições para a área, articulando os materiais curriculares de matemática com políticas públicas, considerando que estas ainda são pouco discutidas no âmbito brasileiro.

Introdução

Neste artigo, apresentamos uma revisão de literatura com a intenção de discutir possibilidades de pesquisa acerca de materiais curriculares no campo da Educação Matemática e expor um dos caminhos escolhidos de uma pesquisa de doutorado em andamento.

Inicialmente, a busca na literatura sobre a temática aconteceu por meio do banco de teses e dissertações da Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (Capes), utilizando as palavras chave que mais pareciam coerentes neste momento: materiais curriculares e materiais didáticos de matemática.

ISBN 978-84-945722-3-4

Entretanto, como nos lembra Latour (2000), a pesquisa acontece dentro e fora dos laboratórios, portanto outros elementos exteriores contribuíram para nosso levantamento. Além das buscas no banco de teses das Capes, o contato com pesquisadores da área nos permitiu conhecer projetos de pesquisas que abarcam o uso de materiais curriculares de matemática. Também vale ressaltar que, as experiências vivenciadas durante o primeiro ano de doutoramento influenciaram as escolhas e percepções de possibilidades de pesquisa a partir da literatura encontrada.

Antes de prosseguir na discussão sobre as possibilidades de pesquisar materiais curriculares, é importante destacar que entendemos por materiais curriculares todos e quaisquer materiais físicos e/ou digitais que carregam e transbordam escolhas curriculares destinados ao uso em sala de aula por professores e alunos – livros didáticos, cadernos de atividades, apostilas, cartilhas, objetos digitais etc.

O termo "materiais curriculares", sob este enfoque, aparece nas publicações com diferentes sinônimos e traduções (no caso das publicações portuguesas, espanholas e americanas, que surgiram em nosso levantamento), como materiais didáticos, manuais escolares, livros de texto, recursos didáticos entre outros.

Materiais curriculares: um campo de investigação em construção

Segundo Remillard et al. (2009) nos Estados Unidos, com a reforma das normas do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) em 1989, os estudos e investigações acerca de materiais curriculares de matemática cresceram significativamente, especialmente questões relacionadas ao uso dos materiais pelos professores e as influências em sala e aula.

Neste sentido, Remillar at al (2009) compilaram pesquisas sobre a temática em uma publicação intitulada "Mathematics Teachers at Work – Connecting Curriculum Materials and Classroom Instruction". As pesquisas foram organizadas em cinco partes, que discutem desde marcos teóricos e conceituais, colocando a relação entre professor e materiais curriculares no centro, até problemas no uso dos materiais em cada fase da carreira do professor, perpassando pelo desenvolvimento profissional, aprendizagem do professor, aprendizagem do aluno e contextos de influência nas produções e uso dos materiais.

Em busca de outras literaturas que tratam de materiais curriculares, encontramos no campo da educação, um artigo de Bonafé e Rodriguez (2013), que organiza pesquisas acerca

ISBN 978-84-945722-3-4

de livros-texto (materiais curriculares com foco em livros didáticos) em principais linhas/categorias sobre a temática.

Os espanhóis Bonafé e Rodriguez (2013), entendem os materiais curriculares como artefatos de reprodução cultural que indicam ações pedagógicas em uma forma material e propõem nove linhas/categorias com as pesquisas mapeadas. Dentre elas destacamos uma delas que se aproxima de nossos interesses: repercussão das políticas e dos processos da Reforma Educacional (na Espanha) sobre as características dos materiais.

Após a revisão das pesquisas e organização nessas linhas, os autores apontam a tradição histórica dos livros didáticos e, que mesmo com os avanços nas TIC em sala de aula, as suas vendas e produções se mantêm ou até crescem consideravelmente em alguns casos no contexto espanhol. O que também ocorre no contexto brasileiro. Para Bonafé e Rodriguez (2013, p. 216) "a presença dos livros didáticos como recurso para ensinar é superior a qualquer outro recurso didático".

Uma das conclusões dos autores é que ainda há poucas pesquisas que olham para como os livros didáticos determinam práticas educacionais. Também ressaltam, no contexto espanhol, a falta de alternativas aos livros didáticos que se caracterizam como recursos hegemônicos.

Estes autores ainda levantam questões interessantes a serem investigadas acerca dos recursos que estão sendo incorporados nas escolas: Que estratégias de resistência e de mudanças os professores exercem na chegada dos materiais? Que decisões levam as escolas a não usá-los? Que mudanças os materiais acarretam na prática dos professores? (Bonafé e Rodriguez, 2013)

Em Portugal, pesquisadores da área da educação matemática (Moreira et al, 2006) também se dedicaram ao levantamento de pesquisas sobre materiais curriculares e propuseram uma agenda de investigação com seis principais domínios, dos quais destacamos: políticas e recomendações para o uso de manuais escolares.

Neste domínio, os pesquisadores propõem as seguintes questões para nortear futuras pesquisas:

- Que forças sociais, económicas e políticas se movem para influenciar os manuais escolares? Quais as suas agendas políticas? Quais as suas estratégias e tácticas?

ISBN 978-84-945722-3-4

- Quais as consequências das políticas educativas relativamente à produção, controle de qualidade, normas de adopção, e disponibilização aos alunos dos manuais escolares?
- Que concepções, tendências e agendas se movem por detrás do discurso educativo que promove recomendações políticas e educacionais relativamente à avaliação e uso de manuais escolares? Que relação têm com tendências da própria educação matemática? (p.13)

Moreira et al. (2006) comentam que a maioria das pesquisas tem como foco a avaliação da qualidade dos objetos educacionais presentes nos materiais curriculares de matemática. As pesquisas que olham para as relações entre professores e materiais apontam que tais materiais se constituem como recurso central na escolha de tarefas/atividades para sala de aula, embora ainda não esteja claro quais são os critérios utilizados nestas escolhas. As lacunas nesta temática, no contexto português, estão no olhar para os usos que os alunos fazem dos materiais curriculares.

No contexto brasileiro, recentemente grupos de pesquisa tem demonstrado interesse pelos materiais curriculares e os usos que são feitos pelos professores. A partir do nosso levantamento identificamos seis principais projetos:

(1) *Relações entre professores e materiais que apresentam o currículo de Matemática: um campo emergencial* - liderado pela professora Célia Maria Carolino Pires, desde 2000.

(2) *O papel dos materiais curriculares educativos nas práticas pedagógicas dos professores: o caso da Modelagem Matemática* - coordenado pelo professor Jonei Cerqueira Barbosa, no âmbito do programa da UFBA-UEFS, no período de 2009 a 2011.

(3) *A aprendizagem dos professores de Matemática com materiais curriculares educativos* – coordenado também pelo professor Jonei Cerqueira Barbosa, iniciado em 2011.

(4) *Materiais curriculares educativos sobre matemática em ambientes virtuais e as análises dos professores* – coordenado pela professora Andreia Pereira de Oliveira em parceria com professor Jonei Cerqueira Barbosa, iniciado em 2013.

(5) *Investigações sobre o desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática, por intermédio de suas relações com os livros didáticos* – coordenado pelo

ISBN 978-84-945722-3-4

professor Marcio Antonio da Silva, na Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, no período de 2012 a 2014.

(6) *Redes discursivas construídas em livros didáticos de Matemática do ensino médio* – coordenado também pelo professor Marcio Antonio da Silva, iniciado em 2015.

Outros projetos, não destacados aqui, perpassam livros didáticos e materiais curriculares, mas com o foco em conteúdos matemáticos específicos, metodologias, relações com outras áreas do conhecimento, entre outros fatores pontuais.

Januário (2017), em levantamento mais detalhado, aponta que dentre as 4080 pesquisas sobre livro didático e materiais curriculares no banco de teses e dissertações da Capes de 1989 a 2012, 86 delas estão relacionadas à área de Ensino e de Ensino de Ciências e Matemática. Deste modo, sinaliza o interesse do campo da Educação Matemática que vem crescendo sobre as investigações acerca de materiais curriculares.

Materiais curriculares: um caminho de pesquisa

A partir das pesquisas levantadas, tanto no âmbito nacional como internacional, percebemos o quanto os materiais curriculares precisam ser investigados sob diferentes enfoques para compreender o que acontece em sala de aula, como professores os interpretam, os processos de elaboração, além dos outros elementos que estão no entorno do uso de tais materiais no ensino de matemática.

Entretanto, nos parece que tais pesquisas, especialmente as inseridas nos projetos descritos anteriormente no âmbito nacional, têm focado as discussões nos usos e nas relações entre professor e material curricular, de forma que os contextos que influenciam suas produções sejam pouco explorados.

Para Remillard et al. (2009), as relações que os professores estabelecem com os materiais curriculares são importantes para pensar políticas públicas. Neste sentido, partimos da ideia de que as políticas públicas podem ser influenciadas pelos usos que os professores fazem de materiais curriculares, assim como elas influenciam elaboração de tais materiais curriculares, sem isolá-las de outros possíveis contextos de influência em uma relação híbrida.

Januário (2017), ao propor uma categorização para o mapeamento realizado, afirma que, em uma categoria transversal, *relação currículo-políticas públicas*, "... houve ausência

ISBN 978-84-945722-3-4

de pesquisas que procurassem descrever os impactos do desenvolvimento curricular e dos resultados de pesquisas sobre materiais curriculares nas políticas públicas para a Educação". (p. 64)

É válido destacar que, embora exista a ausência de pesquisas sobre materiais curriculares conforme estudos de Januário (2017), há algum tempo cresce o número de materiais curriculares elaborados por secretarias municipais e estaduais no Brasil que resultam de políticas públicas, como aponta Pires (2012).

Ball (2014) também nos lembra que há grandes lacunas no campo de pesquisa em políticas educacionais. Portanto, olhar para relação entre o uso de materiais curriculares em sala de aula e as políticas públicas parece ser um caminho de pesquisa que pode proporcionar provocações e contribuições para o campo da Educação Matemática e para áreas correlatas.

Ball (2014), Bonafé e Rodriguez (2013) entre outros autores citados em nossa revisão, enfatizam o quão pouco sabemos sobre o que está acontecendo nas diferentes realidades das salas de aula e nas proposições de políticas públicas, no âmbito nacional e internacional. Neste sentido, acreditamos que a construção de uma rede, em que suas linhas e tramas sejam compostas por alguns dos elementos que influenciam o uso e elaboração de materiais curriculares, pode ajudar a compreender algumas relações que ainda são caixas-pretas nas políticas educacionais.

A noção de rede, para Latour (2000), abrange tanto elementos humanos como não humanos na produção e circulação de conhecimentos em uma trama complexa do fazer ciência. Assim, ao propormos uma discussão metodológica, trazendo as redes para olhar materiais curriculares no âmbito das políticas públicas, nos interessa investigar tanto os elementos humanos e não humanos como os aspectos macros e micros, analisando desde documentos oficiais até relatos informais de elaboradores e de professores que ensinam matemática.

Ball (2001) critica a fragmentação de pesquisas sobre processos políticos que, ora focalizam na dimensão macro da realidade social, silenciando vozes dos professores, ora focalizam nos processos de implementação no espaço micro, que não consideram os condicionantes históricos. Assim, produzem visões lineares do processo político, sendo de cima para baixo ou de baixo para cima nos contextos macro e micro.

ISBN 978-84-945722-3-4

Além disso, Ball (2001) discute algumas ideias em relação às políticas públicas no campo educacional que podemos trazer para o campo da educação matemática. O autor, ao mesmo tempo em que aponta uma "epidemia de políticas", que se refere ao aumento de políticas educativas, coloca a questão de estarmos caminhando para o "fim da política", no sentido de encontrarmos cada vez mais dificuldade em diferenciar o que é política educativa e o que é política partidária que se constroem na rivalidade.

Deste modo, as políticas educacionais podem ser frágeis e pontuais, que atingem ou não objetivos, que dependem de acordos, que são revisitadas e aperfeiçoadas em movimentos complexos em uma rede de influências com suas linhas, tramas e nós.

A partir destas discussões metodológicas, o caminho de pesquisa que propomos aqui busca identificar quais são os elementos (documentos, pessoas, acordos, instituições, reformas curriculares entre outros) e quais são seus poderes, capacidades e maneiras de exercer influências nas relações dentro das redes de influência na produção e uso de materiais curriculares. Nesta busca, pautados em Latour (2000), acreditamos ser necessário considerar incertezas, negociações e fatos ocorridos nos "bastidores" para abrir caixas-pretas ou nós que vão se constituindo na construção de uma rede. Sintetizando, tomamos alguns questionamentos como norteadores do caminho de pesquisa proposto:

- De que maneira as discussões metodológicas podem se entrelaçar e contribuir para a construção de uma rede de influências na produção e uso de materiais curriculares de matemática?
- Quais elementos podem compor esta rede, relativa aos materiais curriculares, no contexto das secretarias municipais ou estaduais de educação e nas aulas de matemática?
- De que maneira tais elementos interagem e se movimentam nesta rede?

Algumas considerações

Com base na revisão de literatura, nas vivências nos grupos de pesquisa "Desenvolvimento Curricular em Matemática e Formação e Professores" e "Grupo de Pesquisa Currículo e Educação Matemática" e nas aproximações com outros grupos e de pesquisa, ressaltamos uma temática de pesquisa que está em crescimento no campo da

ISBN 978-84-945722-3-4

Educação Matemática, devido a necessidade de compreender a produção e os usos de materiais curriculares no ensino de matemática.

Durante o estudo inicial, também foi possível destacar a necessidade de ampliar discussões sobre políticas no campo da Educação Matemática, e mais especificamente, sobre as políticas públicas curriculares, considerando as poucas pesquisas que as relacionem com materiais curriculares.

Neste sentido, apresentamos uma possibilidade de pesquisa, em construção, que se propõe a discutir aspectos metodológico na construção de uma rede que envolve aspectos macro e micro, elementos humanos e não humanos, que se relacionam assimetricamente no contexto das políticas públicas para o uso e elaboração de materiais curriculares de matemática.

Referências bibliográficas

Ball, S. (2001). Diretrizes Políticas Globais e Relações Políticas Locais em Educação. *Currículo sem Fronteiras*, 1, 2, 99-116.

Ball, S. (2014). *Educação Global S.A.: novas redes políticas e o imaginário neoliberal.* Ponta Grossa: UEPG.

Bonafé, J. M.; Rodriguez, J. R. (2013). O currículo e o livro didático: uma dialética sempre aberta. In: Sacristán, J. G. *Saberes e Incertezas sobre o currículo*. Porto Alegre: Penso.

Januario, G. (2017) *Marco conceitual para estudar a relação entre materiais curriculares e professores de Matemática.* Tese de doutorado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

Latour, B. (2000). *Ciência em ação: como seguir cientistas e engenheiros sociedade afora.* São Paulo: Editora UNESP.

Moreira, D.; Ponte, J. P., Pires, M. V., Teixeira, P. (2006). *Manuais escolares: um ponto de situação*. Texto de apoio ao Grupo de Discussão. XV EIEM.

Pires, C. M. C. (2012). *Grupo de Pesquisa: Desenvolvimento Curricular e Formação de Professores em Matemática*. Texto base para a Organização do Projeto de Pesquisa sobre o Tema: Relações Entre Professores e Materiais Que Apresentam o Currículo de Matemática: Um Campo Emergencial. São Paulo.

ISBN 978-84-945722-3-4

Remillard, J. T., HerbeL-Eisenmann, B. A., Lloyd, G. M. (2009). *Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction* (Studies in Mathematical Thinking and Learning Series, A. Schoenfeld, Ed.). New York: Routledge.
CB-745

ESTUDIO DEL PAPEL QUE JUEGAN LOS MATERIALES MANIPULATIVOS EN LA RESOLUCION DE PROBLEMAS COMPETENCIALES CON ALUMNOS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Yolanda Colom Torrens1 – Núria Rosich Sala 2
ycolom@uda.ad . – nuriarosich@ub.edu

Universidad de Andorra Universidad de Barcelona
Andorra- España

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: Medio o secundario

Palabras clave: Geoplano, Taller matemático, Problemas matemáticos, TDAH.

Resumen

En el estudio que presentamos hemos analizado como los materiales didácticos contribuyen en la resolución de problemas matemáticos competenciales (OECD, 2013) con los alumnos con TDAH y sin TDAH de las escuelas del sistema Andorrano de educación secundaria obligatoria. La realización de un Taller matemático empleando materiales didácticos (Alsina, C, Burgués y Fortuny, J.M 1987) como el geoplano y los dados nos ha permitido determinar cómo estos materiales didácticos pueden ayudar en la resolución de las diferentes actividades competenciales matemáticas. Estos materiales nos han permitido describir métodos de trabajo y establecer pautas adecuadas que pueden ayudar a los alumnos con TDAH y sin TDAH en la resolución y el aprendizaje de las matemáticas de forma colaborativa. Y también conocer los diferentes momentos de atención y desatención cuando resuelven un problema matemático en parejas. Dichos materiales han captado la atención de los alumnos, creando situaciones de pregunta y de complicidad necesaria para conseguir un nivel competencial y un aprendizaje matemático que en definitiva es lo que siempre se intenta conseguir.

Introducción

El estudio se ocupa de conocer el nivel competencial matemático que tienen los alumnos de secundaria obligatoria con déficit de atención con hiperactividad y sin, en las aulas heterogéneas de la escuela andorra, así como las interacciones que se producen cuando resuelven los problemas con materiales didácticos por parejas. El trabajo por parejas

ISBN 978-84-945722-3-4

cooperativas nos ha proporcionado una nueva perspectiva del aprendizaje de las matemáticas. Los resultados del taller matemático en tareas cooperativas de pareja han puesto de relieve que los alumnos son capaces de resolver correctamente la mayoría de los problemas que sean presentado independientemente de la dificultad de los mismos. Pensamos que los materiales didácticos utilizados como ayuda, han sido un buen instrumento para plantear el problema y deducir una estrategia de resolución. Hemos podido constatar durante la experiencia que en muchos casos les ha ayudado a clarificar las ideas que les iban surgiendo, para trasladar los conceptos matemáticos a la situación problema en el que se encontraban creando un dialogo entre ellos muy constructivo de pregunta- respuesta que les ha permitido llegar a encontrar la solución final con éxito que es lo que realmente queremos.

Referentes teóricos

En la investigación queremos constatar en qué medida los materiales didácticos ayudan a los alumnos en la resolución de los problemas matemáticos competenciales. Para ello hemos partido de las recomendaciones dadas por (Alsina, C, Burgués y Fortuny, J.M; 1987) que destacan el valor de la utilización de los materiales didácticos en el aprendizaje de las matemáticas y en nuestro caso nos hemos centrado en el uso del geoplano.

Para el estudio de las interacciones tomamos como referentes (Cobb, Yackel & Wood, 1995) que parten de la idea de que la construcción social del conocimiento de los alumnos surge de la interacción con los otros. Sfard (2008), considera la conceptualización del pensamiento como un caso particular de la comunicación, entre uno mismo y con otras personas. El conocimiento desde esta perspectiva comunicativa sólo tiene sentido en el contexto y en la interacción social, así (Sfard, 2008; Krummheuer, 2011) ven en el aprendizaje una participación en la práctica social.

En nuestra investigación queremos identificar que interacciones se establecen cuando los alumnos resuelven un problema en parejas formadas por un alumno con TDAH y un alumno sin TDAH. Es por ello que nos hemos centrado en los estudios realizados inicialmente por Cobo (1998) en los que el análisis se centra en los siguientes conceptos:

ISBN 978-84-945722-3-4

Intervención: Un turno de palabra puede tener varias intervenciones, y que el cambio de turno de palabra puede implicar un cambio de intervención. Según Calsamiglia et al.(1997) distinguen entre:

- "*Intervenciones problematizadas: son las que convierten el tema en objeto de debate".*
- *"Intervenciones no problematizadas: son las que no aportan nada al tema de discusión*".

Intercambio: es cuando se produce una reacción. Se entiende como reacción la respuesta a un estímulo es decir a una acción. Por este motivo podemos distinguir las siguientes situaciones.

Para el estudio de las interacciones entre parejas (alumno con TDAH/ sin TDAH) nos encontramos que nos hacían falta introducir nuevas categorías, ya que en la bibliografía revisada no estaban presentes algunas de las mismas que podían caracterizar precisamente a los alumnos con TDAH. Por este motivo creamos un sistema de códigos de las interacciones con algunas categorías nuevas relacionadas con las de Chico (2014) y del trabajo de Cobo (1998). Así en los códigos de inicio del problema se han contabilizado de forma individual (en la pareja) y se han contemplado además de las mencionadas por Chico (2014): aportar, compartir, dudar, iniciar, rechazar y apoyar. Y nosotros hemos añadido las de: desconectar, interrumpir y preguntar, para poder compararlas con los alumnos sin TDAH. También se han analizado al inicio, las categorías y se han codificado las de aclaración, ampliación, cuestionamiento, clarificación, duda, exposición, opinión, perífrasis, refutación y síntesis, dados por Chico (2014).

Desarrollo de la experiencia

El desarrollo del Taller matemático nos ha permitido determinar cómo los materiales didácticos y las interacciones entre parejas de alumnos pueden contribuir en la resolución de los problemas matemáticos competenciales. Los materiales didácticos manipulables por parte de los alumnos son un instrumento que creemos que ayudan a fijar la atención de todos los alumnos, ya sean alumnos con TDAH o sin. La población del estudio la han constituido 48 alumnos de dos grupos clase de 4ºESO y se ha analizado seis parejas formadas por un

ISBN 978-84-945722-3-4

alumno con TDAH y uno sin TDAH. Para mantener su anonimato se le ha asignado un número a cada uno de ellos, de acuerdo con las buenas prácticas de la investigación.

El Taller matemático se estructuro en tres partes: unas actividades previas con materiales didácticos (geoplano, dados…) con la finalidad de conocer el punto de partida de todos los alumnos, la segunda parte unos problemas por parejas que nos permitieron valorar las intervenciones que realizaban los alumnos y como utilizaban los materiales y seguidamente una prueba final individual para poder determinar el nivel competencial adquirido por los alumnos.

Los problemas seleccionados para la realización de las actividades por parejas son problemas de tipo realista de los planteados en el estudio PISA y concretamente los de tipo de conexión: *Antártida, Triángulos, Granja, Carpintero y Dados*.

Mostraremos a continuación diferentes fragmentos de cómo los alumnos utilizan los materiales didácticos en la resolución de los diferentes problemas por parejas. Pudimos analizar detalladamente el proceso de resolución ya que las sesiones se registraron en video y audio, eran los propios alumnos que realizaban la grabación en video (con el Ipad) y esto provocaba que muchas veces ellos mismos se olvidaran que se estaban grabando. Cada pareja dispuso de 3 horas para finalizar las dos actividades compuestas por los cinco problemas. A partir de los mismos se codificaron las interacciones de acuerdo con Cobo (1998) y Chico (2014). Se añadieron las nuevas categorías debido a que estamos estudiando las interacciones de un alumno que tienen un TDAH y uno sin TDAH. Y nos interesaba determinar cuáles eran los motivos que provocan la falta de atención y de concentración de los alumnos, y las consecuencias que implicaban en la resolución de un problema matemático.

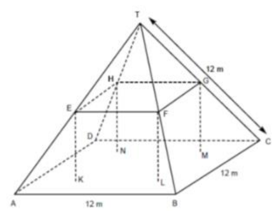
Mostraremos a continuación el problema de la "Antártida" y el de la "Granja" ya que son dos problemas que resuelven las seis parejas utilizando el geoplano.

ISBN 978-84-945722-3-4

El problema de la Antártida dice: "*Estima el área de la Antártida utilizando la escala que acompaña al mapa. Muestra cómo has hecho los cálculos y explica cómo has hecho tu estimación (puedes dibujar sobre el mapa, si te es útil para hacer la estimación*)".

Y el problema de la Granja dice "*Aquí ves una fotografía de una casa de campo con el tejado en forma de pirámide*

Debajo hay un modelo matemático del tejado de la casa con las medidas correspondientes.



La planta del ático ABCD en el modelo, es un cuadrado. Las vigas que sostienen el tejado son las aristas de un bloque (prisma rectangular) EFGHKLMN. E es el punto medio de AT. F es el punto medio de BT. G es el punto medio de CT y H es el punto medio de DT. Todas las aristas de la pirámide tienen 13m de longitud.

a.-Calcula el área de la planta del ático ABCD.

b.- Calcula la longitud de EF, una de las aristas horizontales del bloque"

Análisis y resultados

Mostraremos a continuación como hemos realizado el análisis y los resultados obtenidos por diferentes parejas, así como diferentes fragmentos de cómo los alumnos utilizaban los materiales didácticos en la resolución de los problemas.

El proceso que han seguido para resolver el problema de la "Antártida", la pareja nº1 mostramos un trozo del dialogo: Alumno 2 *¿Quieres dibujar cuadraditos?. Tú haces los verticales. Vale. A mi estos no me saldrán bien. Alumno 1. Como encuentras lo de aquí dentro.* El alumno señala la parte central del mapa. *Alumno 2. Mira si te dicen 2cm que*

ISBN 978-84-945722-3-4

*equivale a 1km con lo del geoplano vemos cuadrados. Quieres hacer el favor de estar aquí. No se lo digas. Esto es lo nuestro. Como me puedes decir que no lo entiendes. Porque me dices que no. Alumno 1. S*eñala el mapa la parte exterior**.** *Como podrás calcular esto. Alumno 2. Gira la regla. Y contesta: Mira sabes que 5mm son 2cm e iras calculando. Vale. Hago las verticales.*

El alumno 2 pasa el lápiz al alumno 1 y le pide que haga las rectas verticales. Y mientras tanto anota en la hoja lo que están realizando.

1.- Dibujamos en el mapa cuadrados de 2cm ya que la escala dice que son 1000Km.

El alumno 1 acaba de dibujar las rectas. Y se gira para continuar hablando con otros compañeros.

Ilustración 1: Dibujo realizado por la pareja nº 1

Alumno 2. *Haber "1". Vale.* Numera los cuadrados: *uno, dos, tres, cuatro enteros.*

Van estableciendo un valor, y luego realizan la suma con la calculadora y establecen como resultado final 831.000 Km ^{2}. Han resuelto el problema en 23 min.

La pareja nº2 ha seguido el procedimiento siguiente. Los alumnos realizan cada uno sus esquemas, como mostramos a continuación :

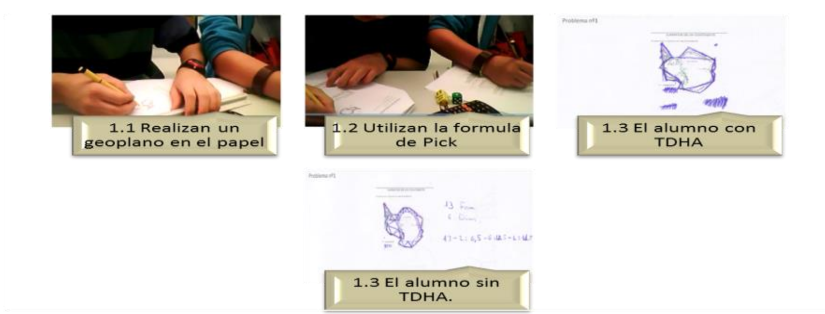


Ilustración 2: Gráfico resumen de la resolución del problema de la Antártida de la pareja nº 2.
Fuente: elaboración propia

Dibujan sobre el papel el geoplano que les ha permitido determinar el área correspondiente.

La pareja nº 1 para resolver el problema de la "*Granja*", sigue el proceso siguiente:

ISBN 978-84-945722-3-4

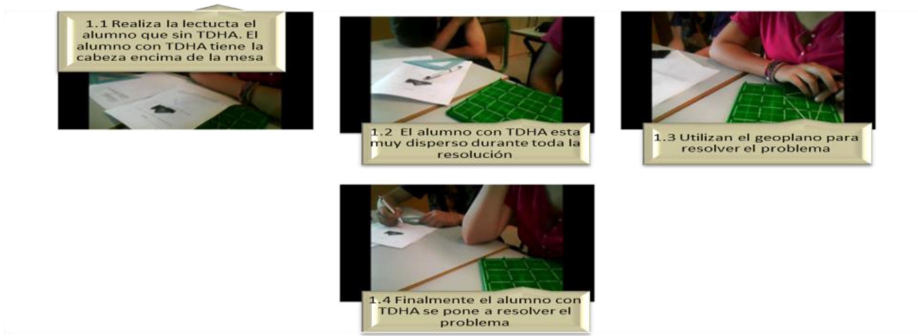
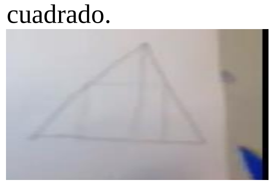


Ilustración 3: Gráfico resumen de la resolución del problema de la Granja de la pareja nº 1.
Fuente: elaboración propia

Los dos alumnos han comprendido el enunciado y planteado con la ayuda del geoplano fisico la estrategia para resolver el problema utilizando correctamente el concepto de área. Sin duda el alumno con TDAH llega a aconseguir el nivel competencial debido al trabajo con su pareja. Sin este trabajo por parejas el alumno con TDAH no es capaz por si solo de resolver el problema.

Y la pareja nº4 durante la resolución del problema podemos resaltar distintos instantes del dialogo que establecen los alumnos cuando utilizan el geoplano. A continuación, mostramos una pequeña parte del dialogo con las categorías de las interacciones que se han asignado entre los dos alumnos de manera que se puede observar como plantean y argumentan.

Tiempo	Alumno 1(con TDAH)	Alumno 2 (sin TDAH)	Observaciones	Intercambio
4:56	No te ayuda.	Porque esto es la mitad. Si construimos un cuadrado.  Y si lo dibujamos. Es la mitad	Coge el geoplano. 	Desacuerdo Aislado
5.17	2 No participas. Je, Je Quieres que vaya a buscar otro geoplano. La profesora se aburrirá ya llevamos 5 min. Quieres que vaya buscar otro. NO	Uno, dos, tres, cuatro y cinco. Haber. Hacemos un triángulo. Uno dos tres cuatro. A ver si hacemos así.		Interrupción Aislado Interrupción Atención

ISBN 978-84-945722-3-4

Mostramos los resultados de las interacciones por parejas de los dos problemas (Antártida y Granja). Los alumnos han interactuado efectuando en mayor proporción el intercambio cooperativo, tanto en el problema de la Antártida como en el de la Granja, este es un resultado que se constata en el trabajo por parejas, seguido de la interacción de validación y de pregunta. En cuanto a las interacciones iniciales la interacción de compartir una idea cuando realizan un trabajo por parejas es la que los alumnos han manifestado en mayor proporción seguida de la interacción de pregunta. Y en las interacciones a nivel de pareja la de la clarificación que supone que ambos alumnos han aclarado o corregido un razonamiento de su pareja es la interacción que también se produce en mayor frecuencia.

A partir de los tres resultados anteriores, deducimos que las interacciones que se presentan en mayor frecuencia absoluta, para los alumnos con TDAH y sin TDAH son: el intercambio cooperativo, la interacción inicial de compartir y la interacción por parejas de clarificar.

Conclusiones

El diseño de un Taller matemático utilizando materiales didácticos ofrece la posibilidad de obtener mejores resultados en la resolución de problemas. Los alumnos manifiestan a lo largo de las sesiones que esta forma de trabajar les ha proporcionado una nueva visión de las matemáticas. El trabajo por parejas ha hecho que los alumnos se implicasen, cada uno en su medida, en la realización de los problemas. La utilización de materiales didácticos (geoplano) les ha permitido visualizar la interpretación de los enunciados consiguiendo un trabajo más participativo.

El trabajo por parejas, especialmente con alumnos con TDAH, genera un punto de participación y de atención por parte de los dos alumnos de la pareja. Hemos visto como la mayoría de los alumnos han conseguido finalizar las actividades propuestas con éxito, algunas de las actividades, incluso más sencillas que muchas veces no se conseguían terminar. Por lo que se recomienda en la medida de lo posible introducir materiales que puedan ofrecer a los alumnos una nueva perspectiva en la resolución de problemas matemáticos. Ya sea materiales creados o que ellos mismos deban de construir como podría ser el teodolito. Es recomendable provocar o generar una discusión entre los alumnos, generar preguntas en que son ellos los protagonistas y deben de contestar y de resolver de forma colaborativa, esto les responsabiliza a finalizar las actividades matemáticas.

ISBN 978-84-945722-3-4

Referencias bibliográficas

Alsina, C., Burgués y Fortuny, J. M. (1987). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.

Calsamiglia et.al (1997). *La parla com a espectacle: una anàlisi de "la vida en un xip"*. Publicacions de la Universitat Autònoma

Chico, J. (2014*). Impacto de la interaccion en grupo en la construcción de argumentacion colectiva en clase de matematicas*. Tesis Doctoral.Universitat Autònoma de Barcelona

Cobb, Yackel i Wood, (1995). The teaching experiment classroom. En P.Cobb & H. Bauersfeld (Eds.), *the emergence of mathematical meaning: interaction in classroom cultures* (pp.17-24). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Cobo,P. (1998). *Análisis de los procesos cognitivos y de las interacciones sociales entre alumnos (16-17) en la resolución de problemas que comparan áreas de superficies planas. Un estudio de casos*. Tesis Doctoral. Universitat Autònoma de Barcelona

Krummheuer, G. (2011). Representation of the notion "learning-as-participation" in everyday situations of mathematics classes. ZDM- *The International Journal on Mathematics Education*, 43(172), 81-90.

OECD (2013)." *Estímulos PISA de Matemáticas liberados. Aplicación como recurso didáctico en la ESO*". Madrid. INEE, OECD.

Sfard, A. (2008). *Thinking as communicating. Human development, the growth of discourses, and mathematizing*. Cambridge, MA: Cambridge University Press

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-746

SUPERAÇÃO DAS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA ESCOLAR: UM CAMINHO SINGULAR

Amanda Marina Andrade Medeiros – Cristiano Alberto Muniz
amamedeiros@gmail.com - cristianoamuniz@gmail.com
Universidade de Brasília, Brasil

Núcleo temático: Aspectos socioculturais da educação matemática
Modalidade: CB
Nível educativo: Primário (6 a 11 anos)
Palavras chave: dificuldade de aprendizagem matemática, educação matemática, afetividade, subjetividade.

Resumo

Durante muito tempo os estudos sobre aprendizagem matemática tiveram como foco os aspectos cognitivos e intelectuais, minimizando a importância dos aspectos subjetivos, incluindo os aspectos emocionais. É nessa linha que a presente pesquisa tem como objetivo analisar movimentos da subjetividade no processo de superação das dificuldades de aprendizagem matemática. A Epistemologia Qualitativa foi a abordagem metodológica que guiou a construção da informação. Imergidos na metodologia construtivo-interpretativa conseguimos analisar diferentes aspectos subjetivos no processo de superação das dificuldades de aprendizagem matemática. O Estudo de Caso foi essencial para aprofundamos nos processos subjetivos de Lia (nome fictício). A observação participante, e as dinâmicas conversacionais com Lia, que foram gravadas, possibilitaram a observação da expressão da subjetividade de Lia. Alguns indicadores apareceram tanto no processo de observação, como nas dinâmicas conversacionais, como a insegurança, o medo e a valorização da amizade. A partir desses indicadores construímos aos seguintes resultados: Lia tem insegurança em relação ao seu conhecimento matemático, Lia vê a amizade como um porto seguro, já que as amigas sempre a ajudam na resolução dos problemas matemáticos, e com estas ela se afasta do erro, se afastando do erro se afasta das possíveis consequências desse erro, como punições verbais ou físicas.

Introdução

Superação das dificuldades de aprendizagem escolar é um assunto que vem ganhando espaço tanto na educação quanto na psicologia (Tacca, 2011; Rossato & Mitjáns Martínez, 2011). Mais do que saber que os alunos apresentam dificuldade de aprendizagem é preciso entender como ocorre a superação dessas dificuldades. Se todos temos capacidade de aprender, cada

ISBN 978-84-945722-3-4

um a seu modo, a superação das dificuldades de aprendizagem é possível de ser produzida pelo sujeito, pois seu resultado é a aprendizagem.

Para Vigotski (2010) aprender é mudar e se não há nada para mudar não há o que aprender. Logo aprendizagem pode ser definida por um estado a priori e outro a posteriori, no qual o segundo é diferente pela aquisição de um novo conhecimento, seja ele escolar, social, teórico ou prático. Ampliando o conceito de aprendizagem trazido por Vigotski (2010), González Rey (2007) direciona que só é possível uma mudança com a produção de sentidos subjetivos[7], que vai além da aquisição de novos conhecimentos e informações, pois se estabelece na unidade simbólico-emocional.

A aprendizagem escolar se dá geralmente por meio da transmissão ou construção de conhecimentos científicos (Vigotski, 2010). Apesar da escola ser um espaço de aprendizagem, o que acontece por vezes nesse espaço é a não-aprendizagem, essa não-aprendizagem se efetiva muitas vezes na dificuldade de aprendizagem matemática, quando o aluno não consegue transpor os obstáculos necessários para a aprendizagem de um conhecimento no tempo e espaço determinado pelo sistema escolar.

Para González Rey (2011) "Só percebemos, refletimos e memorizamos aqueles aspectos que ganham sentido subjetivo dentro da configuração subjetiva[8] que emerge no curso da experiência vivida que representa o momento vivo da personalidade na ação do sujeito". (p. 35). O indivíduo não tem poder para definir as configurações subjetivas a serem produzidas no momento de aprendizagem, pois estas são definidas de acordo com o arranjo sistêmico que envolve experiências vividas e o contexto da ação ou experiência atual.

O indivíduo está o tempo todo confrontando ideias, concepções, conceitos e emoções originários de diferentes experiências, vividas ao longo da sua trajetória de vida, considerando as relações dinâmicas entre sentidos subjetivos produzidos por ele e a subjetividade social[9]. Dessa forma podemos considerar o sujeito como um ser sistêmico,

---

[7] Para González Rey (2005), sentido subjetivo é a unidade simbólico emocional, gerado pelo indivíduo na experiência vivida para além da sua intencionalidade e de sua consciência, e tomam formas diversas no curso de suas diferentes ações.

[8] Para González Rey (2005) configuração subjetiva constitui um núcleo dinâmico de organização que se forma a partir de sentidos subjetivos diversos, advindos de diferentes experiências, sociais e individuais.

[9] Para González Rey (2005) subjetividade social "representa a organização subjetiva dos diversos espaços sociais, os quais formam um sistema configurado pela multiplicidade

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

onde diferentes configurações subjetivas se formam o tempo todo. Assim o indivíduo vive um movimento contínuo em sua subjetividade[10], que envolve aspectos simbólico-emocionais.

Concordando com Rossato e Mitjáns Martínez (2011) consideramos a superação de dificuldades de aprendizagem matemática como o movimento entre um estado de não aprendizagem para um estado de aprendizagem. Esta superação pode se dar por meio da ultrapassagem de obstáculos de aprendizagem, que podem ser diversos, incluindo os aspectos emocionais.

É nessa linha que a presente pesquisa tem como objetivo analisar movimentos da subjetividade no processo de superação das dificuldades de aprendizagem matemática de uma aluna do 3º ano do ensino fundamental de uma escola pública de tempo integral do Distrito Federal, Brasil.

Metodologia

Tendo como base teórica a Epistemologia Qualitativa, nos apoiamos na metodologia construtivo-interpretativa (González Rey, 2005) como base para nossa investigação, pois queremos destacar a importância de um espaço de interpretação da realidade e de construção teórica.

O estudo de caso foi um recurso utilizado dentro do processo construtivo-interpretativo,

A participante da pesquisa, Lia, foi escolhida por apresentar alguns indicadores de dificuldade de aprendizagem matemática. Definimos três estratégias para escolher Lia como participante da pesquisa: Indicação da professora da turma como aluna com dificuldade de aprendizagem matemática; testes escritos e práticos sobre o conhecimento matemático do nível escolar do aluna; observação de alunos em sala de aula.

Ficamos 1 ano letivo observando uma sala de aula do 3º ano do ensino fundamental, nesse período foram feitas observações em sala de aula duas a três vezes por semana nos horários das aulas de matemática. No primeiro semestre letivo fizemos observação e trabalhamos

---

de produções que, em uma determinada sociedade, faz parte, de maneira diferenciada e parcial dos distintos espaços sociais nela coexistentes". (p.147).

[10] Aqui utilizamos o conceito de subjetividade de González Rey (2005), que define subjetividade como a representação dos processos e formas de organização subjetiva dos indivíduos concretos.

ISBN 978-84-945722-3-4

alguns instrumentos com toda a turma para selecionar os participantes da pesquisa, que seriam alunos com dificuldade de aprendizagem matemática, onde Lia foi escolhida por ter se destacado nos três itens listados. Na turma haviam 18 alunos, desses Lia logo no início das observações foi uma das crianças na qual a pesquisadora observou sérias dificuldades em relação ao conhecimento matemático. Um dos episódios, logo na primeira semana de observação foi a dificuldade na quantificação e na contagem, incluindo ordem, inclusão hierárquica e antecessor e sucessor. Tal observação foi feita a partir do acompanhamento da pesquisadora na realização de atividades matemáticas em sala de aula. Outro fato observado durante a realização das atividades matemáticas nessa sala de aula foi a insegurança de Lia, observamos que Lia não fazia as atividades sozinha, grande parte das vezes observamos ela copiar as respostas dos colegas de turma, ou os colegas darem as respostas prontas para ela.

A outra estratégia foi o teste diagnóstico, no qual Lia teve resultados mediano, conseguiu resolver parte das atividades propostas, porém algumas vezes solicitou ajuda dos colegas ou olhou como os colegas estavam fazendo para depois realizar o seu teste.

Após a etapa de escolha continuamos observando Lia na sala de aula durante mais um semestre, mas fizemos, também, encontros individuais para observar e analisar como ocorre seu processo de superação das dificuldades na aprendizagem da matemática e observar expressões da subjetividade de Lia.

Foram feitos 4 encontros, nos quais fizemos atividades matemáticas e também trabalhamos alguns instrumentos de pesquisa, todos conversacionais, pois é nesse processo onde se expressa a subjetividade do sujeito que aprende.

Nos encontros utilizamos: Entrevista aberta, no qual Lia falou sobre diversos aspectos do seu cotidiano; Desenho “a matemática para mim é...”, no qual Lia teve que desenhar a primeira coisa que vinha à cabeça quando pensava em matemática; Desenho “o que me deixa feliz e triste na escola”, instrumento para analisar a relação de Lia com o espaço escolar; Que animal é, no qual Lia tinha que escolher um desenho de animal que representasse cada pessoa de seu convívio escolar e familiar, acompanhado de uma conversa sobre suas escolha; Acompanhamento de atividades matemáticas.

Essa composição metodológica permitiu reflexões teóricas sobre as informações construídas no campo de pesquisa, permitindo a construção de novos conhecimentos relacionados à

ISBN 978-84-945722-3-4

superação de dificuldades na aprendizagem matemática em uma perspectiva da subjetividade.

O processo de superação das dificuldades de aprendizagem matemática

Acreditamos que para haver superação de dificuldades é necessária uma mudança de experiências vivenciadas pelo sujeito que aprende matemática. São as experiências que determinarão os sentidos subjetivos produzidos pelo indivíduo no processo de aprendizagem matemática e como esses se configurarão no sujeito, no contexto e na ação.

Como destacam Rossato e Mitjáns Martínez (2011), "para que a aprendizagem ocorra, há que se promoverem situações pedagógicas que impactem na constituição subjetiva do aprendiz, podendo, então, incidir no desenvolvimento e gerar novas possibilidades de aprender" (p. 71), por isso destacamos a importância dos encontros individuais com Lia.

Aqui destacamos o caso de Lia, que vezes aparece como indivíduo passivo no processo de aprendizagem e vezes como sujeito, que participa de seu próprio processo de aprendizagem. Lia é uma menina retraída e tímida. Você precisa estabelecer uma boa relação com ela para conseguir extrair algumas palavras de sua boca. Ao perguntar um pouco mais sobre Lia à professora soube que ela já havia feito o terceiro ano, ou seja, ela repetiu essa etapa do ensino fundamental. No processo de observação da sala de aula percebemos que Lia sempre faz o dever com as colegas, devido até à configuração da sala de aula, onde a professora sempre trabalha com a estratégia de grupos áulicos[11]. Porém, ao observar mais de perto, percebemos também que Lia copia a resposta das colegas.

Nos encontros individuais observamos que Lia apresenta conhecimentos para a resolução dos problemas, porém muitas vezes não consegue organizá-los de forma eficiente. Com uma baixa autoestima, observamos que o processo de aprendizagem de Lia não advém apenas de questões cognitivas ou de metodologias da professora, mas as questões emocionais estão profundamente relacionadas com sua dificuldade de aprendizagem matemática. A baixa autoestima está associada ao abandono da mãe, às responsabilidades assumidas em casa, como mulher da casa, aos nove anos de idade, que inclusive cuida do irmão mais novo, e das broncas dos irmãos, que por vezes a inferioriza. Na entrevista aberta Lia relatou que cuida da

[11] Grupos de 4 a 5 alunos que muda com certa periodicidade.

ISBN 978-84-945722-3-4

casa e cozinha. Depois de passar dez horas na escola, ela quem cuida do irmão mais novo, dá o jantar, dar banho e coloca-o para dormir. Essas experiências fazem com que Lia produza sentidos subjetivos que estarão presentes também em seu processo de aprendizagem matemática. O pai chega em casa apenas às 21h, logo ela assume diversos afazeres domésticos para manter o funcionamento da casa.

Quando pedimos para escolher um animal que representasse seu irmão mais velho, Eduardo, Lia escolheu Scar, leão vilão do Filme o Rei Leão, Representado na Figura 1 do Apêndice e para o irmão Renan um rinoceronte bravo, Figura 2 do Apêndice. Perguntei porque ela escolheu tais personagens para o irmão, o que resultou no seguinte diálogo no Diálogo 1 do Apêndice, onde relatou alguns episódio de violência e agressões dos irmãos em relação a ela. Lia tem medo dos irmãos que batem nela. Apesar de ela dizer nesse diálogo que ela não sabe porque eles batem nela, em outras conversas ela relatou que os irmãos brigam com ela quando ela faz algo de errado, como, por exemplo, quando ela queimou um arroz que o irmão mais velho iria servir em um churrasco que estava fazendo com os amigos (Entrevista Lia, 24 de novembro de 2016).

Essa parece ser uma situação frequente no cotidiano de Lia, pois sempre relata esses acontecimentos para as amigas. É para as amigas que ela conta que os irmão bateram nela ou gritaram. Elisa, participante da pesquisa e amiga de Lia, relatou que Lia sempre conversa com ela sobre os irmãos que brigam com ela (Entrevista Elisa, 17 de novembro de 2016). Essas situações produzem sentidos subjetivos, constituídos pela unidade simbólico-emocional, que se configuram de diferentes formas nos diferentes espaços, incluindo o espaço de aprendizagem matemática, onde Lia se mostra com medo do erro e passa a copiar o dever das colegas, pois não tem confiança sobre o seu conhecimento, logo, com medo de errar, passa a copiar a resposta dos colegas, que, para ela, sabem mais que ela, e assim se livra do erro e de suas possíveis punições. Porém o erro é um elemento cognitivo importante no processo de aprendizagem matemática.

Em uma aula pedimos para todos os alunos desenharem a primeira coisa que viesse à cabeça quando ouvisse a palavra matemática. Lia desenhou um coração, Figura 3 do Apêndice. Depois de sete meses que Lia fez esse desenho, em um encontro individual, perguntei se ela lembra o que tinha desenhado e ela de imediato respondeu: coração. Peguei o desenho e mostrei para ela, o que desencadeou o Diálogo 2 do Apêndice.

ISBN 978-84-945722-3-4

Nas observações foi possível verificar, que a Laura, amiga de Lia, ao ajuda-la geralmente já dá a resposta pronta. Da mesma forma a Lia, na maior parte das vezes, olha a atividade das amigas e copia.

Quando Lia apenas copia uma resposta pronta, ou reproduz as explicações da amiga, ela não está sendo sujeito de sua aprendizagem, pois ela não está mobilizando os conhecimentos que tem e agindo para solucionar os problemas matemáticos, ela está sendo apenas um indivíduo reprodutor de estratégias de resolução e de respostas. Esse copiar garante a Lia êxito em suas respostas, pois ela tem insegurança em relação ao seu conhecimento. Na realização de atividades matemáticas seus sentidos subjetivos se configuram de tal forma que as emoções medo e insegurança aparecem para frear suas possibilidades de fazer matemática. Nos encontros, durante a realização de atividades matemáticas, é possível observar que Lia opera matematicamente bem, realiza contas de acordo com os algoritmos aprendidos, mas a insegurança e baixa autoestima lhe impede, muitas vezes, de seguir a diante com seu pensamento matemático.

A baixa autoestima e insegurança surgem de experiências que estão além dos muros da escola. Quando dizemos que o desenvolvimento do indivíduo é sistêmico, significa que ele não é linear, e que se faz a partir de redes simbólico-emocionais que se configuram de uma forma única em cada indivíduo, por isso aspectos escolares não advém apenas de experiências escolares.

As diferentes experiências que Lia teve no ambiente escolar e extraescolar fizeram com que ela produzisse sentidos subjetivos diversos, que se configuram de forma diferente em cada atividade matemática, mas existem algumas configurações que parecem ser estáveis nas atividades matemáticas de Lia.

Em encontros individuais com a Lia verificamos que ela tem conceitos pertinentes para a resolução dos problemas matemáticos, por meio da resolução de problemas matemáticos. Fizemos alguns exercícios em que Lia conseguiu resolver os problemas, sem precisar copiar, momento este em que ela foi sujeito no seu processo de aprendizagem, criando estratégias para resolução dos problemas e superando as dificuldades de aprendizagem matemática. Observamos que quando estamos do lado dela, apoiando e validando seu conhecimento matemático, Lia consegue resolver os problemas matemáticos.

ISBN 978-84-945722-3-4

Assim verificamos que a dificuldade de aprendizagem matemática de Lia está relacionada muito mais com aspectos subjetivos e não com os aspectos operacionais ou cognitivos.

Lia vê as amizades como um porto seguro, pois com estas ela se afasta do erro, se afastando do erro se afasta das possíveis consequências desse erro. Entretanto, não se permite realizar experiências fundamentais para a aprendizagem matemática, pois copia como fuga do erro/punição.

Ao pedir para desenhar o momento que se sente feliz na escola e o momento que se sente triste, Lia desenhou na parte do "quando se sente triste" uma Briga com a Amiga Elisa, e quando se sente Feliz o retorno da amizade com Elisa (Figura 4 do Apêndice).

Em uma outra atividade, onde demos diversas opções de desenhos para escolher um para cada membro que convive com Lia, ela escolheu um dragão soltando fogo pra a Professora Rosa (Figura 5 do Apêndice), já para a Amiga Elisa um gatinho(Figura 6 do Apêndice). Lia procura nas amizades o apoio que não tem em casa, processo emocional que gera resultados no processo de superação das dificuldades de aprendizagem. Como muitas vezes não consegue se aproximar da professora, que grita e briga muito com ela, procura nas amigas possibilidades de superação de suas dificuldades de aprendizagem matemática.

Considerações Finais

As dificuldades de aprendizagem matemática têm como causa fenômenos que estão além das paredes da sala de aula e dos problemas da escola. Um indivíduo se desenvolve em diferentes espaços, onde tem diferentes experiências, logo a produção de sentidos subjetivos, que se configuram de modo diferente em cada momento de aprendizagem, são produzidos em diferentes espaços.

Com Lia pudemos observar que os sentidos subjetivos produzidos fora do ambiente escolar se configuram de uma forma no processo de aprendizagem matemática que gera dificuldades que ela não consegue ultrapassar. Alguns indicadores apareceram tanto no processo de observação, como nas dinâmicas conversacionais, como a insegurança, o medo e a valorização da amizade. A partir desses indicadores construímos os seguintes resultados: Lia tem insegurança em relação ao seu conhecimento matemático, Lia vê a amizade como um porto seguro, já que as amigas sempre a ajudam na resolução dos problemas matemáticos, e com estas ela se afasta do erro, se afastando do erro se afasta das possíveis consequências

ISBN 978-84-945722-3-4

desse erro, como punições verbais ou físicas, com o acompanhamento individual, valorização e validação do seu conhecimento matemático Lia consegue produzir novos sentidos subjetivos e superar as dificuldades de aprendizagem matemática, sendo sujeito de sua aprendizagem e produzindo estratégias para resolução das atividades matemáticas.

Referências bibliográficas

González Rey, F. (2005). *Sujeito e subjetividade.* São Paulo: Thomson.

González Rey, F. (2007). *Psicoterapia, Subjetividade e Pós-Modernidade: uma aproximação histórico-cultural.* São Paulo: Thomson.

González Rey, F. (2011) *Subjetividade e Saúde*: *superando a clínica da patologia.* São Paulo: Cortez.

Rossato, M. & Mitjáns Martínez, A. (2011). A superação das dificuldades de aprendizagem e as mudanças na subjetividade. En: Tacca, C. V. R. & Mitjáns Martínez, A. *Possibilidades de Aprendizagem:* ações pedagógicas para alunos com dificuldade e deficiência. p. 71 – 107. Campinas: Alínea.

Vigotski, L S. (2010). *Psicologia pedagógica.* São Paulo: Martins Fontes.

Apêndice

Figura 1: Animal que representa o irmão Eduardo

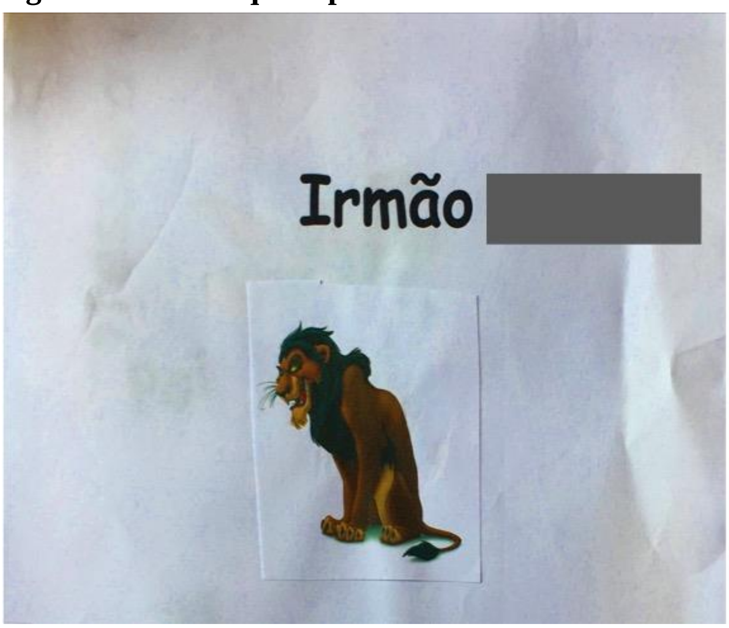
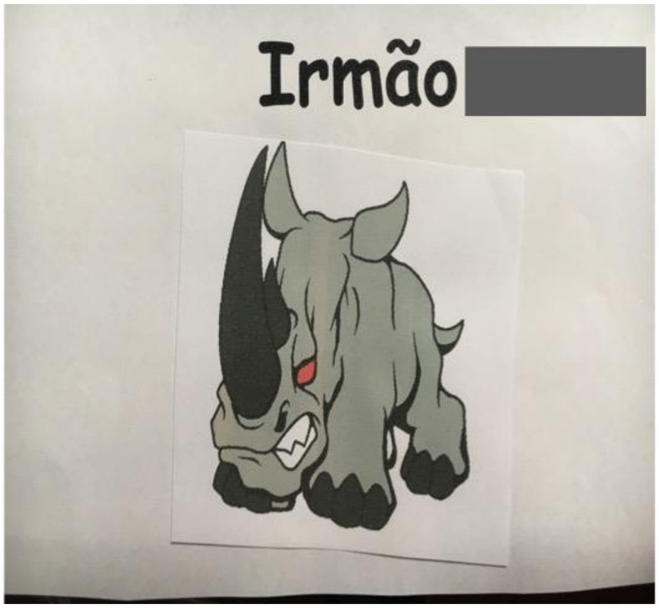


Figura 2: Animal que representa o irmão Renan

ISBN 978-84-945722-3-4



ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 3: Desenho que representa O que é a matemática

Figura 4: Desenho sobre o que me deixa Feliz e o que me deixa triste na escola

Desenho: sentimentos sobre a escola
Auno: ____________________

Pense nos momentos que você passa na escola, desde que começou o ano até agora, pense em tudo o que você faz. Agora faça um lindo desenho descrevendo as duas situações

O que me faz sentir triste?

[redacted]

O que me faz sentir feliz?

Figura 5: Animal que representa a professora Rosa

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

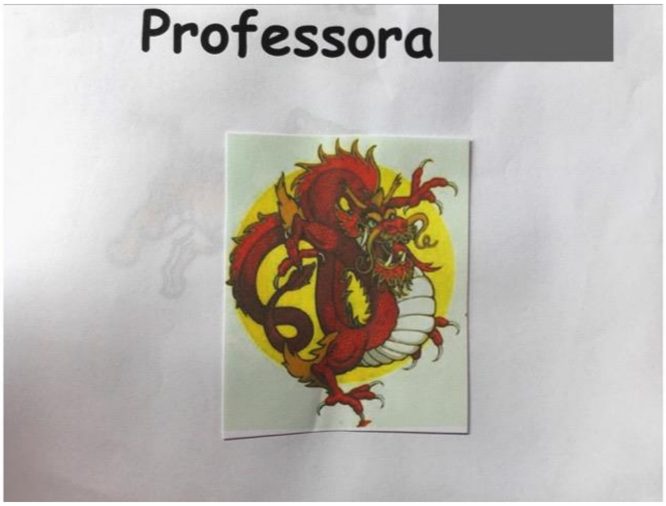
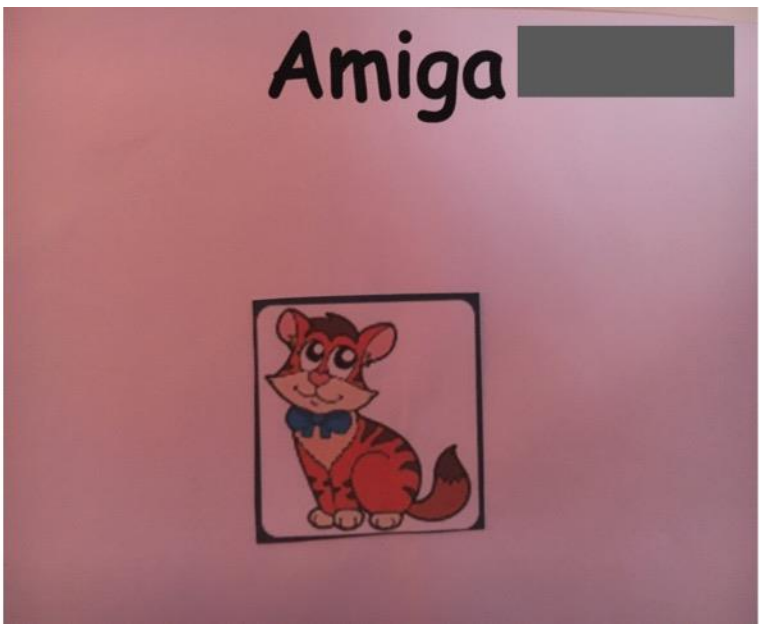


Figura 6: Animal que representa a amiga Elisa



Diálogo 1: Diálogo sobre os animais escolhidos por Lia para os irmãos Eduardo e Renan, 27 de outubro de 2016

Pesquisadora: Então escolhe um animal para o Alife.

Lia: Pega um Rinoceronte

Pesquisadora: Que animal é esse?

Lia: Um rinoceronte.

Pesquisadora: E como o Rimiceronte é?

Lia: É bravo.

ISBN 978-84-945722-3-4

(...)

Pesquisadora: Você acha ele bravo?

Lia: balança a cabeça dizendo sim.

Pesquisadora: Que animal; é esse?

Lia: Tigre

Pesquisadora: Tigre?

Lia: não, um leão.

Pesquisadora: E como o leão é?

Lia: É bravo também

Pesquisadora: E o xandinho é bravo?

Lia: (balança a cabeça como quem diz sim.

Pesquisadora: E ele briga com você?

Lia: Balança a cabeça como quem diz sim

(...)

Pesquisadora: E por que eles brigam com você? Você sabe?

Lia: Balança a cabeça como quem diz não.

Diálogo 2: Diálogo sobre o desenho que representa a matemática, o coração, 03 de outubro de 2016

Pesquisadora: Por que você desenhou esse coração?

Lia: Pra lembrar a amizade.

(...)

Pesquisadora: E você sente alguma dificuldade quando está fazendo matemática? Porque você falou assim, ah, eu gosto das meninas porque elas me ajudam no dever, principalmente em matemática.

Lia: Só um pouquinho.

Pesquisadora: Você sente dificuldade? E aí quando você sente dificuldade você procura quem?

Lia: Minhas amigas.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Pesquisadora: Suas amigas... hum. E geralmente você chama a Sara e a Maria Luíza?

Lia: E a Sofia.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

CB-747

EL USO DE SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN EN LA FORMACIÓN INICIAL DE MAESTROS DE PRIMARIA

Carmen G. Aguayo-Arriagada – Pablo Flores Martínez – Antonio Moreno Verdejo
carmenaguayo@correo.ugr.es – pflores@ugr.es – amverdejo@ugr.es
CONICYT, Chile; Universidad de Granada, España

Núcleo temático: Formación del profesorado en matemática
Modalidad: CB
Nivel educativo: Educación básica primaria
Palabras clave: Formación inicial, sistemas de representación, división, análisis de contenido

Resumen

Con el objeto de indagar en el desarrollo del conocimiento de futuros maestros de primaria, en esta comunicación presentamos el análisis de las producciones que se realizaron en el curso "Diseño y desarrollo del currículo de Matemáticas en la Educación primaria", de tercer año del grado de Educación Primaria de la Universidad de Granada. Nos enfocamos en ver los diferentes sistemas de representación que fueron planteados al hacer el análisis de contenido del tema matemático, división. Para luego analizar la coherencia de este con la Unidad Didáctica realizada al final del curso, como también con lo planteado en los libros de textos. Esta triangulación (análisis de contenido – unidad didáctica – libros de textos) nos interesa, porque nos ayuda a entender cómo los futuros maestros ponen en juego, en su planificación lo adquirido durante la instrucción. Entre las conclusiones, queremos destacar el énfasis de los futuros maestros, al investigar sobre los diferentes sistemas de representación, en el análisis de contenido siendo este más completo que lo presentado en los libros de textos.

Introducción

La formación de profesores de matemática es una línea de investigación en Educación Matemáticas, que profundiza, como uno de sus intereses en cómo aprenden a ser profesores. En esta comunicación nos centramos en comprender cómo aprenden didáctica de las matemáticas los futuros maestros de primaria.

Para dar respuesta tenemos que arrancar de examinar los programas de formación. Diferentes investigaciones (Blanco, 2002; Rico, Gómez y Cañadas, 2011) han revisado cómo se ha modificado el currículo en la formación inicial para maestros de primaria, específicamente para las matemáticas. También diferentes grupos de investigación han propuesto modelos para formar a futuros maestros de primaria en didáctica de las matemáticas. En este trabajo

ISBN 978-84-945722-3-4

tomaremos como referente al grupo de investigación “Didáctica de la matemática. Pensamiento numérico” (PNA), de la Universidad de Granada, que en los últimos años ha trabajado un modelo de formación en el grado de primaria, basado en el Análisis Didáctico, pretendiendo un desarrollo funcional del conocimiento del contenido matemático escolar y del conocimiento didáctico de las matemáticas escolares (Rico, 2015).

En Rico, Lupiáñez y Molina (2013) se señala que el Análisis Didáctico es una herramienta que facilita profundizar en: 1) el significado del contenido matemático escolar especifico (análisis de contenido), 2) el conocimiento de aspectos cognitivos de los alumnos (análisis cognitivo), 3) la planificación de unidades didácticas (análisis de instrucción) y, 4) finalmente su evaluación (análisis evaluativo).

En este trabajo nos situamos en el programa de formación inicial del Grado de Primaria de la Universidad de Granada, en la asignatura “Diseño y desarrollo del currículo de matemática en la Educación Primaria”, que se imparte en el tercer año, y que utiliza el Análisis Didáctico. Particularizamos al análisis de contenido, específicamente al organizador "sistemas de representación", referido al contenido matemático división, durante la planificación de su unidad didáctica (análisis de instrucción).

La elección de estos tópicos tienen estrecha relación. La división es una de las cuatro operaciones básicas que se introducen en primaria, y diferentes investigaciones (Castro, 2008) reconocen la dificultad de su proceso de enseñanza y aprendizaje, por lo que es importante y necesario trabajar con diferentes sistemas de representación para aportar una mayor comprensión del concepto y de su procedimiento (Rico, 2009).

Los libros de textos son uno de los materiales que más influyen en la enseñanza de las matemáticas en Primaria, y desde luego, los revisan los futuros maestros para el desarrollo de sus producciones durante su formación. En un trabajo realizado anteriormente (Aguayo-Arriagada, Piñeiro y Flores, en prensa), analizamos cómo se recogen los sistemas de representación sobre la división en los libros de texto.

Enmarcado dentro de este escenario nos planteamos analizar la coherencia que existe entre el análisis de contenido que realizan los estudiantes, su unidad didáctica y los libros de textos, ya que esta triangulación aporta información relevante que nos ayuda a comprender cómo los futuros maestros ponen en juego el conocimiento adquirido en la instrucción, con lo que estaremos entendiendo mejor su aprendizaje.

ISBN 978-84-945722-3-4

Referentes Teóricos

Dentro de las investigaciones en Didáctica de las Matemáticas, un tema de interés ha sido la formación inicial de los maestros de primaria. Las investigaciones en esta línea apuntan, por una parte al conocimiento y competencias que deben tener los futuros maestros de primaria (Rico, 2015), y a cómo van aprendiendo este conocimiento en la formación inicial. Centrados en esto último debemos situar el programa de formación para maestros de primaria. Rico, Gómez y Cañadas (2011) hacen una revisión de los programas en España entre los años 1991 y 2010, concluyendo que es necesario dar más énfasis en la formación inicial sobre didáctica de la matemática y sobre matemáticas escolares.

Diferentes autores han realizado propuestas de formación, Socas (2011) propone tres sistemas de actividades básicas: Organizar el contenido matemático para enseñarlo, analizar e interpretar las producciones matemáticas de los alumnos y saber gestionar el contenido matemático en el aula. Por su parte Llinares (2004) y su grupo de investigación de la Universidad de Alicante, proponen entornos de aprendizaje basados en las evidencias de la práctica de clase de Primaria, para que los futuros maestros aprendan a ver, interpretar, escuchar, y diseñar (Llinares, 2004). En la Universidad de Granada, el grupo de investigación Pensamiento Numérico (en el que se enmarca este trabajo), usan el Análisis Didáctico (AD) para que los futuros maestros comprendan los conceptos matemáticos, y se familiaricen con resultados de investigaciones en Didáctica de la Matemática, para profundizar sobre la enseñanza y aprendizaje de dichos contenidos y puedan diseñar unidades didácticas para ello (Flores, 2013).

Esta visión funcional de la formación inicial de futuros maestros en Educación Matemática, se lleva a cabo con el AD, herramienta que deriva de los trabajos de Rico (1997a, 1997b), a partir de organizadores del currículo. Aunque el AD contempla el análisis de contenido, cognitivo, de instrucción y evaluativo, en este trabajo nos centramos en el análisis de contenido de la división, que contempla la profundización en su estructura conceptual, en su fenomenología y en los sistemas de representación. Hemos focalizado la atención sobre este último, ya que relacionamos la dificultad del proceso de enseñanza y aprendizaje de la división, con la idea de que una enseñanza basada en la comprensión tiene que utilizar y relacionar diferentes sistemas de representación.

ISBN 978-84-945722-3-4

Lupiáñez (2016) destaca cuatro sistemas de representación de un contenido aritmético: simbólico, verbal, gráfico y físico.

El sistema de representación simbólico se refiere a los sistemas estructurados de grafismos que se usan para expresar los números y sus operaciones. El sistema de representación verbal explicita los términos y la sintaxis con que expresamos verbalmente números, operaciones, relaciones y prioridades. El sistema de representación gráfico aparece al representar la cantidad y relaciones mediante imágenes gráficas, como los números en la recta numérica, patrones y configuraciones puntuales en dos y tres dimensiones, u organizaciones visuales, como las tablas numéricas. El sistema de representación físico se plasma, en la aritmética, en recursos y materiales manipulativos que representan cantidades y permiten realizar acciones. El ábaco, las Regletas o los Bloques Multibase permiten representar y operar con números naturales, mostrando sus relaciones estructurales (op.cit. 127-128).

Metodología y Resultados

Este trabajo analiza el curso desarrollado el año académico 2015–2016, en el que los estudiantes trabajaron en grupos de cuatro personas, 6 de ellos trabajaron con la división, aunque cada grupo tenía un nivel educativo, entre 2º y 5º de Primaria, que según el currículo es donde se desarrolla dicho contenido matemático.

Se analizaron los sistemas de representación aparecidos en dos trabajos: 1) En el listado que aparecen en el análisis de contenido y 2) En la unidad didáctica, los sistemas que aparecían en las tareas matemáticas escolares diseñadas para las diferentes sesiones de clase.

En la tabla 1 mostramos el resumen de los sistemas de representación que planteaban los futuros maestros en el análisis de contenido.

Tabla 1.
Sistemas de representación en análisis de contenido

Grupos	Análisis de contenido
G1	Físico (Material Multibase MMB) Gráfico Simbólico
G2	Simbólico – verbal Gráfico
G3	Gráfico (discreto o de conjunto, lineal, de área)
G4	Físico (ábaco, regletas Cuissenaire, MMB) Gráfico (modelos lineales, configuraciones, puntual, modelo funcional) Simbólico (verbal, modelo numérico, algoritmo)

ISBN 978-84-945722-3-4

G5	Gráfico (discreto o conjunto, lineal, área) Simbólico Físico (multibase)
G6	Físico Gráfico (modelos lineales, cardinales, medida) Simbólico (verbal, numéricos, razón aritmética, funcionales)

Podemos observar que 4 de los 6 grupos hacen mención al sistema de representación físico, de los cuales 3 de ellos especifican material educativo que sirve para trabajar el concepto de división. El sistema de representación gráfico está presente en la totalidad de los grupos, pero 4 de ellos especifican diferentes modelos, coincidiendo el lineal, de área y discreto. En cuanto al sistema de representación simbólico 5 de los 6 grupos lo exponen, 2 grupos detallan modelos. La mitad de los grupos hace mención al sistema de representación verbal. Apreciamos que la mayoría de los grupos presenta gran riqueza de sistemas de representación dentro del análisis de contenido.

En la figura 1 mostramos un ejemplo del grupo 5, aludiendo al sistema de representación gráfico:

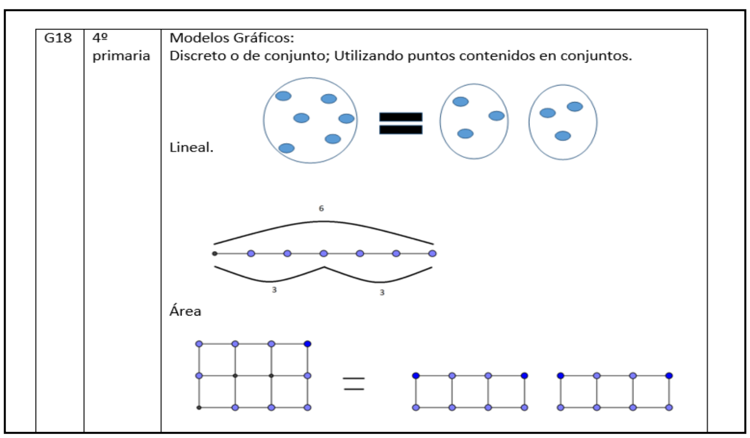


Figura 1. *Sistema de representación gráfico, grupo 5*

El las unidades didácticas revisamos todas las sesiones. Los grupos planificaron entre 6 y 8 sesiones con diferentes actividades, en la tabla 2 mostramos un resumen de los sistemas de representación que se trabajan en la resolución de las tareas planteadas.

Tabla 2.
Sistemas de representación en las unidades didácticas

Grupos	Sistemas de representación
G1	Físico: canicas, garbanzos, pajitas, frutas, material multibase Gráfico: fichas de trabajo

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

G2	Físico: Cubos Multilink, regletas, MMB Gráfico: fichas de trabajo
G3	Físico: Caja Mackinder, MMB, material manipulativo Gráfico: fichas de trabajo Simbólico: fichas de trabajo
G4	Físico: material concreto, ábaco, Regletas Gráfico: fichas de trabajo Simbólico: fichas de trabajo
G5	Físico: ábaco Gráfico: fichas de trabajo Simbólico: fichas de trabajo
G6	Físico: MMB Gráfico: fichas de trabajo Simbólico: fichas de trabajo (método ABN)

La totalidad de los grupos propone trabajar con el sistema de representación físico, sobre todo en las primeras sesiones. Llama la atención que los grupos 5 y 6 solamente utilizan un tipo de material concreto, lo que atribuimos a que le dan más importancia al sistema de representación simbólico, por corresponder a cursos avanzados de Primaria (4º y 5º), en los que se da más énfasis al algoritmo de la división. Los 6 grupos trabajan con el sistema de representación gráfico. Las fichas de trabajo (que todos los grupos proponen), presentan problemas y pide a los alumnos representar gráficamente, o bien se les da una representación para que ellos trabajen con estas. La figura 2 presenta un ejemplo del grupo 2.

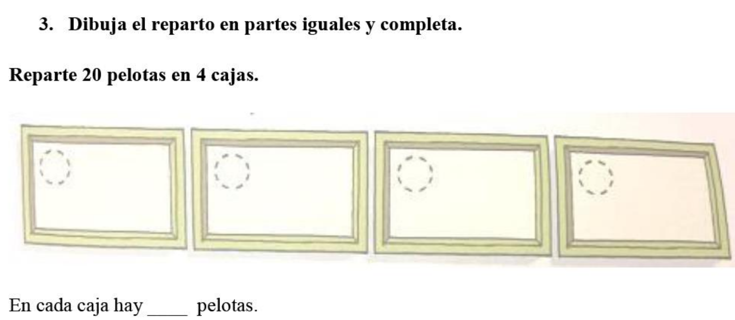


Figura 2. *Sistema de representación gráfico, grupo 2*

El sistema de representación simbólico lo utilizan en sus planificaciones 4 de los 6 grupos, a través de fichas de trabajo, en las cuales se enfatiza el algoritmo de la división, teniendo mayor presencia en los grupos 5 y 6, por ser los niveles educativos donde ya está afianzada la operación. Destaquemos que el grupo 6 propone el método ABN, para realizar la división.

ISBN 978-84-945722-3-4

En cambio los grupos 1 y 2 no trabajan con este sistema de representación, por corresponderles el nivel (2º de primaria) en el que se introduce el concepto de división. A pesar de que en el análisis de contenido 3 grupos aluden al sistema de representación verbal, en la unidad didáctica no lo trabaja ningún grupo.

La tercera revisión que hicimos fue a los libros de textos, de la editorial SM proyecto Savia de Andalucía, en cada uno de los niveles de los grupos (2º, 3º, 4º y 5º de Primaria). La tabla 3 muestra los sistemas de representación que aparecen en cada uno.

Tabla 3.
Sistemas de representación en libros de textos

Nivel educativo	Sistemas de representación
2º	Gráfico, físico, simbólico
3º	Unidad 5: Gráfico, físico, simbólico Unidad 6: Simbólico, gráfico, físico
4º	Simbólico, gráfico
5º	Simbólico

Los libros de textos de los dos primeros niveles trabajan con los tres sistemas de representación, pero hay mayor presencia del gráfico, dejando el uso de material concreto (sistema de representación físico) como un taller, y no aparece de manera constante durante toda la unidad. En 3º de Primaria, que es donde se introduce el algoritmo de la división, su unidad 6 comienza con el sistema de representación simbólico, y se repite en los dos niveles educativos posteriores. Es decir, cuando se empieza a trabajar con el algoritmo los libros de textos enfatizan dicho sistema de representación. Así también podemos observar que se van dejando de lado los sistemas de representación gráfico y físico en cuanto se avanza se nivel.

Conclusiones

Al analizar los elementos descritos (Análisis de Contenido, Unidad Didáctica y libros de textos), llegamos a las siguientes consideraciones finales:

Destacar el nivel de profundización y riqueza de representaciones que los futuros maestros desarrollan en el Análisis de Contenido (AC), lo que muestra una preocupación por adquirir nuevos conocimientos, a través de la revisión de diferentes fuentes de información. Al comparar el AC con la Unidades Didácticas (UD) planificadas, vemos que en las UD el uso de sistemas de representación es más pobre o tradicional que lo planteado en el AC.

ISBN 978-84-945722-3-4

Apreciamos que los futuros maestros muestran un mayor abanico de conocimientos que el reflejado en su planificación, lo que les permitirá enfrentar situaciones en su labor docente.

Nos percatamos que existe relación entre la UD y los libros de textos escolares, mostrando que es evidente la influencia de estos en la planificación de los futuros maestros. Es similar la secuencia en el uso de sistemas de representación en los distintos niveles educativos. Es de destacar el avance de los dos primeros grupos, que, a pesar que el texto de 2º de Primaria enfatiza el sistema de representación gráfico, proponen trabajar con el sistema de representación físico, situación que se repite en el resto de los grupos en las primeras sesiones, lo que nos hace apreciar el esfuerzo por parte de los futuros maestros por mejorar y aportar en el proceso de enseñanza y aprendizaje del contenido matemático de la división.

Como menciona Flores (2016), las decisiones sobre selección de textos, su organización y sus contenidos, con intención de mejorar el proceso de enseñanza, es una tarea compleja, pero en vista de los resultados de este trabajo y haciendo la triangulación (Análisis de Contenido, Unidad Didáctica y Libros de Texto), consideramos que el proceso que llevan a cabo estos futuros maestros muestra una conexión entre los conocimientos adquiridos en su formación y lo reflejan en la planificación de UD. Este trabajo da algunas ideas sobre cómo aprenden conocimiento profesional (Rico, 2015) los maestros de Primaria, mostrando que es un proceso complejo y que necesariamente tiene que haber relación entre los componentes del conocimiento del contenido matemático escolar y el conocimiento didáctico de las matemáticas escolares, apuntando a su funcionalidad.

Referencias bibliográficas

Aguayo-Arriagada, C. G., Piñeiro, J. L. y Flores, P. (en prensa). *La introducción a la división en educación primaria. Un análisis comparativo*. En Actas del XVI Congreso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Jerez de la Frontera, España: SAEM THALES.

Blanco, L. (2002). Educación matemática y formación inicial del profesorado de Primaria, Secundaria y Bachillerato. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, *43*, 173-179.

Castro, E. (2008). Resolución de problemas: ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. Blanco (Eds.), *Investigación en educación matemática XII*. (pp. 113-140). Badajoz, España: SEIEM.

Flores, P. (2013). *¿Por qué multiplicar en cruz? Formación inicial de profesores de Primaria, en el área de Matemáticas*. En SEMUR (Ed.), *Actas VII CIBEM*. Montevideo: Autor. Recuperado de: http://www.cibem.org/extensos/47_1375090358_flores_multiplicar_en_cruz.pdf

ISBN 978-84-945722-3-4

Flores, P. (2016). Textos para el currículo de matemáticas. En L. Rico y A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria* (pp. 119-136). Madrid, España: Pirámide.

Lupiáñez, J. L. (2016). Sistemas de representación. En L. Rico y A. Moreno (Eds.), *Elementos de didáctica de la matemática para el profesor de Secundaria*, (pp. 119-136). Madrid, España: Pirámide.

Llinares, S. (2004). La generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en la Educación Primaria. *UNO*, *36*, 93-115.

Rico, L. (1997a). *Educación matemática en la enseñanza secundaria*. Barcelona, España: Horsori.

Rico, L. (1997b). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en educación secundaria*. Madrid, España: Síntesis.

Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *PNA, 4*(1), 1-14.

Rico, L. (2015). Matemáticas escolares y conocimiento didáctico. En P. Flores y L. Rico (Eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en educación primaria*, (pp. 21-40). Madrid, España: Pirámide.

Rico, L., Gómez, P. y Cañadas, M. C. (2014). Formación inicial en educación matemática de los maestros de primaria en España, 1991-2010. *Revista de Educación*, *363*,35-59.

Socas, M. M. (2011). Aprendizaje y enseñanza de las Matemáticas en Educación Primaria. Buenas prácticas. *Educatio siglo XXI*, *29*(2), 199-224.

Rico, L, Lupiáñez, J. L. y Molina, M. (Eds.) (2013). *Análisis Didáctico en Educación Matemática. Metodología de investigación, formación de profesores e innovación curricular*. Granada, España: Comares.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-748

"PUENTES DE KÖNINGSBERG" COMO PRIMER ACERCAMIENTO A LA TEORÍA DE GRAFOS EN MÉXICO.

María Montserrat López-Tamayo Huelgas – Paloma Zubieta López
lopeztamayo@ciencias.unam.mx – paloma@matem.unam.mx
Instituto de Matemáticas, Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), México.

Núcleo temático: IX. Comunicación y Divulgación Matemática
Modalidad: CB
Nivel educativo: Sociedad
Palabras clave: grafos, público, evaluación, actividad lúdica.

Resumen

La feria de ciencias "Festival Matemático", cuyo objetivo es contrarrestar preconcepciones, cuenta con una variedad de actividades lúdicas que además comunican conceptos. Una de ellas se llama "Puentes de Köningsberg".

Muchas de las actividades lúdicas que se presentan en ferias o salones de clase, no hacen explícito el vínculo concreto hacia su contenido matemático.

En México, los grafos se conocen como gráficas. La actividad de "Puentes de Köningsberg" ha sido desarrollada y enfocada para resaltar la diferencia entre una gráfica como modelo matemático (grafo) y una que representa datos, así como su importancia para la resolución de problemas cotidianos.

Es este trabajo se realizó un análisis comparativo de dos ediciones de la feria. En cada caso se aplicó una evaluación (con encuesta previa y posterior a la actividad) a una muestra de 480 personas. Se encontró que un 80% del público antes de la actividad no reconoce los grafos como modelos; sin embargo, después de haber participado, el 70% de los visitantes distinguen entre grafos y gráficas.

Actualmente se está trabajando en resaltar que los matemáticos usan estos modelos como herramienta para su trabajo.

Introducción

Las ferias de ciencias como espacios de educación no formal, acercan en ciertas ocasiones a diversos sectores de la población a la práctica contemporánea científica (Jensen, 2014). Ya sea en forma de talleres, pláticas o actividades lúdicas, cada actividad que los asistentes realizan, genera un descubrimiento o los hace ser conscientes algún aspecto científico. Sin embargo, "la mayoría de estos eventos consisten en una mera acumulación de experiencias que contribuyen solo a mejorar la actitud hacia las ciencias, al mismo tiempo que se divierten y sorprenden sin dejar mayor huella en los asistentes" (Zubieta, 2014).

ISBN 978-84-945722-3-4

El *Festival Matemático* es una feria de ciencias organizada por el Instituto de Matemáticas de la Universidad Nacional Autónoma de México, cuyos objetivos generales son, por medio de actividades lúdicas, promover la apropiación de las matemáticas, favorecer en las personas las actitudes positivas hacia ellas, contrarrestar algunas de sus preconcepciones y evidenciar su relación con la vida cotidiana. A la fecha se han realizado seis ediciones de este evento en la Ciudad de México, con una asistencia máxima de 52000 personas en 2016; también se han realizado eventos similares en otras ciudades del país como Cuernavaca y Querétaro con una asistencia de hasta 3800 personas.

Para cada Festival se procura incorporar nuevas actividades lúdicas en forma de prototipos, cada una relacionada con al menos un concepto matemático. Por lo general, al incluir un juego en las actividades diarias del colegio, o al incorporar actividades lúdicas en estas ferias de ciencias, se muestra a la población que los contenidos son divertidos y están relacionados con la creatividad y la expresión. Sin embargo, difícilmente se consigue la integración de estos contenidos matemáticos, con el currículo o se evidencia su relación con la vida diaria. Ante esta situación y para proporcionar elementos significativos al público en el *Festival Matemático* se usa para cada actividad un "foco": contenido matemático que resalta y evidencia su relación con la vida cotidiana.

En México, la Teoría de Grafos fue impulsada por Víctor Neumann-Lara quien no solo fue pionero en esta rama, sino que organizó el Coloquio de Teoría de las Gráficas, Combinatoria y sus Aplicaciones. En México, los investigadores llaman Gráficas a los Grafos, ya que Victor Neuman-Lara los describía como "unos objetos de una belleza tal que debían tener un nombre femenino" (Grima, & García, 2013). Esto ha generado cierta confusión en el país ya que la palabra gráfica también nos refiere a la representación de datos o funciones.

La actividad de "Puentes de Köningsberg" se presentó desde la cuarta edición del *Festival Matemático*, bajo el nombre de "Gráficas", e incluía contenidos de Grafos Eulerianos, Hamiltonianos y Planares. En 2015 se empezó a dar estructura al discurso de la actividad y

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

a caracterizar al público asistente. Por los resultados obtenidos, se decidió trabajar solo con los contenidos de "Puentes de Köningsberg". Desde entonces el objetivo de la actividad es ampliar el concepto de Gráficas y resaltar sus usos en la vida cotidiana, al tiempo que se visualizan y reconocen los elementos que las integran. Además, se usa como "foco" de la actividad que un grafo es "un dibujo que tiene puntos y líneas que representa y soluciona problemas de la vida cotidiana".

La meta de esta investigación es saber qué clase de público se interesa más en esta actividad, medir el impacto en los asistentes y analizar la efectividad del discurso para propiciar la apropiación de los conceptos ya mencionados.

Metodología

Las actividades lúdicas del *Festival Matemático*, son gratuitas y se presentan de manera continua durante una o varias jornadas en un espacio público y abierto como parques o plazas. La permanencia es voluntaria y la atención es mediada por jóvenes estudiantes o profesores voluntarios que han sido capacitados previamente. Cualquier visitante puede elegir con libertad en qué actividades participar.

Para este trabajo la actividad se presentó al público en dos eventos: el *1er Festival Matemático Cuernavaca* (1), capital del estado de Morelos, los días 25 y 26 de junio de 2016 y el *6to Festival Matemático* (2), realizado en la Ciudad de México los días 18, 19 y 20 de noviembre del 2016.

La dinámica de la actividad consiste en que los visitantes busquen un recorrido que pase por todos los puentes sin repetir alguno; a continuación, se les presenta el reto de encontrar un recorrido que empiece en un lugar, pase por todos los puentes sin repetir alguno y termine en el punto inicial. Después de los dos retos, se comenta de manera informal cómo fue que Euler representó y modeló con vértices y aristas el problema de la Ciudad de Köningsberg dando origen a la Teoría de Grafos (Chartrand, 1977) y se mencionan algunas de sus aplicaciones en la vida diaria.

ISBN 978-84-945722-3-4

Los datos de este estudio se obtienen a partir de la aplicación de dos encuestas presenciales, cada una de ellas comprendida en dos tiempos, uno previo a la participación en la actividad y otro inmediatamente posterior. Las encuestas son personalizadas, es decir, quien contestó la previa es la misma persona que contestó la posterior, lo cual nos permite realizar una comparación y medir directamente el impacto (Jensen & Buckley, 2012).

La primera encuesta fue utilizada durante el *1er Festival Matemático Cuernavaca* (n_1=*120)* y la segunda en el *6to Festival Matemático* (n_2=*360)* donde la muestra total $n_T = n_1 + n_2 =$ *480*. Para el análisis de los resultados, se aplicaron herramientas de estadística descriptiva (medias y proporciones) y se realizaron gráficas.

Resultados

a) Caracterización demográfica

Con los datos de las encuestas realizadas, se pudo caracterizar al público asistente a los dos eventos. La muestra (n_T=*480)* se inclina hacia las mujeres (59%) en comparación con los hombres (41%). Se realizó una prueba estadística de bondad de ajuste ji-cuadrada con una confiabilidad del 95%, y se encontró que existe una diferencia significativa para el género.

Entre los encuestados predominaban los jóvenes de secundaria entre 12 a 15 años (33%) y del bachillerato entre 15 y 18 años (40%), aunque también hubo presencia de público con licenciatura o posgrado (19%), y niños en nivel básico de primaria de 6 a 12 años (9%).

Sobre la procedencia de los asistentes se obtuvo que la mayoría de las personas radican en la Ciudad de México (42%), Estado de México (30%) y Estado de Morelos (19%), mientras que el 1% son visitantes de otros países como Estados Unidos, Islandia y España y el 8% restante no especificó su procedencia.

b) Encuesta previa y posterior a la actividad

Las preguntas realizadas en la encuesta previa son:

1) Diferenciar la imagen del grafo entre dos imágenes de gráficas,

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

2) Distinguir el uso de un grafo entre tres opciones, siendo los visitantes libres de escoger una o varias opciones deseadas.

Las preguntas realizadas en la encuesta posterior son esencialmente las mismas, aunque contienen ejemplos distintos.

En las Tablas 1 y 2 se encuentran los resultados expresados en porcentaje según el tipo de respuesta obtenida.

Tabla 1: Resultados de la primera pregunta en las encuestas previa y posterior.

Respuestas	**Previa (%)**	**Posterior (%)**
Identifica el grafo	10	79
Identifican 1 o 2 gráficas	84	15
Identifican grafo y dos gráficas	5	4
No responde	1	1

Los porcentajes de las respuestas previas para esta encuesta son los que se esperaban, ya que en México el concepto de grafo es virtualmente desconocido fuera de la comunidad científica y de ingeniería (donde particularmente, se le conoce como *nodos*). De lo anterior podemos observar que la gran mayoría de nuestros visitantes (79-84%), reconocen una gráfica y sus usos correctos, pero no el concepto de grafo.

La segunda pregunta de la encuesta se refiere a las aplicaciones de la vida cotidiana para la Teoría de Grafos.

Tabla 2: Resultados de la segunda pregunta de las encuestas.

Respuestas	**Previa (%)**	**Posterior (%)**
Distingue el uso correcto de un grafo	12	61
Distingue 1 o 2 usos de gráficas	78	33
No distingue entre uso de grafo y gráficas.	9	3
No responde	1	3

ISBN 978-84-945722-3-4

Podemos observar en la tabla 2 que la mayor parte de la muestra distingue el uso correcto de un grafo; sin embargo, aún existe un tercio de la muestra que no obtuvo cambio alguno. También se aprecia que después de la actividad los encuestados si identifican el grafo (61-72%).

c) Comparación de ambas encuestas y definición del impacto positivo para la actividad

A continuación, se presentan en las Figuras 1 y 2, las comparaciones para cada pregunta de las ambas encuestas.

Figura 1: Comparación de la primera pregunta en ambas encuestas

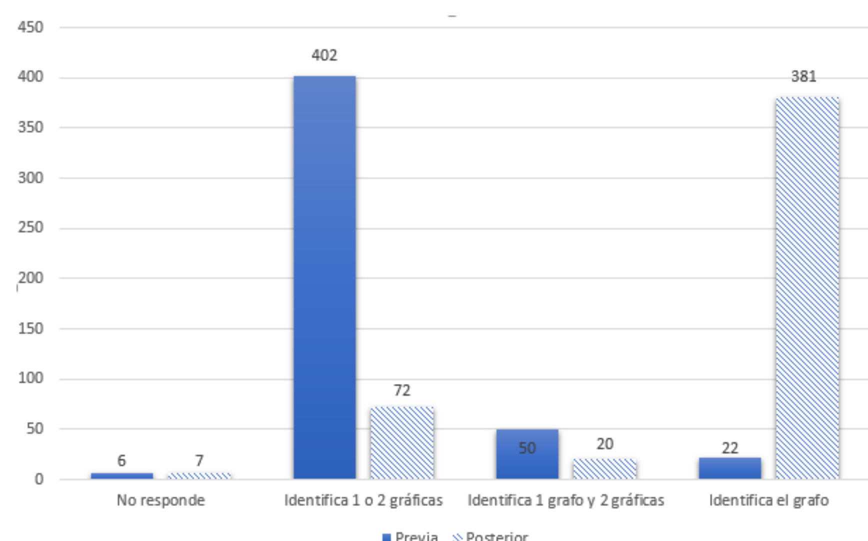
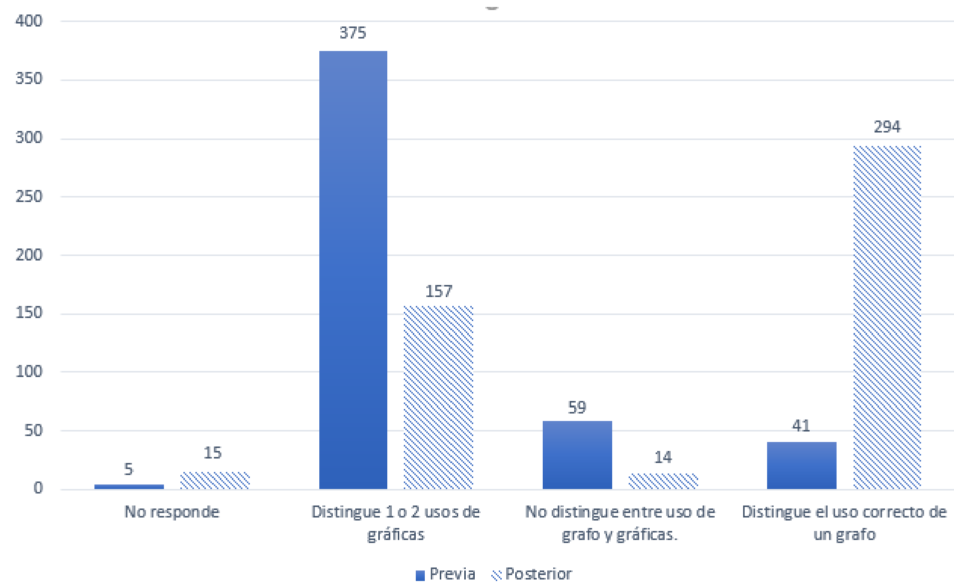


Figura 2: Comparación de la segunda pregunta en ambas encuestas.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4



Se puede deducir por las Figuras 1 y 2, que los asistentes a la actividad en los resultados previos tienen poca idea de lo que es un grafo y para qué sirve, mientras que después de la actividad hay un cambio significativo (74%) hacia estos conceptos. Es importante señalar que existe un sector de 72 personas (15%) en el que no hubo impacto.

Definimos como impacto positivo a los visitantes que ampliaron el concepto de gráfica en la pregunta 1, es decir, los que en la encuesta posterior identificaron el grafo (381 que corresponde al 79%). Si a las 381 personas que identificaron el grafo en la encuesta de salida se le restan las 22 que la habían identificado previamente, entonces el impacto positivo es del 74%, como se mencionó anteriormente.

d) Caracterización de los visitantes con impacto positivo

Para identificar quienes son las personas con impacto positivo, se hizo nuevamente una caracterización de la población. Se encontró que hay un 58% de mujeres y un 42% de hombres; es decir, existen las mismas tendencias de género que en la muestra total.

Con el fin de determinar si el sesgo en los resultados estaba condicionado por la variable género, se aplicó una *t de student* para comparación de muestras y se encontró que no existe diferencia significativa al 95% de los resultados con respecto al género.

Sobre la escolaridad de los visitantes encuestados, el bachillerato fue el nivel educativo con mayor impacto positivo: más del 80% de los jóvenes de bachillerato logró identificar el grafo al término de la actividad.

Conclusiones

Para este estudio, la muestra de los visitantes que participan en la actividad "Puentes de Köningsberg" presenta una diferencia significativa para la variable género y preponderancia de adolescentes, lo cual podría sugerir que el discurso está bien enfocado para el nivel educativo medio superior, a pesar de que la Teoría de Grafos no se incluye en los programas de estudio.

De la encuesta previa, es claro que el público está familiarizado con las gráficas y que únicamente algunas personas con estudios universitarios conocen el concepto de grafo. En la encuesta posterior se observa que, con la participación en la actividad un 61% de la muestra identifica correctamente las aplicaciones de los grafos para la vida cotidiana. Sin embargo, también se detectó un sector sin impacto constituido principalmente por mujeres entre 12 y 18 años provenientes de zonas marginadas, lo cual nos hace pensar que el objetivo de la actividad no siempre queda claro, a pesar de la transmisión del "foco". En el futuro, habría que investigar con mayor detalle este resultado.

El impacto positivo del 74% indica que los ajustes en el discurso de la actividad son efectivos para propiciar, sobre todo en adolescentes, la apropiación de los conceptos. Haría falta pensar en modificaciones tales que la actividad pueda ser más atractiva para ambos géneros, especialmente en menores de 12 años.

Con esta metodología, la actividad "Puentes de Köningsberg" despierta el interés de las personas y amplía su concepto de gráfica. Hace falta trabajar más para que los visitantes

ISBN 978-84-945722-3-4

comprendan mejor la aplicación de estos grafos en la vida diaria y resaltar cómo los matemáticos los usan como herramienta de trabajo.

En este trabajo se evidencia que una actividad lúdica, guiada y enfocada para comunicar un concepto (grafo), puede generar un impacto positivo en los visitantes de una feria de ciencias.

Referencias

Chartrand, G. (1977). *Introductory Graph Theory*. Capítulo 3, pp. 50-63. Dover Publications, Inc, ISBN 0-486-24775-9.

Grima, C. & García R., (2013) Mati: una profesora muy particular, "Gráfica es nombre de mujer" [Comentario en un blog] Recuperado de http://blogs.20minutos.es/mati-una-profesora-muy-particular/tag/victor-neumann-lara/ Consultado 24/04/2017.

Jensen, E. (2014), *The problems with science communication evaluation, JCOM* 13(01) (2014) C04.

Jensen, E. (2015), *Highlighting the value of impact evaluation: Enhancing informal science learning and public engagement theory and practice, JCOM* 14(03), Y05.

Jensen, E. & Buckley, N. (2012), *Why people attend science festivals: Interests, motivations and self-reported benefits of public engagement with research* Public Understanding of Science. Doi:10.1177/0963662512458624

Zubieta, P. (2014) "*Ferias de Ciencia: una propuesta para la enseñanza no formal*" en el XX Congreso Nacional de Divulgación de la Ciencia y la Técnica, SOMEDICyT, Michoacán, México.

CB-749

REVISTA EDUCAÇÃO (1929 A 1931): A PRESENÇA DO ENSINO DE MATEMÁTICA NA PROPOSTA CENTROS DE INTERESSE NO PRIMÁRIO

Juliana Chiarini Balbino Fernandes
juliana-chiarini@hotmail.com
UNIFESP/ UNIVÁS - Brasil

Núcleo temático: História social da educação matemática na América Latina.
Modalidade: CB
Nível educativo: 2
Palavras-chave: Revista Educação, Centros de Interesse, Ensino de Matemática, Ensino Primário.

Resumo
Esta comunicação investigou a presença do Centros de Interesse no ensino primário e como o ensino de matemática permeia-o. O período dessa investigação será de 1929 à 1931, época do movimento Escolanovista no Brasil. Esse movimento considerou a educação como o eixo da questão pedagógica; do conhecimento para os processos pedagógicos e do empenho para o interesse. As fontes desse estudo foram as "Revista Educação": volume VI, VII e VIII (1929); volume X e XI (1930); volume XII, nº 2 e 3 (1930); volume IV e V (1931). O estudo será fundamentado na história cultural (CHERVEL) e história das apropriações (CHARTIER). Os centros de interesse, segundo Decroly, deveriam responder as inquietações e atender as motivações dos alunos, a partir da observação, associação e expressão. Observou-se que a "Revista Educação", volume VI (1929), exibe as três fases proposta por Decroly e o ensino de matemática está configurado nos exercícios de expressão. As "Revista Educação", volume X (1930) e volume IV (1931) apresentam os centros de interesse a partir da história do Milho e observa-se a presença da matemática nos exemplos que envolvem área e resoluções de problemas. A "Revista Educação" volume V (1931) expõe e caracteriza o Método Decroly.

1. Introdução

No início do século XX começa a ser difundida no Brasil a chamada pedagogia da Escola Nova que tinham com intuito de "subsidiar a prática docente com um repertório de saberes autorizados, propostos como os seus fundamentos ou instrumentos" (Carvalho, 2000, p.111). A partir desse contexto de novas ideias e discussões que começa a discordância no campo regulamentar da pedagogia. Assim, duas maneiras se contrapõem, "reivindicando para si, cada uma delas, o estatuto de pedagogia *moderna* e *nova*, porque *ativa".* Em meados da década de 1920, inicia a articulação de personalidades como Fernando de Azevedo e

ISBN 978-84-945722-3-4

Lourenço Filho que passam a serem considerados os porta-vozes do movimento de renovação educacional que estava ocorrendo tanto no exterior, quanto no país (Carvalho, 2000, p.112).

Com a incorporação dos conhecimentos originarios da psicología, filosofia, estatística e biológica, tinha-se o desejo de definir a infância. Ao estabelecer as constantes relacionadas ao desenvolvimento, dentre eles, os estágios de maturação e a identificação das diferenças individuais, buscava-se a renovação das técnicas de ensino. (Monarcha, 2009).

O escolanovismo objetivou transformar a sociedade e o país, por meio de novos métodos de ensino. As ideias foram promulgadas para o magistério, por meio de periódicos pedagógicos, impressos de leitura e manuais didáticos, tornando-se parte de uma cultura pedagógica. Esse movimento de renovação educacional considerou a educação como o eixo da questão pedagógica do intelecto para o sentimento, do lógico para o psicológico, da cognição para os processos pedagógicos, do esforço para o interesse, da disciplina para a espontaneidade, da quantidade para a qualidade. O grande destaque da Escola Nova é a rejeição à escola tradicional, fundamentada na transmissão de conteúdos descontextualizados e sem significado algum para a vida do aluno, pode-se dizer que a partir desse novo modelo de escola é que se abriram as portas para novas propostas pedagógicas (Saviani, 2010).

No início do século XX, na Europa, Decroly defendiam o ensino ativo e os temas lúdicos no ensino, enfatizando a importância de atividades livres e prazerosas, estimulando o sensório-motor e psicomotricidade nas crianças da pré-escola. Sugeriu que a aprendizagem fosse globalizada, por meio de centros de interesse, onde os alunos elegem o que querem aprender e estabelecem o próprio currículo e sem a separação clássica entre as disciplinas, de acordo com suas vontades (Valdemarin, 2010).

Decroly considerava o ‘interesse’ como sendo um sinal interno da criança e a ‘curiosidade’ como sendo um sinal externo da criança que de certo modo, são responsáveis por conduzirem os sentimentos e as necessidades que podem conduzir a educação para diversos caminhos (Valdemarin, 2010).

As três fases de cada centro, segundo Decroly, são impostas pelos centros de interesse e geram uma nova concepção do trabalho escolar, principalmente, uma nova concepção do emprego de tempo, onde cada lição terá um tempo; as três fases são: observação, associação e expressão.

ISBN 978-84-945722-3-4

A observação, pode ser figurado como a responsável por movimentar as demais atividades mentais; formando-se uma base lógica. Ao observar, intuitivamente o aluno estará comprando, medindo, pensando, contanto; esses são considerados por Decroly como os exercícios satélites, pois a partir deles, o professor poderá utilizar de forma proveitosa (Lourenço Filho, 1930).

A associação deve ser trabalhada após a observação, pois após observar, é preciso associar. Esta etapa requer esforço do aluno e auxílio do professor. Essa etapa pode ser considerada como uma etapa destinada para verificar a experiência própria de cada aluno e a partir daí, elaborar atividades que possibilite ao aluno valor cultura e científico (Lourenço Filho, 1930).

Por último, a Expressão é compreendida como algo que possibilita a manifestação do pensamento de modo compreensível para todos. A palavra, a escrita, o desenho, o trabalho manual, podem ser consideradas formas de expressão quando estão conectados a uma ideia. Esta relação é indispensável, pois a narração oral, escrita ou desenho são formas espontâneas de demonstrar o quanto necessariamente contribuem para a construção do pensamento (Lourenço Filho, 1930).

Considerando essa proposta pedagógica, Centros de Interesse, acredita-se que possa ter influenciado nos currículos de formação de professores primários. Portanto, a questão que norteará esse artigo será: Como o ensino de matemática é mobilizado na proposta pedagógica Centros de Interesse, destinada ao primário no período da Escola Nova (1920-1950)?

Como fontes essenciais para esse estudo, elegeu-se a Revista Educação, destinada ao ensino primário, disponíveis no Repositório (esse repositório pode ser acessado pelo endereço: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/1769) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), na comunidade denominada "História da Educação Matemática" (*l'Histoire de l'éducation mathématique),* organizado pelo professor Dr. David Antônio da Costa.

Esse estudo é parte do projeto maior intitulado "Pensamento pedagógico, formação de professores e práticas do ensino de matemática nos primeiros anos escolares, 1890-1970: aspectos da constituição dos *saberes a ensinar* e *para ensinar* matemática", coordenado pelo Professor Dr. Wagner Rodrigues Valente. Esse projeto maior, analisa em um período de oitenta anos, as transformações do ensino de matemática nos primeiros anos escolares.

2. Considerações Teórico-Metodológicas

O estudo aqui proposto será realizado pela lente da história cultural. É sabido que o contexto político e social influencia os movimentos de reforma educacional como o da Escola Nova e gera alterações no direcionamento das disciplinas escolares. Assim, o peso específico dos conteúdos apresentados em cada disciplina estudada constitui-se em uma variável histórica, cujo estudo tem fundamental papel na história das disciplinas escolares. Esses períodos de reforma são momentos privilegiados para o historiador devido à massa documental produzida, de acordo com os novos objetivos atribuídos pela conjuntura política ou em função da renovação do sistema educacional (Chervel, 1990).

Nesse sentido, estudar a história das disciplinas escolares é fundamental para a compreender de como os saberes escolares foram se constituído no decorrer dos tempos. Quando são confiadas novas finalidades à escola, ou quando essas finalidades evoluem desordenando o curso das disciplinas já consolidadas, as mudanças ocorrem dentro de seu núcleo. Nessa direção, as disciplinas escolares que tomam parte dos currículos de todos os níveis de ensino são determinadas pela cultura escolar que recebe influência das imposições do legislativo educacional e do contexto social e político de cada período, através de suas finalidades e de seu ensino.

Pode-se pensar uma história cultural a partir do social, considerando a compreensão das representações do mundo social, as quais refletem as posições e interesses dos atores sociais, que quando confrontadas pelo historiador podem delinear a sociedade objeto de seu estudo (Chartier, 1991). Nessa conjuntura, a prática da apropriação pode ser considerada como prática de transformação de produtos culturais e a construção do sentindo por meio de textos escritos, pode ser realizada pelo cruzamento da história das práticas sociais com a história das representações contidas em um mesmo contexto. As representações inscritas nas propostas pedagógicas, publicadas no período da Escola Nova, podem trazer as interpretações que seus elaboradores fizeram das propostas do movimento escolanovista, para alcançar os professores, saberes técnicos que constituem um recurso específico para a história das apropriações (Chartier, 1991).

ISBN 978-84-945722-3-4

3. A presença da proposta "Centros de Interesse" nas Revistas Educação (1929-1931).

Na Revista Educação, volume VI, nº 3, publicada em 1929 pelo Órgão da Diretoria Geral de Instrução Publica e Sociedade de Educação de São Paulo apresenta em seu sumário o tópico "Prática da Escola Ativa: Ensino Primário": Aplicação do Método Decroly. Esse texto, escrito pela professora Odette Bittencourt, relata passos de uma atividade prática que teve como centro de interesse: A cidade. Os centros de interesse são divididos em três grandes tópicos: Observação, Associação e Expressão A autora destaca os sub-centros de interesse, sendo eles: Nossa Cidade; Ruas e Avenidas; Praças; Morros; Iluminação, meios de comunicação e de transporte. Em cada sub-centro, há o tópico "Expressão", onde são apresentados os conteúdos relacionados à Escrita, Aritmética, Concreta e Modelagem. No que se refere ao ensino de artimética, os professores deverão apresentar "problemas baseados no sub-centro do dia, sobre calçamento de ruas, árvores plantadas em volta de jardins, despesa com viagens de bonde, etc.". (Bittencourt, 1929, p.287).

Na Revista de Educação, volume VII, número 1/2, publicada em 1929 no Estado de São Paulo, observa-se em seu sumário o capítulo intitulado "O método Decroly – notas do livro de L. Dulhern", escrito pelo professor Luiz Galhanonte, docente do curso de Pedagogia na Escola Normal de Lorena; entretanto, esse capítulo não está digitalizado e disponibilizado no repositório digital da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC).

Na Revista Educação, volume VIII, n° 4, publicada pelo Órgão da Directoria Geral de Instrucção Pública e da Sociedade de Educação de São Paulo em 1929, não apresenta nenhum capítulo que relaciona ou expõem a proposta Centros de Interesse.

Na Revista Educação, volume X, publicada pelo Órgão da Diretoria Geral de Instrução Pública e da Sociedade de Educação de São Paulo, em 1930. A Revista apresenta o recorte da Orientação – Planos de Aulas, escrito pelo Inspetor Geral de Ensino Professor Antônio Firmino de Proença. Nesse plano de aula, o autor apresenta o estudo individual e biográfico do Milho. Nas primeiras páginas desse plano, o autor descreve as características do milho e considera as múltiplas aplicações da ciência a questões de ordem práticas. Em seguida, apresenta um plano de ensino que pode abranger os quatro anos do ensino primário. Por último, são expostos os Problemas de Aritmética relacionados com os centros de interesse, distribuídos em três itens: o relógio, o aluno e a sala de aula. No primeiro centro

ISBN 978-84-945722-3-4

de interesse, o relógio, os exercícios estão relacionados com o conceito de número, fração e ângulo a partir da utilização do relógio.

Nas Revistas Educação, vol. 11, nº 2 de 1930, Revista Educação, volume 12, nº 2 de 1930, Revista Educação, volume XII, número 3 de 1930, não apresentam nenhum capítulo que relaciona ou expõem a proposta Centros de Interesse.

Na Revista Educação, volume 4, número 1 e 2, publicada no ano de 1931, aborda temáticas referentes ao ensino primário e que conduzem os ensinamentos indo do fato à ideia. Observa-se que no capítulo “Através de Revista e Jornais” há a presença da proposta “centros de interesse”, intitulado “Um centro de Interesse: O Milho”. Esse Centro de Interesse é dividido em sub-centro, sendo eles: Classificação; Origem; Pé de Milho; Produtos ou Utilidades; Pragas do Milho; Inseticidas; Pratos, Manjares e Vinho; Medição da área da roça de milho, cálculos da quantidade necessária a semeadura e da colheita por alqueire de terra; Plantio e Colheita; Mão de Milho. Rendimento por hectare; Seleção dos grãos destinados ao plantio – banho antisséptico; A origem do Milho (lenda dos índios “cainguangues”, do Sul do Estado de São Paulo).

Observa-se a presença do ensino de matemática no sub-centro “Medição da área da roça de milho, cálculos da quantidade necessária a semeadura e da colheita por alqueire de terra”, onde são propostas atividades que relacionem: Medidas agrárias; Exercícios de aplicação; Alqueire de terra; Preços correntes; Problema dos intervalos; Problemas de Aplicação.

Na Revista Educação, vol. 5, nºs 3, 4 e 5, do ano de 1931, traz um artigo que exibe os principais pontos que caracterizam o método Decroly. Inicialmente, observa-se um resumo do surgimento da “pedagogia nova” de Decroly. Registra-se os dois domínios sobre os quais a proposta de Decroly se findavam: o método e o programa de ensino. O artigo traz uma reflexão do método e do programa na perspectiva da “pedagogia nova” e expõem como deveria ser a reestruturação no currículo escolar, fundamentado na Observação, Associação e Expressão são os três momentos do trabalho escolar propostos pelo método Decroly.

4. Considerações Finais

ISBN 978-84-945722-3-4

No início do século XX, Decroly defendiam o ensino ativo com temas lúdicos no ensino e o educador deveria orientar e observar as atividades dos alunos. Ainda, propôs uma aprendizagem globalizada, por meio de centros de interesse, onde os alunos elegem o que querem aprender e estabelecem o próprio currículo e sem a separação clássica entre as disciplinas, de acordo com suas vontades.

O centro de interesse está presente no tópico: Centro de Interesse – A Cidade, na Revista Educação, volumen VI de 1929. Esse centro está relacionado com os interesses gerais das crianças, de modo intuitivo e o conhecimento não está distribuído em matérias, mas relacionado com o cotidiano delas. Consta na introdução desse tópico que os centros de interesse serão divididos em três tópicos: observação, associação e expressão. A observação tratará a cidade no geral, enquanto a associação apresentará imagens e fotografias da cidade e a expressão, será responsável por apresentar os meios de transportes. O ensino de matemática está presente no tópico Expressão, chamado de Aritmética e apresentará problemas baseados nos sub-centros do dia, podendo ser relacionado com árvores, plantas, jardins, transportes, etc.

Na Revista Educação, volume X de 1930, constam um capítulo chamado: O Milho, nesse capítulo constam os “Problemas de Aritmética”. Esses problemas estão divididos em três centros de interesse: o relógio; o aluno; a sala de aula. O primeiro deles, o relógio, será proposto aos alunos exercícios que relacionem o conceito de número, fração e ângulo. O segundo, o aluno, será apresentado aos alunos exercícios que relacionem o conceito de números, propriedades da adição, propriedade da subtração. E o terceiro, a sala de aula, será trabalhado com os alunos exercícios que estabeleçam a identificação de formas e figuras geométricas e transformação de unidades de medida.

Na Revista Educação, volume IV de 1931, expõem o capítulo intitulado “Um centro de Interesse: O Milho”. Observa-se a presença do ensino de matemática no sub-centro “Medição da área da roça de milho, cálculos da quantidade necessária a semeadura e da colheita por alqueire de terra”. Logo, as Revistas Educação, volume X de 1930 e volumen IV de 1931 seguem a proposta Centros de Interesse, mas não caraterizam essa proposta segundo os fundamentos de Decroly.

Na Revista Educação, volume V de 1931, apresenta um estudo detalhado do Método de Decroly. Observa-se a indicação de que a atividade escolar deveria estar de acordo com o

ISBN 978-84-945722-3-4

Método Decroly. A primeira delas será a observação direta pelos sentidos e pela experiência. A segunda será a observação indireta, apelo às lembranças, documentação, quanto se trate de ensinar fatos ou fenômenos, que não sejam diretamente associáveis. E a terceira será a expressão, pela utilização ou mobilização das observações colhidas nas experiências realizadas ou na documentação preparada.

Portanto, observou-se que a Revista Educação, volume VI, nº 3 (1929), exibe as três fases proposta por Decroly e o ensino de matemática está conformado nos exercícios de expressão. As Revistas Educação, volume X (1930) e volume IV, nº 1/2 (1931) apresentam os centros de interesse a partir da história do Milho, observa a presença da matemática nos exemplos que envolvem os conceitos de área e resoluções de problemas. A Revista Educação volume V, nº 3, 4, 5 expõe e caracteriza o Método Decroly. Nos demais volumes da Revista Educação não existem evidências da proposta pedagógica centros de interesse.

Referências bibliográficas

Bittencourt, O. (1929). Prática da Escola Ativa – Centro de Interesse: A Cidade. *Revista Educação*. v. VI, n. 3, mar., SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130657> Acesso em 02 dez. 2016.

Carvalho, M. C. C. (2000). Modernidade Pedagógica e Modelos de Formação Docente. São Paulo: *Revista São Paulo em Perspectiva*, vol.14, n.1, jan./mar.

Chartier, R. (1991). O mundo como representação. *Estudos avançados*. IEA-USP. São Paulo.

Chervel, A. (1990). *História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa*. n. 2. Porto Alegre: Teoria e Aprendizagem.

Lourenço Filho, M. B. (1930). *Introducção ao estudo da Escola Nova*. Bibliotheca de Educação, vol. XI. Companhia Melhoramentos de São Paulo.

Monarcha, C. (2009). *Brasil Arcaico, Escola nova: Ciências, técnica e utopia dos anos 1920-1930*. São Paulo: Editora UNESP.

Proença, A. F. de. (1930). Ensino Primário – Planos de Aula: O milho. *Revista Educação*. v. X, jan./mar., SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/130612> Acesso em 29 nov. 2016.

ISBN 978-84-945722-3-4

Revista Educação. (1931). Um centro de Interesse: O milho. *Revista Educação*. v. 4, n. 1 e 2. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/116777> Acesso em 30 jan. 2017.

Revista Educação. (1931). O Methodo Decroly. *Revista Educação*. v. V, n. 3, 4 e 5., SP. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/116719> Acesso em 30 jan. 2017.

Saviani, D. (2010). *História das ideias pedagógicas no Brasil*. 3. ed. Campinas: Autores Associados.

Valdemarin, V.T. (2010). *História dos Métodos e Materiais de Ensino: a escola nova e seus modos de uso*. vol. 6. São Paulo: Cortez.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-750

MALBA TAHAN E O DIA NACIONAL DA MATEMÁTICA

Sergio Lorenzato - Rosana Prado Biani
slorenzato@sigmanet.com.br - rosanabiani@gmail.com
Unicamp/Brasil - Prefeitura Municipal de Paulínia/Brasil

Núcleo temático: VIII - História Social da Educação Matemática na América Latina
Modalidade: Comunicação Breve (CB)
Nível Educativo: Sem especificação de nível
Palavras-chave: Malba Tahan; Dia Nacional da Matemática

Resumo
No Brasil, a Lei 12 835/2013 institucionalizou a data 6 de maio como o Dia Nacional da Matemática, em homenagem ao professor Julio Cesar de Mello e Souza, nascido em 06 de maio de 1895, no Rio de Janeiro, que se tornou popular pelo pseudônimo Malba Tahan.Para ressaltar os motivos que justificaram tal homenagem, foi realizada uma pesquisa histórico-bibliográfica baseada nos documentos pertencentes ao Centro de Memória da Educação, da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), onde está depositado o acervo de Malba Tahan, com cerca de 15000 peças. Essa pesquisa revelou do que Malba Tahan discordava sobre o ensino da Matemática escolar vigente nas primeiras décadas do século XX e expôs o que ele propunha para torná-lo mais interessante e compreensível.

Introdução

Por que Julio Cesar de Mello e Souza foi merecedor da homenagem histórica que lhe foi prestada pelo governo brasileiro, ao institucionalizar a data 6 de maio como o Dia Nacional da Matemática?

Para facilitar a apresentação da resposta a esta questão central, ela será subdividida nas seguintes:

Qual foi a trajetória de Julio Cesar: família, estudos, primeiros trabalhos? Em que realidade educacional Julio Cesar estava inserido no começo do século XX? Do que e como Julio Cesar discordava do ensino da Matemática? Quais eram as propostas de Julio Cesar para o ensino da Matemática? Qual foi sua contribuição para a Educação Matemática? Quais foram suas publicações: livros, revistas, artigos?

Trajetória de Julio Cesar: da pobreza ao sucesso

ISBN 978-84-945722-3-4

Julio Cesar nasceu no dia 06 de maio de 1895, no Rio de Janeiro, e passou sua infância em Queluz, pequena cidade do estado de São Paulo. Seus pais eram professores, e ele tinha oito irmãos. Em sua casa funcionava a escola de sua mãe, Dona Sinhá, que também era a professora; ela ensinava simultaneamente crianças de diferentes anos escolares e idades, todas em uma só sala. E Julio Cesar atuava como seu auxiliar: apagava a lousa, distribuía e recolhia cadernos; mas gostava mesmo era de contar histórias para os alunos. E assim, talvez sem que se desse conta, já se moldava no menino o futuro professor, que lecionou Matemática do básico até o universitário e, na sala de aula, sempre foi muito melhor professor do que fora aluno.

Com cerca de 11 anos de idade, Julio Cesar foi morar no Rio de Janeiro, para estudar no Colégio Militar. Ali criou o *Erre*: era uma revistinha, isto é, um caderninho de folhas dobradas e costuradas à mão, escritas e ilustradas por ele, mas sob o pseudônimo de Salomão IV; versavam sobre histórias de suspense, guerra, comédia e animais. Com edição mensal de um único exemplar, de janeiro de 1907 a novembro de 1908, essas publicações compõem o acervo de Malba Tahan, pertencente ao Centro de Memória da Educação, da Faculdade de Educação da Unicamp.

Em 1909, Julio Cesar se transferiu para o Colégio Pedro II, e ali estudou até ingressar na Escola Normal, onde se formou professor primário em 1917. Ele também se diplomou em engenharia, mas preferiu ser professor de Matemática em escolas públicas e particulares, até 1925. Atuou ainda como colaborador no jornal *O Imparcial*, tendo começado em 1918. Foi quando escreveu quatro contos e os apresentou ao editor para publicá-los. No entanto, seus contos permaneceram esquecidos por bom tempo. Resolveu então reapresentá-los, mas assinados pelo professor norte-americano R. V. Slady, o qual jamais existiu. Nos dias seguintes seus contos estavam publicados nas primeiras páginas do jornal. Assim Julio entendeu que usar pseudônimos era uma boa estratégia para conseguir o que desejava.

À procura de novos horizontes, o jovem escritor passou a estudar a cultura árabe durante cinco anos e, em 1924, Julio Cesar de Mello e Souza criou outro pseudônimo, Malba Tahan, que se tornaria definitivo e com o qual lançou seu primeiro conto, “O Juiz”, publicado no jornal *A Noite*, do Rio de Janeiro (Salles & Pereira Neto, 2016). No ano seguinte lançou seu primeiro livro: *Contos de Malba Tahan.* E assim nasceu aquele que viria a ser um dos mais famosos nomes em nossa literatura. Segundo ele, Malba seria o

ISBN 978-84-945722-3-4

nome de um pequeno oásis, e Tahan significa aquele que prepara o trigo. Apesar de nunca ter visitado qualquer país do Oriente, suas histórias mostram um grande conhecimento sobre a cultura e a geografia oriental. Durante mais de 15 anos, ninguém suspeitou que Malba Tahan fosse, na verdade, Julio Cesar. A verdade sobre os pseudônimos foi revelada entre 1938 e 1940.

Em 1952, por decreto do Presidente da República, Getúlio Vargas, o nome de Malba Tahan foi anexado oficialmente ao de seu criador, que passou a ser Julio Cesar de Mello e Souza Malba Tahan.

De menino a professor, no começo do século XX

Julio Cesar de Mello e Souza estudante conviveu com a memorização aceita como aprendizagem; aulas predominantemente expositivas com uso do quadro negro e do giz; castigos físicos e notas baixas por mau comportamento; dois exames finais: um escrito e outro oral; e nota mínima cinco para aprovação.

O ensino da Matemática se resumia a enunciados e exercícios ditados pelo professor ou copiados do quadro negro. Na Aritmética predominava a aplicação de regras e a resolução de problemas irreais, cujas soluções exigiam imensos cálculos; a Geometria era confundida com medição; a Álgebra era confundida com “algebrismo”, definido por Julio Cesar (Tahan, 1965) como

> o conjunto de teorias intrincadas; de problemas complicados e sem a menor aplicação; de cálculos numéricos trabalhosos, reloucados, dos quais o estudante nada aproveita; de questões cerebrinas fora da vida real; de demonstrações longas, complicadas, cheias de sutilezas...enfim tudo o que o professor apresenta com a finalidade única de complicar, dificultar e tornar obscuro o ensino da Matemática. (vol. I, p. 61)

Julio Cesar não gostava desse tipo de escola, e suas notas mensais mais frequentes eram 6 ou 7. Aos 15 anos recebeu a punição “privado de sair da escola (internato) por conveniência disciplinar”. Aos 22 anos, em 1917, quando se formou professor primário, em São Paulo e no Rio de Janeiro se discutia a reforma educacional: o método intuitivo ou o analítico?, a formação profissional ou a geral?, a escola francesa ou a norte-americana? (Valente, 2011, p.118).

Em 1920, Euclides Roxo, seu ex-professor, liderou uma radical mudança no ensino da Matemática no Colégio Pedro II, no Rio de Janeiro, que a tornou referência nacional por

ISBN 978-84-945722-3-4

várias décadas. Tudo indica que as mudanças propostas por Felix Klein na Europa, na primeira década do século XX, influenciaram Euclides Roxo (Souza, 2010), e este influenciou Julio Cesar, que veio a substituí-lo, mais tarde, no mesmo Colégio. Em síntese, após sofrer as asperezas de um ensino árido e memorístico, Julio Cesar foi envolvido por propostas que desvelavam um novo tipo de Educação. Ele as abraçou e passou a combater fortemente o ensino antiquado da Matemática.

Discordâncias de Julio Cesar

Ao combater o tipo de ensino da Matemática que predominava na época, Julio Cesar o classificou como amoral e deseducativo, e o apontou como responsável por tornar difícil a aprendizagem da Matemática e pelo fato de muitas pessoas não a admirarem.

Em seu livro *Didática da Matemática*, volume I (1965), ele reproduz várias questões às quais os alunos de 7 a 10 anos de idade eram submetidos nas escolas da época. Aqui seguem apenas quatro exemplos delas:

> - 1200 litros de chumbo, com 7.800.000 centímetros cúbicos de algodão, mais 500 quilogramas de água destilada, quantos quilolitros pesam? (p. 82)
> - Escreva, em algarismos romanos, o número 25 000 467 976. (p. 84)
> - Quantas caixinhas de 0,000758 m^3 podem ser postas numa caixa de 0,216030 m^3 ? (p. 78)
> - Uma pessoa caminhou 5 miriâmetros, 8 decâmetros, 3 metros e 17 milímetros em 3 dias. Que distância em metros percorreu por dia? (p. 91)

Para cada exemplo, ele cita o autor, o local e a data em que a questão foi aplicada, e ressalta os vários tipos de absurdos que cada questão encerra. Ao final, Julio Cesar dá sua opinião, não raramente atribuindo a ela um título, tal como: “absurdo”, “descaramento”, “imbecilidade”, “ridículo”, “idiotice”, “excrescência”, “monstruosidade”, “pobre Matemática”...

Em seu livro *O professor e a vida moderna* (1967c), referindo-se à arte de complicar o ensino da Matemática, Julio Cesar assim mostra sua discordância: “nossos livros didáticos estão cheios de problemas irreais, mastodônticos, absurdos, extravagantes, risíveis, disparatados, infelizes, deseducativos” (p. 93).

Ele também combatia com veemência a presença, sem a devida aplicação, de alguns conteúdos nos programas escolares: prova dos nove; extração de raiz quadrada ou cúbica;

ISBN 978-84-945722-3-4

máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum de polinômios; expressões aritméticas; divisibilidade por 7, 13, 23, 91; cálculo com radicais (1965, vol. I, pp.120-130).

Propostas e produção literária de Julio Cesar

Ao longo de sua carreira, Julio Cesar teve uma intensa produção: em 50 anos de atividade literária, publicou cerca de 120 livros, cujos temas foram matemática, didática, religião, numerologia, contos orientais, teatro, ética e literatura infantojuvenil.

Alguns de seus livros foram lançados em nome de Julio Cesar de Mello e Souza, e outros em nome de Malba Tahan, todos com títulos sempre muito sugestivos, para despertar a curiosidade do leitor, inclusive os de Matemática (Anexo 1), por exemplo: *O homem que calculava*; *O escândalo da geometria*; *As grandes fantasias da Matemática*; *Diabruras da Matemática*; *A arte de ser um perfeito mau professor*; *As maravilhas da Matemática*; *Matemática divertida e curiosa*; *A glória de um irracional*; *A geometria do sobrenatural*; *Como torturar crianças*.

De modo semelhante eram escolhidos os títulos para capítulos: “A astronomia dos nossos índios”; “Abelhas geômetras”; “Matemática e a mística”; “Matemáticos precoces”; “Como surgiram os símbolos +, -, ×, ÷, = e zero”; “Uma curva patológica”; “O problema dos anjos”; “O problema da besta”; “Os mártires da Matemática”; “As aparências que enganam”; “Matemática, música e poesia”.

Outra característica das obras de Malba Tahan, referente ao ensino da Matemática, era a inserção, com destaque, de curtas alocuções ao longo dos assuntos, as quais sintetizavam importantes ideias, mensagens ou opiniões, como: “O algebrismo é o mais perigoso inimigo da Matemática” (Malba Tahan); “O conhecimento não se apoia só na verdade, mas também no erro” (Jung); “Zero: o passo mais revolucionário em toda história da Matemática” (Hogben); “O mundo é cada vez mais dominado pela Matemática” (Carus); “O professor é, abaixo de Deus, o árbitro do porvir” (Rui Barbosa); “A Matemática é honra do espírito humano” (Leibnitz); “No Brasil só existe um problema nacional: a educação do povo” (M. Couto); “O professor só é rotineiro quando não tem consciência de seu dever” (Malba Tahan).

Ele foi inovador, divulgador, protagonista de alternativas didático-pedagógicas para uma Matemática escolar até então pouco ou nada praticada. Por meio de suas obras, combateu as falsas crenças e mostrou como o estudo da Matemática pode ser agradável, divertido,

ISBN 978-84-945722-3-4

interessante.

No livro *Didática da Matemática* Malba Tahan (1965) expõe claramente a essência de sua proposta didático-pedagógica para o ensino da Matemática: refletir sobre para quem, o quê, para quê e como ensinar Matemática; conceber o erro como normal e positivo no processo de aprendizagem; montar o Laboratório de Ensino (com mais de 70 sugestões de materiais didáticos); propiciar ao aluno a aprendizagem pela redescoberta; jogar para aprender ou aprender jogando; inserir paradoxos, falácias, histórias, lendas, desafios, divertimentos nas aulas; utilizar a História da Matemática e a visualização como apoio didático; integrar o ensino de Geometria, Aritmética e Álgebra, e o de Matemática com o de outras disciplinas.

Além dos livros, Julio Cesar, também criou e produziu três revistas: *Al-Karismi* (1946-1951); *Lilaváti* (1957) e *Damião* (1951-1963). Esta última tinha o objetivo de minimizar o preconceito da sociedade em relação ao mal de Hansen (lepra), e as duas primeiras abordavam o ensino da Matemática. Um especial realce merece a revista *Al-Karismi*, destinada a alunos e professores de Matemática, com cinco números anuais, contendo notas, problemas, contos, artigos e curiosidades matemáticas. Na contracapa de sua edição de nº 1(1946), Malba Tahan assim se posiciona:

> na moderna metodologia da Matemática desempenham os jogos e as recreações um papel de indiscutível importância. O docente que não souber, de quando em vez, amenizar o ensino da Matemática com pequenas recreações, cálculos pitorescos e curiosidades, poderá ser um grande geômetra, um algebrista de valor, mas será sempre um péssimo e detestável professor.

As linhas seguintes dão uma noção da riqueza de contribuições da Revista. Esse primeiro número tem 96 páginas, e seu sumário contém títulos sugestivos e curiosos: “A sombra e a hora” (sobre as curvas, a elipse, a parábola e a hipérbole); “A cinemática nas histórias em quadrinhos”; “Multiplicação de lá para cá” (sobre pular uma casa para a esquerda no algoritmo da operação); “Os números de Fermat”; “Do cilindro ao hiperbolóide”; “A geometria e o amor”; “O romance de uma fração”; “Sofismas”, entre outros.

Além dos títulos interessantes, a revista traz passagens de história da Matemática; anúncios de lançamentos de publicações sobre o ensino da Matemática; questões de exames ou concursos. É importante observar que a *Al-Karismi* também publicava artigos de professores de Matemática atuantes na rede pública com crianças ou jovens. Desse modo, Malba Tahan incentivava a divulgação de uma Matemática que nascia da prática pedagógica mesclada com o conhecimento popular e, por isso, diferente daquela proveniente da academia ou dos livros didáticos.

No livro *A arte de ser um perfeito mau professor* (1967a), Julio Cesar revela sua experiência em magistério e defende claramente suas concepções educacionais, abordando temas como: fumar em aula; castigos aos alunos; colocar aluno fora de classe por indisciplina; efeitos da reprovação, da improvisação e da rotina; atenção que merecem a assiduidade, a pontualidade, o traje e a linguagem do professor. Portanto, Julio Cesar, que começara em 1925 com seu primeiro livro *Contos de Malba Tahan*, em 1967 mostrava que suas ideias tinham ultrapassado o campo dos conteúdos e dos métodos de ensino de Matemática, dos contos infantis ou juvenis, da arte de contar histórias para professores; agora ele falava com autoridade sobre temas que se referiam a todo e qualquer professor, aos educadores de modo geral. Acreditando que a missão da escola, além de instruir, era também educar, Julio Cesar escreveu também o livro *O mundo precisa de ti, professor* (1967b), em que mostra o papel fundamental da ética na profissão magistério.

O infarto fulminante de Julio Cesar em 1978, em Recife, onde fora ministrar um curso para professores de Matemática, não lhe permitiu completar quatro livros: *Dicionário do céu*; *Matemática na vida e na poesia*; *O homem sem sombra* e *Mistificações literárias*. Outros quatro já projetados – *Geometria na quarta dimensão*; *Matemática divertida e maravilhosa*; *Erros e fantasias da Matemática* e *Loucuras e devaneios no mundo da Matemática* – iriam se somar aos 50 já lançados sobre Matemática

Para finalizar

Julio Cesar de Mello e Souza Malba Tahan segue a provocar seus leitores e a instigar pesquisadores (Oliveira, 2001; Faria, 2011; Oliveira, 2007; Siqueira Filho, 2008; Morais, 2017), que se debruçam sobre sua vida e sua obra, para melhor conhecer e se aproximar da imensa herança cultural por ele legada: mais de uma centena de livros, alguns laureados pela Academia Brasileira de Letras. Durante décadas, o livro *O homem que calculava* foi recorde de vendas no Brasil, com 89 edições; foi editado em 17 países e está em processo de edição em outros quatro.

Malba Tahan colaborou com 18 jornais e 8 revistas e respondeu mais de mil cartas de alunos ou leitores.

Na oralidade, Malba Tahan também fazia muito sucesso: sempre alegre, seguro, claro e

ISBN 978-84-945722-3-4

vibrante, em suas aulas ou conferências utilizava-se do que aprendera no curso de dramaturgia. Era simplesmente contagiante...ensinando Matemática.

Malba Tahan é considerado, ao lado de Sam Loyd (Estados Unidos), Yakov Perelman (Rússia) e Martin Gardner (Estados Unidos), um dos mais importantes popularizadores da Matemática no mundo, segundo Pereira Neto (2012), com o que também concorda Emilio Cicco (2012), em seu artigo "El Indiana Jones de las matemáticas".

Perfeito na missão que abraçou, foi um herege, pois lutou contra as rotinas maléficas do ensino da Matemática na época; foi um arauto, um pioneiro, um precursor – um mensageiro que propôs novos métodos de ensino para a Matemática, anunciou novos tempos e horizontes para a Educação Matemática.

Sua contribuição para a Educação Matemática brasileira justifica plenamente a proposta da data 6 de maio pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática e sua institucionalização pelo governo brasileiro como o Dia Nacional da Matemática.

Atualmente, universidades, associações educacionais e escolas para crianças e jovens comemoram o Dia Nacional da Matemática, promovendo conferências, congressos, exposições, feiras, competições ou concursos, premiando trabalhos de professores e de alunos e divulgando a Matemática.

Referências

Cicco, E. (2012, novembro, 09). El *Indiana Jones* de las matemáticas. *Revista Newsweek*, Argentina, 58-60.

Faria, J. C. de (2011). *Diários de viagem de Malba Tahan:história e memória da formação de professores de matemática da CADES.*Tese de Doutorado em Educação, Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas.

Morais, C. R. S. (2017). Registros do acervo de Julio Cesar de Mello e Souza: rede de contatos em fundos de documentação pessoal. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas.

Oliveira, C. C. (2001). *Do menino "Julinho" a Malba Tahan:uma viagem pelo oásis do ensino da matemática.* Dissertação de Mestrado em Educação, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Oliveira, C. C. (2007). *A sombra do arco-íris: um estudo histórico-mitocrítico do discurso pedagógico de Malba Tahan.* Tese de Doutorado em Educação, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo.

Pereira Neto, André de F., & Salles, P. P. (2012, setembro). O homem que criava. *Revista de História da Biblioteca Nacional*,*7*(8), 66-69.

Pereira Neto, André de F., & Salles, P. P. (2016). Julio Cesar e Malba Tahan: criador e criatura. In Coppe, C., Andrade, M. M., Viana, O. A., & Marim, V. (Orgs.). *Malba Tahan e a revista Al-Karismi (1946-1951): diálogos e possibilidades.*17-57. Jundiaí:

ISBN 978-84-945722-3-4

Paco. ISBN 978-85-462-0329-1.
Siqueira Filho, M. G. (2008). *Ali Iezid Izz-Edim Ibn Salim Hank Malba Tahan: episódios do nascimento e manutenção de um autor – personagem.* Tese de Doutorado em Educação, Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas. Retirado em 25 de janeiro de 2017, de http://www.bibliotecadigital.unicamp.br
Souza, G. M. (2010). *Felix Klein e Euclides Roxo: debates sobre o ensino da Matemática no começo do século XX*. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Unicamp, Campinas. Retirado em 20 de fevereiro de 2017, de http://www.bibliotecadigital.unicamp.br
Tahan, M. (1946). *Revista Al-Karismi* (vol.1). Rio de Janeiro: Getúlio Costa.
Tahan, M. (1965). *Didática da Matemática* (2a. ed., 2 vol.). São Paulo: Saraiva.
Tahan, M. (1967a). *A arte de ser um perfeito mau professor.* Rio de Janeiro: Vecchi.
Tahan, M. (1967b). *O mundo precisa de ti, professor.* Rio de Janeiro: Vecchi.
Tahan, M. (1967c). *O professor e a vida moderna*. Rio de Janeiro: Vecchi.
Valente, W. R. (2011). *A matemática na formação do professor do ensino primário: São Paulo, 1875-1930.* São Paulo: Annablume; Fapesp.

Legislação

Lei n. 12 835, de 27 de junho de 2013. (2013, junho). Institui o Dia Nacional da Matemática. *Diário Oficial da União* (Col. 03, p. 01). Brasília. Retirado em 06 de setembro de 2016, de http://www.jusbrasil.com.br/diarios/56016228/dou-secao-1-27-06-2013-pg-1.

Anexo 1

Relação de alguns dos 50 livros de Educação Matemática de autoria de Malba Tahan

- 1933: *Estudo elementar das curvas* (tese para concurso)
- 1934: *Geometria analítica* (livro didático)
- 1934: *Matemática divertida e curiosa*
- 1938: *O homem que calculava* (premiado pela Academia Brasileira de Letras)
- 1939: *Histórias e fantasias da Matemática*
- 1940: *Dicionário curioso e recreativo da Matemática*
- 1941: *Matemática divertida e pitoresca*
- 1942: *Matemática divertida e fabulosa*
- 1943: *Diabruras da Matemática*
- 1943: *Matemática divertida e diferente*
- 1945: *As grandes fantasias da Matemática*

ISBN 978-84-945722-3-4

- 1945: *Meu caderno de Matemática*
- 1947: *Os escândalos da geometria*
- 1950: *Aritmética*
- 1951: *Matemática suave e divertida*
- 1954: *Folclore da Matemática*
- 1957: *Didática da Matemática*
- 1957: *Técnicas e procedimentos didáticos no ensino da Matemática*
- 1960: *Antologia da Matemática* (vol. I)
- 1961: *Antologia da Matemática* (vol. II)
- 1962: *Matemática divertida e delirante*
- 1965: *Matemática recreativa*
- 1965: *O problema das definições em Matemática*
- 1965: *Os números governam o mundo*
- 1969: *Numerologia*
- 1972: *As maravilhas da Matemática*
- 1974: *O jogo do bicho à luz da Matemática*

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-753

LA PNL (PROGRAMACIÓN NEUROLINGÜÍSTICA) Y LA COMPETENCIA EMOCIONAL EN LA FORMACIÓN MATEMATICA DE LOS ALUMNOS DE GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA UIC.BARCELONA

Salvador Vidal Raméntol
svidal@uic.es
Universidad Internacional de Catalunya. UIC.Barcelona. España

Núcleo temático: III Aspectos socioculturales de la Educación Matemática.
Modalidad: CB.
Nivel educativo: 5 Formación y actualización docente
Palabras clave: Matemáticas, Buen humor, PNL, Dinámica de grupos.

Resumen

La presentación mostrará una experiencia llevada a cabo en la Facultad de Educación de la UIC en la asignatura de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas que se realiza en el Grado de Educación Primaria.

Introducimos algunas ideas de PNL, Programación Neurolingüística e interpelamos a nuestros alumnos sobre como ellos aprenden mejor, si de forma visual, auditiva o cinestésica. Les pasamos un test, ya que muchos no lo tienen claro y a partir de sus resultados les hacemos reflexionar sobre estrategias y recursos que podrían utilizar para dar una clase de matemática. Dentro de la sesión de PNL introducimos la Dinámica de Grupos para trabajar de una forma diferente.

También empezamos la sesión con una matemática recreativa donde, primero el profesor, para mostrar que es lo que pretende y seguidamente todos los alumnos, a lo largo del curso, deben exponer delante de toda la clase una actividad lúdica de matemática que nos haga reír, sorprender, extrañar, divertir,… en el fondo lo que pretendemos es crear una emoción positiva hacia esta materia, que algunos alumnos la temen como el ratón al gato.

Con esta experiencia pretendemos que los estudiantes adquieran competencia matemática pero también competencias de Comunicación Lingüística.

Introducción.

El objetivo principal de la enseñanza de las matemáticas a los futuros maestros es que sean competentes en la materia, es decir que adquieran conceptos, procedimientos, actitudes y valores. Algunos de mis alumnos ya tienen un nivel de competencia aceptable pero otros

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

todavía no y muchas veces ocurre que han tenido una mala experiencia en el aprendizaje de esta materia y preferirían pasar de largo.

La Neurociencia confirma que la competencia emocional puede favorecer el aprendizaje y por ello intento que mis clases sean emocionalmente positivas.

En mi investigación para mejorar la didáctica de las matemáticas me ha llevado a trabajar con las emociones, buscando la parte más lúdica de la materia, el autoestima, la dinámica de grupos, actualmente la PNL, Programación Neurolingüística para mejorar la comunicación, sobretodo la no verbal, en el aula y sacar el máximo rendimiento de nuestra mente.

Competencia y Objetivo.

Esta experiencia llevada a cabo en el aula de la Facultad de Educación pretende mejorar la competencia matemática, favorecer una actitud positiva hacia la matemática y disfrutar aprendiendo y enseñando matemáticas. Con ello pretendemos cambiar la actitud hacia las matemáticas.

También pretendemos:

- Pasarlo bien con los acertijos matemáticos
- Aprender actividades de matemáticas recreativas
- Reír con la matemática
- Razonar curiosidades matemáticas
- Crear emociones positivas
- Saber exponer en público problemas matemáticos
- Profundizar en el aprendizaje de las matemáticas con anécdotas divertidas
- Ver una cara divertida de las matemáticas

Actividades que llevamos a cabo

Una vez definidas las competencias que pretendemos alcanzar y los objetivos que queremos desarrollar, el primer día de clase presentamos a nuestros estudiantes una curiosidad que deben intentar resolver primero a nivel individual y sino llegan a la solución, en forma de pequeño grupo.

ISBN 978-84-945722-3-4

Para conseguir los objetivos propuestos trabajamos tres tipos de contenidos, conceptuales, procedimentales y actitudinales, estos últimos son los primeros que trabajamos, después los procedimentales, sobretodo en nuestro laboratorio matemático y por último los contenidos conceptuales que muchas veces son los estudiantes del grado, los que definen los conceptos trabajados de forma empírica, basado en la experiencia y en la observación de los hechos.

Una primera cuestión podría ser presentarles dos números amigos, ¿sabéis lo que son los números amigos? Ellos tienen que utilizar sus recursos tecnológicos para averiguar cuando decimos que dos números son amigos.

También les propongo que busquen la etimología de la palabra Matemáticas y la palabra Cálculo. Es curioso que la palabra matemáticas signifique, "aquello que puede aprenderse", Platón opinaba que nadie podía considerarse educado si no tenía conocimientos de matemáticas. Hoy en día todos debemos tener unos conocimientos básicos de matemáticas ya que, como les digo a mis alumnos, "La matemática nos facilita la vida"

La palabra cálculo quiere decir piedra y fue la primera calculadora que utilizaban nuestros antepasados, en el Paleolítico. Un ejemplo es que cuando salían a cazar cada uno de ellos dejaba una piedra que le identificaba en un mismo lugar y por la tarde, al regresar, recogían su piedra, de esta forma podían controlar las personas que ya habían vuelto y las que todavía quedaban cazando. Si alguna se retrasaba, salían en grupo para intentar rescatar a los compañeros que no habían vuelto. Les propongo que busquen en la red más ejemplos de cómo la piedra, fue la primera calculadora de la historia.

Cuando introduzco el concepto de didáctica de las matemáticas como un arte y donde prima la creatividad, hablamos de cómo comunicar mejor teniendo en cuenta del mensaje que damos, el tono de voz que utilizamos y los gestos que acompañan a nuestro mensaje haciendo hincapié que el mensaje corporal representa un 50% del mensaje y debemos ser coherentes entre lo que decimos y lo que expresa nuestro cuerpo.

Teniendo en cuenta nuestros receptores debemos conocer si realizan mejor su aprendizaje de forma visual, auditiva o cinestésica. Les comento que cerca de un 50% aprenden mejor y recuerdan lo aprendido en imágenes, son más visuales, sobre un 30% lo hacen de forma auditiva, con palabras y sonidos y alrededor de un 20% de forma cinestésica, con emociones y manipulando objetos.

ISBN 978-84-945722-3-4

Intento que ellos hagan un esfuerzo por identificarse en uno de estos tres sistemas representativos primarios y les comento que siempre hay uno que domina sobre los otros dos. Una vez establecido la base de los tres grupos empezamos un trabajo de dinámica de grupos donde primero de forma individual deben completar una tabla donde les pregunto qué estrategias y recursos utilizarían para enseñar matemáticas a un grupo de alumnos donde tenemos componentes de los tres grupos.

Alumnos	Estrategias y recursos a utilizar en las clases de matemáticas
Visuales	
Auditivos	
Cenestésicos	

Tabla nº1. Elaboración propia

Una vez cada alumno ha rellenado su tabla les coloco en grupos de dos en dos donde deben rellenar otra tabla igual donde contemple las estrategias y recursos de los dos sin repetir ninguna, algunas parecidas deben llegar al consenso para saber cuál poner. Después lo mismo en grupos de cuatro personas que tienen que rellenar otra tabla con las propuestas de cada una de las parejas, que aunque son cuatro personas solo cuenta la hoja que han rellenado de dos en dos. Una vez rellenada les pongo en grupos de ocho personas y deben rellenar ya la última tabla completando todas las estrategias y recursos de los dos grupos de cuatro. Al final nos damos cuenta que tenemos muchas posibilidades muchas más de las que inicialmente, a nivel personal, habíamos pensado que podríamos realizar. Destacamos que una decisión compartida es más rica que una a nivel personal y de esta forma señalamos la importancia del trabajo en equipo.

ISBN 978-84-945722-3-4

Con esta actividad trabajamos dos objetivos, uno de estrategias matemáticas y otro de trabajo en equipo.

Una vez terminado el trabajo de los grupos de ocho personas recojo la hoja que han rellenado de forma conjunta y realizo el resumen final de todos los grupos en un solo documento final que transfiero a todos los alumnos para su información.

Al final aparecieron estas estrategias y recursos:

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

VISUALES	1. Bits 2. Suporte digital: youtube, ppt, prezzis, vídeos, tutoriales de Internet. 3. BaFi 4. Posters (con velcro) 5. Libros de texto 6. Pizarra 7. Ábaco 8. Sudokus 9. Problemas con imágenes 10. Fijarse en el entorno 11. Tangram 12. Juegos de estrategia: ejem: 3 en ralla, ajedrez... 13. Lenguaje no verbal: gesticulación del cuerpo y expresiones faciales. 14. Magia matemática 15. Imágenes gráficas 16. Dibujos y esquemas 17. Juegos de ordenador 18. Juegos manuales
AUDITIVOS	1. Explicación del profesor y de los compañeros (exposiciones) 2. Vídeos 3. Debate matemático 4. Música 5. Juegos de palabras (rimas) 6. Cálculo mental 7. Problemas orales 8. Características de la voz: tono, entonación, velocidad, volumen, vocalización 9. Vocabulario claro y significativo 10. Repetición de conceptos 11. Acertijos 12. Cuentos
CINESTÉSICOS	1. Elementos manipulables: BaFi, tangram, puzles, material plástico, plastilina, monedas... 2. Utilizar el cuerpo 3. Ejercicios prácticos 4. Juegos de estrategia 5. Pizarras interactivas 6. Tablets, ordenadores 7. Lego – robótica 8. Flipped classrooms 9. Laboratorio matemático 10. Debate matemático 11. Salidas matemáticas 12. Interacción con niños

ISBN 978-84-945722-3-4

	13. Teatro matemático 14. Dibujar con material: compás, cartabón...

Tabla nº 2. Elaboración propia

Otra de las dinámicas de grupo que trabajamos en el aula es la técnica del simposio donde entre todos lo hacemos todo, pero no todos lo trabajamos todo.

Cuando explicamos que conseguir la competencia matemática implica:

- Pensar matemáticamente
- Razonar matemáticamente
- Plantear y resolver problemas
- Obtener, interpretar y generar información con contenido matemático
- Utilizar las técnicas matemáticas básicas
- Interpretar y representar (a través de palabras, gráficos, símbolos, nombres y materiales) expresiones, procesos y resultados matemáticos.
- Comunicar el trabajo y los descubrimientos realizados, tanto de forma oral como con pequeños escritos, utilizando un lenguaje matemático.

Estos siete aspectos los trabajamos en siete grupos, de forma que cada grupo debe pensar y planificar dos actividades para conseguir el objetivo. Las actividades pensadas deben situarlas en un ciclo concreto de la educación primaria (6 – 12 años), en uno de los cinco bloques de contenidos, que metodología utilizaran para trabajar la actividad, que contenidos pretenden que los alumnos aprendan y cuáles son los criterios de evaluación que tendrán en cuenta para valorar el grado de obtención del objetivo. Para realizar este trabajo en equipo deben manejar el documento del Nuevo Currículum de la Generalitat de Catalunya que apareció el 23 de junio del 2015.

Es un trabajo que realizan en el aula formando grupos de cinco seis personas. Una vez terminado en trabajo en equipo deben exponer cada grupo al resto de compañeros toda la actividad que han desarrollado. El resto de equipos debe tomar nota del trabajo realizado por sus compañeros de forma que al final de la sesión todos tiene el material de los siete grupo, entre todos lo tenemos todo. La dinámica de grupos favorece mucho el trabajo en equipo y

ISBN 978-84-945722-3-4

ayuda a que todos los alumnos tengan un protagonismo activo ya que empezamos por un trabajo personal que vamos completando en grupo.

Conclusiones

La PNL ha sido una compañera excelente para tener en cuenta en el momento de realizar nuestras exposiciones y presentaciones en público y preparar nuestras sesiones de clase. Los alumnos han recogido cantidad de actividades y recursos que les son útiles para desempeñar su función docente. La matemática recreativa introducida al principio de las clases, primero por el profesor y luego por los propios alumnos, es la forma de conseguir un cambio de actitud hacia las matemáticas y con ello mejorar su aprendizaje. La matemática recreativa les hace pensar, relacionar, reflexionar, establecer relaciones y cuando consiguen resolver el reto presentado, la inquietud inicial se convierte en satisfacción, hemos trabajado la emoción y la motivación a través del esfuerzo en el trabajo.

La dinámica de grupos es un recurso para favorecer el trabajo en equipo y con ellas conseguimos:

- Desarrollar el sentimiento de nosotros
- Enseñar a pensar de forma activa
- Enseñar a escuchar de forma comprensiva
- Desarrollar capacidades de cooperación, responsabilidad, autonomía, creatividad, intercambio de opiniones, colaboración
- Superar tensiones, vencer falsos temores y crear sentimientos de seguridad
- Crear una actitud positiva delante de los problemas de las relaciones humanas y favorecer un buen clima a la adaptación social del individuo.

Estos recursos favorecen la adquisición de la competencia emocional tan necesaria en nuestras aulas de matemáticas.

Con todo ello la evaluación que los alumnos hacen de estas clases en los últimos cuatro años son: (Dos encuestas cada año, valoración sobre 5)

Encuesta de los estudiantes: 4,53 - 4,43 - 4,85 - 4,21 - 4,77 - 4,86 - 4,73 - 4,11.

Ello nos llena de satisfacción y nos anima a seguir con la competencia emocional en la formación matemática.

ISBN 978-84-945722-3-4

Referencias bibliográficas

Bavister, S., Vickers, A. (2014). *Programación Neurolingüística*. Barcelona : Amat.

Churches, R., Terry, R. (2009). *PNL para educadores* . Bilbao: Desclée.

O'Connor, J & Seymour,J (1992) *Introducción a la PNL*. Barcelona: Urano.

Serrat,A.(2005). *PNL para docentes*. Barcelona: Graó.

Vidal, S. (2009). *Estrategias para la enseñanza de las matemáticas en secundaria.* Barcelona: Laertes.

Vidal , S. (2011). Good Morning, numbers day. (T. A. Inc, Ed.) *Australian Primary Mathematics classroom, 16*(3), 25-28.

Vidal, S. (2013). *El dia del número, motivación de la matemática.* Saarbrücken: Publicia.

Vidal, S., & Balaguer, C. (2013). La comunicación de los problemes de matemáticas en la didàctica de los Grados de Educación en la UIC. (UCM, Ed.) *Estudios sobre el Mensaje Periodistico*(19), 531-541.

Vidal, S., & Fuertes, M. (2013). La dinàmica de grupos para el trabajo cooperativo facilita la comunicación. *Vivat Academia*(123), 1-12.

Vidal,S.,& Balaguer, C. (2014). Conexiones entre las dificultades de aprendizaje de la lectura y las matemáticas. En A. Mendieta, *Visiones docentes en las aulas de hoy* (págs. 19 -39). Madrid: Editorial ACCI

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-755

Proyecto STEMforYouth

José Manuel Diego Mantecón[1], Juan José Sáenz De La Torre Lasierra[1], Mirosław Brzozowy[2]
josemanuel.diego@unican.es, juanjose.saenztorre@unican.es, miroslaw.brzozowy@gmail.com
[1] Universidad de Cantabria (España), [2]Warsaw University of Technology (Polonia)

Núcleo temático: VI. Matemáticas y su integración con otras áreas.
Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nivel educativo: Medio o Secundario (12 a 15 años)
Palabras clave: educación, STEM

Resumen

STEMforYouth es un proyecto H2020 de la Unión Europea, que se enmarca dentro del bloque Science with and for Society (ciencia por y para la sociedad), de dos años de duración (http://www.stem4youth.eu/). Está conformado por 10 organizaciones participantes de seis países diferentes (España, Italia, Grecia, Polonia, Eslovenia y República Checa). El objetivo principal del proyecto consiste en despertar el interés de los jóvenes de entre 12 y 19 años por el aprendizaje de las materias STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics). Se pretende informar a los jóvenes sobre las potencialidades de las carreras STEM y su proyección profesional en diferentes sectores laborales; mostrando además que estas carreras están abiertas a toda la sociedad independientemente de su género. Para lograrlo, el proyecto desarrollará una guía para profesores sobre las materias STEM, con una parte de desarrollo curricular y otra extracurricular. En particular los miembros del STEMforYouth diseñarán diferentes actividades STEM para su implementación en el aula, y también para su experimentación en eventos extraescolares. En este momento estamos desarrollando las actividades e invitando a institutos españoles a participar en el proyecto.

ISBN 978-84-945722-3-4

Breve Descripción y Motivación del proyecto STEMforYouth

STEMforYouth es un proyecto H2020 de la Unión Europea, conformado por 10 organizaciones de seis países diferentes, cuyo objetivo es fomentar el interés de los jóvenes de entre 12 y 19 años por el aprendizaje de las áreas STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics). Para alcanzar este objetivo el proyecto diseñará actividades de ciencias innovadoras para su implementación en el aula. Estas actividades estarán disponibles en una plataforma online a la que los profesores pondrán acceder para su libre utilización. Esta plataforma dispone además de una aplicación donde los usuarios, una vez registrados, podrán guardar sus actividades para editarlas y adaptarlas a sus necesidades.

El Centro Europeo para el Desarrollo de la Formación Profesional (CEDEFOP) estima que en los próximos 10 años el número de puestos de trabajo que requieren de habilidades STEM crecerá un 8% en la Unión Europea (CEDEFOP, 2014). Para cubrir esta demanda, es necesario aumentar el número de estudiantes que optan por formarse en la rama de las STEM (Oficina Europea de Estadística [Eurostat], 2015a). Actualmente un 27.2% de los estudiantes de educación superior en la Unión Europea optan por carreras STEM, según datos de la Oficina Europea de Estadística, Eurostat (Brzozowy et al., 2017; Eurostat, 2015b). El CEDEFOP sugiere que este porcentaje es insuficiente para cubrir la demanda laboral planificada para los países de la Unión Europea (Caprile, Palmén, Sanz, Dente, & European Parliament. Directorate-General for Internal Policies of the Union, 2015; Lettmayr & Nehls, 2012). A través de iniciativas y proyectos innovadores en la enseñanza de las STEM, la Unión Europea busca revertir estas cifras (Rocard, Csermely, Walwerg-Henriksson, & Hemmo, 2007). En este marco se desarrolla el proyecto STEMforYouth, financiado a través del programa 'SEAC-1-2015 - Innovative ways to make science education and scientific careers attractive to young people' de la Comisión Europea.

Objetivos del proyecto

El proyecto se estructura en torno a dos objetivos principales: (1) aumentar el interés por las STEM de los estudiantes entre 12 y 19 años de los países participantes en el proyecto, y (2) mejorar la información sobre el futuro laboral a la que tienen acceso aquellos estudiantes que quieran realizar carreras relacionadas con las disciplinas STEM.

(1) La Unión Europea busca fomentar el interés de los estudiantes por las STEM, para poder garantizar el suficiente número de graduados en estas disciplinas y mantener así una posición competitiva en el ámbito internacional, previniendo la creciente demanda en el mercado laboral de profesionales formados en las STEM en los próximos años (Caprile et al., 2015; CEDEFOP, 2014; Lettmayr & Nehls, 2012)

El interés de los estudiantes de educación secundaria por las ciencias es más bajo en los países desarrollados que en el resto de países. Entre un 20% y un 30% de los estudiantes de los países desarrollados quieren estudiar o trabajar en el ámbito de las STEM, frente al 60%-90% de los países en vías de desarrollo (Schreiner & Sjøberg, 2004). En el caso de España, la cifra de estudiantes que desean trabajar en el ámbito de las STEM se mantiene por debajo del 30% (Schreiner & Sjøberg, 2004; Vázquez Alonso & Manassero Mas, 2009). Para cubrir la demanda en el mercado laboral de profesionales formados en las STEM es necesario aumentar el interés de los estudiantes hacia dichas disciplinas, mediante metodologías educativas innovadoras como las propuestas por el STEMforYouth y que describimos más adelante.

(2) Según datos de la Comisión Europea es necesario mejorar la información sobre el futuro laboral a la que tienen acceso los estudiantes europeos (Vossensteyn et al., 2015). En

ISBN 978-84-945722-3-4

España, un 20.87% de los estudiantes universitarios STEM de primer curso abandonan los estudios (en el caso del segundo año de estudios esta tasa de abandono se reduce al 8.83%). Un 9.2% cambia de estudios en el primer año de carrera, y un 2.86% en el segundo (Ministerio de Educación Cultura y Deporte, 2016). Según Cabrera et al., (2006) estas cifras de abandono universitario esconden una casuística múltiple incluyendo variables: psicológicas, educativas, institucionales u organizacionales, familiares, y comunitarias o sociales. Cabrera et al. (2006) describen un proceso de abandono “que se inicia con inadecuadas elecciones vocacionales, que se va enriqueciendo con una perspectiva de ejercicio profesional poco alentadora, y concluye con una fuerte desmotivación que desencadena el abandono de los estudios, o la ralentización de los mismos a lo largo de la vida” (p. 178). En este contexto, una de las medidas posibles para reducir la tasa de abandono en estudiantes universitarios de primer curso consiste en mejorar la calidad de la información sobre el futuro laboral a la que tienen acceso los estudiantes, con el objetivo de corregir la elección vocacional al comienzo del proceso. Para facilitar esta información, las actividades desarrolladas en el proyecto STEMforYouth y presentadas en su plataforma web estarán vinculadas con habilidades concretas demandadas por el mercado laboral, que se han identificado en las fases previas del proyecto (Tornese & Lupiañez-Villanueva, 2016), y que se describirán en las siguientes secciones.

Desarrollo del proyecto para alcanzar los objetivos anteriores

El diseño y desarrollo del proyecto se estructura de acuerdo con los dos objetivos a alcanzar descritos anteriormente: (1) aumentar el interés de los estudiantes por las STEM, y (2) mejorar la información sobre el futuro laboral a la que tienen acceso los estudiantes de los países participantes en el proyecto, que estén interesados en realizar carreras STEM.

(1) Para aumentar el interés de los estudiantes participantes en el proyecto hacia las disciplinas STEM, el proyecto desarrollará una serie de cursos y actividades sobre siete disciplinas STEM: matemáticas, física, medicina, ciencia ciudadana, astronomía, química e ingeniería. Cada uno de estos cursos explicará entre 7 y 9 conceptos fundamentales de la disciplina correspondiente, relacionándola con el resto de áreas. Estos cursos y actividades se presentarán a través de una plataforma online (Online Learning Content Management System, OLCMS por sus siglas en inglés), donde los profesores podrán acceder mediante un sistema de registro para utilizar, editar y modificar el contenido según sus necesidades. Todo este material se implementará utilizando diferentes metodologías incluyendo el aprendizaje mediante experimentación, actividades *hands on* y ciencia ciudadana.

El aprendizaje mediante experimentación se trata de una metodología empleada en el caso de algunas disciplinas STEM, donde se considera una metodología más eficiente que las clases magistrales tradicionales (Lutz, 2011). El proyecto STEMforYouth empleará esta metodología en el desarrollo del curso de física, basándose en la experiencia previa de la Universidad de Varsovia con su Laboratorio Web de Acceso Remoto (Web Accessible Remote Laboratory, WARL por sus siglas en inglés). Si bien esta metodología ha sido empleada en proyectos anteriores como Go-Lab (Go-Lab, 2016), el WARL de la Universidad de Varsovia permitirá a los estudiantes participantes en el proyecto STEMforYouth llevar a cabo experimentos de física con instrumentos reales, controlar parámetros de forma remota y obtener datos reales. Un único usuario es capaz de controlar los parámetros del experimento, mientras el resto de los usuarios de la plataforma pueden observar el experimento a través de *webcams*, hacer sugerencias a través de un *chat* de la plataforma y discutir los resultados obtenidos.

ISBN 978-84-945722-3-4

Las actividades hands-on se definen como "cualquier actividad de laboratorio que permite a los estudiantes manejar, manipular u observar un proceso científico" (Lumpe & Oliver, 1991, p. 345). Esta metodología se distingue de las clases magistrales y las demostraciones, al interactuar los estudiantes participantes con los materiales a la hora de realizar las observaciones. En el caso de las disciplinas STEM, la aplicación de esta metodología implica la observación y predicción de procesos y resultados y el diseño de experimentos. Por ejemplo, una actividad *hands on* en el ámbito de la química sería la medición de la corriente eléctrica generada por una batería construida a partir de limones y clavos galvanizados.

La ciencia ciudadana "involucra al público general en la investigación científica, bien mediante una contribución intelectual o aportando herramientas y recursos" (Serrano Sanz, Holocher-Ertl, Kieslinger, Sanz García, & Silva, 2014, p. 8). El curso de STEMforYouth centrado en la ciencia ciudadana enfrentará a los alumnos participantes con problemas de investigación reales como la toma de decisiones o la movilidad humana. Al mismo tiempo, los procesos y dinámicas generados se estudiarán desde el punto de vista de las ciencias sociales, para mejorar los proyectos de investigación actuales.

(2) Con el fin de mejorar la información sobre el futuro laboral a la que tienen acceso aquellos estudiantes que quieran realizar carreras relacionadas con las disciplinas STEM, el proyecto STEMforYouth vinculará las actividades desarrolladas con habilidades laborales demandadas actualmente. Estas habilidades fueron identificadas en una fase previa del proyecto (Tornese & Lupiañez-Villanueva, 2016) y entre ellas figuran la capacidad para trabajar por proyectos, el análisis e interpretación de datos, la gestión de riesgos o las habilidades comunicativas que capacitan para trabajar en un entorno internacional y colaborativo.

ISBN 978-84-945722-3-4

Evaluación

Con el fin de evaluar si las actividades llevadas a cabo por el proyecto logran conseguir los objetivos del mismo, se desarrollarán herramientas de evaluación para cada uno de ellos. En particular, se llevarán a cabo dos pruebas piloto, en el curso 2017-18, que servirán para conformar una comunidad docente en torno al proyecto, evaluar la eficacia de las actividades propuestas, así como de la utilidad de la plataforma online. De esta manera se conseguirán identificar los puntos fuertes y débiles del proyecto.

Para evaluar el interés por las STEM de los sujetos participantes (tanto alumnos como profesores) se desarrollarán cuestionarios actitudinales. Al mismo tiempo, se evaluará el impacto de las actividades en el proceso de enseñanza-aprendizaje, atendiendo a los aspectos motivacionales. Otro aspecto a evaluar es el estereotipo del científico que tanto profesores como alumnos pueden tener. Este aspecto puede estar vinculado con la percepción negativa hacia las STEM, y conllevar la no realización de una carrera profesional relacionada con estas disciplinas (Finson, 2002; Miller, Eagly, & Linn, 2015). El impacto que las actividades STEMforYouth tienen sobre este estereotipo se evaluarán mediante la herramienta Draw-A-Scientist-Test (Chambers, 1983; Finson, 2002; Miele, 2014). Esta herramienta, ampliamente estudiada (Chambers, 1983; Farland-Smith, 2012; Finson, Beaver, & Cramond, 1995; Symington & Spurling, 1990), permite evaluar la imagen del científico percibida por las personas que realizan el test.

Para evaluar el impacto de las actividades en la información sobre el futuro laboral a la que tienen acceso los estudiantes se realizarán cuestionarios pre- y post-test sobre sus perspectivas laborales y académicas. También se evaluará su nivel de información sobre las expectativas laborales que posibilitan las carreras STEM.

Actualmente el proyecto STEMforYouth se encuentra en la fase de diseño de las actividades de cara a su implementación y en la búsqueda de centros educativos que quieran formar en el mismo.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado por el proyecto STEM4youth: Promotion of Stem Education by Key Scientific Challenges and their Impact on our Life and Career Perspectives, dentro del Programa Horizon 2020 (H2020- Seac-2015-1-710577).

Referencias

Brzozowy, M., Hołownicka, K., Bzdak, J., Tornese, P., Lupiañez-Villanueva, F., Vovk, N., … Moussas, X. (2017). Making STEM education attractive for young people by presenting key scientific challenges and their impact on our life and career perspectives. In *INTED2017 Proceedings* (pp. 9948–9957). IATED. https://doi.org/10.21125/inted.2017.2374

Cabrera, L., Tomás, J., Alvarez, P., & González, M. (2006). The dropout problem in University Study. *RELIEVE - Revista Electrónica de Investigación Y Evaluación Educativa*, *12*(2), 171–202.

Caprile, M., Palmén, P., Sanz, P., Dente, G., & European Parliament. Directorate-General for Internal Policies of the Union. (2015). *Encouraging STEM studies: labour market situation and comparison of practices targeted at young people in different member states*. (EU Publications Office, Ed.).

CEDEFOP. (2014). Rising STEMS. Retrieved April 10, 2017, from

ISBN 978-84-945722-3-4

http://www.cedefop.europa.eu/en/publications-and-resources/statistics-and-indicators/statistics-and-graphs/rising-stems
Chambers, D. W. (1983). Stereotypic images of the scientist: the draw-a-scientist test. *Science Education*, *67*(2), 255–265. https://doi.org/10.1002/sce.3730670213
Eurostat. (2015a). European Commission : CORDIS : Programmes : Innovative ways to make science education and scientific careers attractive to young people. Retrieved April 3, 2017, from http://cordis.europa.eu/programme/rcn/665134_en.html
Eurostat. (2015b). *Tertiary education statistics - Statistics Explained*. Retrieved from http://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Tertiary_education_statistics#Gender_distribution_of_participation
Farland-Smith, D. (2012). Development and Field Test of the Modified Draw-a-Scientist Test and the Draw-a-Scientist Rubric. *School Science and Mathematics*, *112*(2), 109–116. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2011.00124.x
Finson, K. D. (2002). Drawing a Scientist: What We Do and Do Not Know After Fifty Years of Drawings. *School Science and Mathematics*, *102*(7), 335–345. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2002.tb18217.x
Finson, K. D., Beaver, J. B., & Cramond, B. L. (1995). Development and field test of a checklist for the draw-a-scientist test. *School Science and Mathematics*, *95*(4), 195–205. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1995.tb15762.x
Go-Lab. (2016). Learning by Experience. Retrieved April 20, 2017, from http://www.go-lab-project.eu/
Lettmayr, C. F., & Nehls, H. (2012). *Future skills supply and demand in Europe. Forecast 2012.* Luxembourg: Publications Office of the European Union. https://doi.org/10.2801/93487
Lumpe, A. T., & Oliver, J. S. (1991). Dimensions of Hands-on Science. *The American Biology Teacher*, *53*(6), 345–348. https://doi.org/10.2307/4449322
Lutz, D. (2011). Physics according to Bernatowicz. Retrieved April 20, 2017, from https://source.wustl.edu/2011/03/physics-according-to-bernatowicz/
Miele, E. (2014). Using the Draw-a-Scientist Test for Inquiry and Evaluation. *Journal of College Science Teaching*, *43*(4), 36–40.
Miller, D., Eagly, A., & Linn, M. (2015). Women's Representation in Science Predicts National Gender-Science Stereotypes: Evidence From 66 Nations. *J Educ Psychol*, *107*(3), 631–644. https://doi.org/10.1037/edu0000005
Ministerio de Educación Cultura y Deporte. (2016). *Datos y cifras del sistema universitario español. Curso 2015/2016*. Retrieved from https://sede.educacion.gob.es/publiventa/d/21461/19/0
Rocard, M., Csermely, P., Walwerg-Henriksson, H., & Hemmo, V. (2007). *A Renewed Pedagogy for the Future of Europe*. Retrieved from http://ec.europa.eu/research/science-society/document_library/pdf_06/report-rocard-on-science-education_en.pdf
Schreiner, C., & Sjøberg, S. (2004). *Sowing the seeds of ROSE*. *Acta Didactica* (Vol. 4).
Serrano Sanz, F., Holocher-Ertl, T., Kieslinger, B., Sanz García, F., & Silva, C. G. (2014). White paper on citizen science for Europe, 35. https://doi.org/10.5663/aps.v1i1.10138
Symington, D., & Spurling, H. (1990). The "Draw a Scientist Test": interpreting the data. *Research in Science & Technological Education*, *8*(1), 75–77.

ISBN 978-84-945722-3-4

https://doi.org/10.1080/0263514900080107
Tornese, P., & Lupiañez-Villanueva, F. (2016). *The EU and future STEM skills requirements*.
Vázquez Alonso, Á., & Manassero Mas, M. A. (2009). La vocación científica y tecnológica: predictores actitudinales significativos. *Revista Eureka Sobre Enseñanza Y Divulgación de Las Ciencias*, *6*(2), 213–231.
Vossensteyn, H., Kottmann, A., Jongbloed, B., Kaiser, F., Cremonini, L., Stensaker, B., … Wollscheid, S. (2015). *Drop-out and Completion in Higher Education in Europe - Main Report*. *European Commission*. https://doi.org/10.2766/826962

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-756

¿GIGANTES O MOLINOS? ACTITUDES HACIA LA ESTADÍSTICA DE PROFESORES PORTUGUESES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

J. Alexandre Martins – Assumpta Estrada – Maria M. Nascimento
jasvm@ipg.pt – aestrada@matematica.udl.cat – mmsn@utad.pt
UDI/IPG, Portugal – Universidad de Lleida, España – UTAD, Portugal

Núcleo temático: IV. Formación del profesorado en Matemáticas
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación del Profesorado
Palabras clave: Actitudes, Escalas, Educación Estadística, Formación de Profesores

Resumen

Las actitudes de los profesores hacia la estadística pueden tener un efecto significativo en su propia formación, en su enseñanza y trasmitirlas a sus estudiantes en un futuro próximo. La influencia de las actitudes en la enseñanza de la estadística en diferentes contextos ha sido previamente estudiada en el trabajo de Estrada et al. (e.g., 2002) y de Martins et al. (2012). El trabajo que aquí presentamos utiliza un análisis cualitativo del contenido de las respuestas a 9 ítems abiertos de la Escala de Actitudes hacia la Estadística de Estrada (Estrada, 2002) de 175 profesores en activo en Portugal y forma parte de un estudio más amplio con profesores portugueses de educación primaria. Los resultados obtenidos nos permiten analizar las razones y motivaciones que originaron su formación.

Introducción

Parece evidente que si pretendemos implementar cambios significativos en las formas en que se enseña la estadística en la escuela es fundamental contar con el compromiso de los docentes Peo además de mejorar el aspecto cognitivo de la instrucción, también se debe prestar atención a factores no cognitivos tales como las actitudes y motivaciones de los estudiantes (Gal & Ginsburg ,1994) y también de los profesores. Las actitudes son un aspecto clave del proceso de enseñanza y aprendizaje, y es importante estudiar las razones y motivaciones que las generan. Por ello en este estudio, analizamos las actitudes de los profesores hacia la estadística, centrándonos en las razones cualitativas y motivaciones que nos aportan las respuestas abiertas a 9 ítems de la Escala de Actitudes hacia la Estadística de Estrada – EAEE – (Estrada, 2002), Comenzamos por proporcionar un breve resumen sobre las actitudes hacia la estadística y la escala EAEE. A continuación se analizan las respuestas dadas en ítems abiertos por profesores portugueses que trabajan en educación básica de primer grado (alumnos de edades comprendidas entre 6 y 9 años, equivalentes a la escuela

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

primaria). Finalizamos con unas reflexiones sobre la importancia de analizar cualitativamente las actitudes de los profesores hacia la estadística y la importancia didáctica que ello conlleva.

Actitudes hacia la estadística

El proceso de aprendizaje de la estadística implica una gran complejidad de factores en los que convergen el cognitivo y el afectivo. Este último enfatiza las actitudes como una variable que ejerce una gran influencia en la estructura, organización y recuperación de la información a través de los procesos de construcción de significados y almacenamiento de información en la memoria, de modo que las actitudes se revelan como un factor clave en mejorar el proceso de aprendizaje (Estrada, 2009). Al conceptualizar el dominio afectivo en la educación matemática y estadística, consideramos la descripción de las actitudes de Philipp (2007) como maneras de actuar, sentir o pensar que muestran la disposición u opinión de una persona. Esto sugiere que las actitudes son más cognitivas que las emociones y que cambian más lentamente. Las actitudes pueden implicar sentimientos negativos o positivos, que resultan de experiencias negativas o positivas a lo largo del tiempo cuando se aprende un tema, en este caso la estadística. Durante las últimas décadas, se han desarrollado una gran cantidad de herramientas para medir las actitudes hacia la estadística. Se resumen en Carmona (2004) y Estrada (2002, 2009), quienes coinciden en que estas escalas son válidos entre estudiantes universitarios, pero no entre maestros en formación o en ejercicio. Estrada (2002) propuso y diseñó una Escala de Actitudes hacia la Estadística (EAEE) específica para profesores, y cuyos 25 ítems se distribuyen según componentes pedagógicos (afectivo, cognitivo y comportamiento) y antropológicos (social, educacional y instrumental). Los resultados de los estudios Estrada (2002), Estrada, Bazán y Aparicio (2010) y Estrada et al. (2011) indican que se puede considerar que la escala EAEE tiene características de alta fiabilidad (alfa de Cronbach = 0,826).

Metodología

Los ítems de la EAEE fueron traducidos al portugués validados por un jurado de expertos y constan de un enunciado y una escala de 5 puntos, que valoran las respuestas desde “muy en desacuerdo” (1 punto) hasta “muy de acuerdo” (5 puntos) Para los 11 ítems redactados negativamente, la escala fue invertida. Con el fin de estudiar las actitudes de los maestros con respecto a la estadística y las razones y motivaciones que las generan, pedíamos

ISBN 978-84-945722-3-4

justificación de la puntuación en nueve de los ítems de la escala EAEE. Los ítems 1, 3, 7, 14, 16, 19, 21, 22 y 23 fueron seleccionados porque tuvieron los puntajes más bajos en los trabajos de Estrada (2002) y Estrada et al. (2010), y su estudio nos puede indicar cómo planificar la formación de los maestros para mejorar sus actitudes hacia la estadística. Con el propósito principal de analizar las explicaciones abiertas de la encuesta de forma cualitativa, utilizamos el análisis de contenido que nos permite identificar un conjunto más detallado de explicaciones y analizar sus pesos entre los profesores. (Krippendorff, 2004). La encuesta fue contestada por 493 profesores portugueses en servicio de primer grado de educación básica del norte y centro de Portugal y nuestro estudio lo centramos en 175 (35%) de ellos que explicaron por lo menos uno de los 9 ítems abiertos; tienen edades entre 26 y 62 años principalmente son mujeres (79%) y el 41% declararon que no tenían formación estadística o eran autodidactas. La puntuación media obtenida en la escala EAEE fue 82 (DE 11.1), la mediana de 83, ambas superiores a la puntuación neutra de 75.

Análisis de Resultados

Dado que nos interesa explicar las razones que distinguen las puntuaciones positivas de las negativas, decidimos analizar solamente las respuestas que mostraron una actitud positiva (4-5), o una actitud negativa (1-2), como en Estrada (2007). Presentamos en la (Tabla 1) la puntuación media de los ítems, la desviación estándar (DE) y el número total de maestros con resultados positivos (4 o 5), neutrales (3) o negativos (1 o 2) para cada uno de los 9 ítem en abierto (como en Estrada & Batanero, 2008).

Tabla 1. Resultados por ítem

Ítem	Media	DE	Positivo	Neutral	Negativo
1ª	2.80	1.06	37 (21%)	64 (37%)	74 (42%)
3ª	1.97	0.98	13 (7%)	17 (10%)	145 (83%)
7	3.11	1.01	64 (36%)	73 (42%)	38 (22%)
14ª	2.55	1.05	39 (22%)	42 (24%)	94 (54%)
16	2.95	1.04	49 (28%)	78 (45%)	48 (27%)
19ª	4.23	0.97	144 (82%)	19 (11%)	12 (7%)
21ª	4.41	0.92	152 (87%)	14 (8%)	9 (5%)
22	2.47	0.97	23 (13%)	70 (40%)	82 (47%)
23ª	4.10	0.96	125 (71%)	43 (25%)	7 (4%)

[a] - Ítem negativo cuyas puntuaciones fueron invertidas.

A continuación, presentamos el análisis de los ítems y la categorización de las respuestas deteniéndonos en aquellos con más puntuaciones negativas que positivas, (1.3.14y 22) pues son los que serán más útiles a la hora de mejorar las actitudes de los maestros hacia la

ISBN 978-84-945722-3-4

estadística. En cada ítem, si los maestros no dieron sus razones/explicaciones o si las dieron pero no proporcionan ninguna información adicional útil (ya sea con puntuaciones positivas o negativas) fueron incluidos en la Categoría 0 - No hay información. El ítem 1 "Me molesta la información estadística que aparece en algunos programas de TV". Debido a que este ítem era negativo, los puntajes de la escala fueron invertidos. No se consideraron 64 cuestionarios (37%) con puntuaciones neutrales. La Tabla 2 muestra las categorías y sus frecuencias.

Tabla 2. Análisis de contenido del ítem 1 según actitudes positivas y negativas

Actitudes positivas			Actitudes negativas		
Categorías	n	%	Categorías	n	%
0 – Sin información	11	30	0 – Sin información	12	16
1 – Sin interés en la información televisiva	3	8	1 – Sin interés en la información televisiva	3	4
2 – Sin confianza en la información televisiva	11	30	2 – Sin confianza en la información televisiva	19	26
3 – Con confianza en la información televisiva	12	32	3 – La realidad y los resultados estadísticos no coinciden	40	54
Total	37		Total	74	

En la categoría 1 los profesores no muestran interés en la información de televisión, incluye declaraciones como "No presto atención a las estadísticas presentadas en la televisión". En la categoría 2, las respuestas demostraron una falta de confianza en la información presentada en la televisión (pero no en la estadística). Esto incluye respuestas como "No siempre es fiable. A veces la muestra no se obtiene de la manera más apropiada". En la categoría 3 identificamos cierta confianza en la información estadística en la televisión en declaraciones como" No me molesta porque me permite obtener datos y conclusiones muy interesantes". Para las actitudes negativas la categoría 1 agrupa sentencias que explican la falta de interés en la información dada en la televisión, como "Es mucha información a la vez". La categoría 2 incluye demostraciones de falta de confianza en la información mostrada en la televisión, como "Debido a que las estadísticas son apenas perceptibles, su población objetivo no se conoce y se limita a las áreas urbanas, por lo que las zonas rurales no están incluidas". En la categoría 3 hay frases como: "No siempre coincide con la realidad. A veces los datos estadísticos olvidan el elemento humano" y "Muchas veces es manipulador, particularmente durante las elecciones". Por lo tanto, creemos que la televisión (y otros medios de comunicación) puede ser un buen campo de estudio para los estudiantes y profesores que deseen familiarizarse con la estadística en un intento de aumentar su conciencia y participación. En el ítem 3 se afirma que "La estadística puede manipular la verdad", y en

ISBN 978-84-945722-3-4

este ítem (una vez más se invirtieron las puntuaciones de la escala) se eliminaron 17 puntuaciones neutras (10% de 175 cuestionarios). La Tabla 3 muestra las categorías y sus frecuencias.

Tabla 3. Análisis de contenido del ítem 3 para actitudes positivas y negativas

Actitudes positivas			Actitudes negativas		
Categorías	n	%	Categorías	n	%
0 – Sin información	3	22	0 – Sin información	62	43
1 – Estadística como ciencia	5	39	1 – Manipulación sin interés propio (ejemplo, interés político)	38	26
2 – Manipulación/deshonestidad	5	39	2 – Manipulación intencional o sesgada	37	25
			3 – Vulnerabilidad del receptor	8	6
Total	13		Total	145	

Para las actitudes positivas la categoría 1 incluye declaraciones basadas en la idea de que la estadística implica exactitud, lo que excluye la manipulación e incluye declaraciones tales como "La estadística presenta datos exactos". La categoría 2 recoge declaraciones relacionadas con la posible manipulación/deshonestidad de la gente. Esta categoría incluye explicaciones tales como "La realidad no puede ser manipulada; Usted puede manipular datos para que la interpretación de la realidad sea alterada". Para las actitudes negativas la categoría 1 incluye declaraciones relacionadas con la existencia y la manipulación de datos estadísticos sesgados, con mención específica de interés político: "Especialmente en política, antes de las elecciones". La categoría 2 incluye declaraciones sobre manipulación intencional, ya sea por la forma en que se recopilan los datos o porque las respuestas son sesgadas: "Eso depende de la muestra seleccionada y el tipo de preguntas que se hacen". Las respuestas de la categoría 3 muestran claramente la vulnerabilidad de los destinatarios de la información estadística: "En parte influye en las personas, especialmente las que están mal informadas y las que son fácilmente manipuladas". Como posibles explicaciones de las actitudes negativas dentro de este ítem, los maestros consideraron que la estadística puede ser manipulada en varios niveles tanto en el interés de los receptores como de quienes diseñan encuestas estadísticas, e incluso de quienes interpretan, seleccionan y transmiten los resultados finales. El ítem 14 contiene la declaración " Utilizo poco la Estadística fuera de la escuela.", y en este ítem (también con puntajes de escala invertidos) se eliminaron 42 puntuaciones neutrales (24%).La Tabla 4 presenta las categorías y sus frecuencias.

Tabla 4. Análisis de contenido del ítem 14 para actitudes positivas y negativas

Actitudes positivas			Actitudes negativas		
Categorías	n	%	Categorías	n	%

ISBN 978-84-945722-3-4

0 – Sin información	17	44	0 – Sin información	54	57
1 – Usa/necesita de acuerdo con las situaciones día-a-día	9	23	1 – No usa estadística por algo	30	32
2 – Estadística está en todo en el cotidiano	12	31	2 – Solo usa información indirecta	2	2
3 – Usa estadística en el trabajo pero no reconoce su uso en el día-a-día	1	3	3 – Por veces usa estadística en el día-a-día	7	7
			4 – Sin formación estadística	1	1
Total	39		Total	94	

Para las actitudes positivas en la categoría 1 las declaraciones se referían al uso/necesidad de estadística en situaciones cotidianas tales como "Lo uso en el aula y en la vida cotidiana". En la categoría 2 incluimos declaraciones sobre el uso común de estadística como " Incluso sin saberlo". La única afirmación en la categoría 3 fue "En mi vida privada rara vez la uso, pero ya la he usado en otras actividades profesionales".

En el análisis de las actitudes negativas la categoría 1 incluye oraciones basadas en las razones escritas por los profesores acerca de la ausencia de necesidad, uso, voluntad, tiempo o interés en el uso de estadísticas, por ejemplo, "Nunca lo uso fuera de la escuela. No necesito estadísticas para averiguar los aspectos positivos y negativos de la economía portuguesa". Para la categoría 2, el uso de información indirecta está en los medios de comunicación (1 de 2) o en el trabajo científico (1 de 2). En la categoría 3 incluimos frases como "En algunas situaciones cotidianas lo uso". Finalmente, el único ejemplo para la categoría 4 fue "No tengo formación adecuada en esta área". Gran parte de las explicaciones hacían una distinción clara entre la enseñanza de la estadística y el uso de la estadística en su vida cotidiana, por eso sería importante mejorar y/o aumentar su formación estadística. En el ítem 22 se afirma que " A menudo explico a mis compañeros problemas de Estadística que no han entendido.", y se eliminaron 70 puntuaciones neutrales (40% de 175 cuestionarios). Hubo un 13% de actitudes positivas y un 47% de actitudes negativas. La Tabla 5 presenta las categorías y sus frecuencias.

Tabla 5. Análisis de contenido del ítem 22 para actitudes positivas y negativas

Actitudes positivas			Actitudes negativas		
Categorías	n	%	Categorías	n	%
0 – Sin información	12	52	0 – Sin información	48	59
1 – Intento ayudar tanto como puedo y siempre que me lo piden	3	13	1 – A veces pasa	21	26
2 – Intento compartir siempre que necesario	7	31	2 – No tengo formación estadística para ello	10	12
3 – Solo lo hice cuando fui alumno	1	4	3 – Solo uso estadística en mis clases	1	1
			4 – Todos (o casi todos) entienden estadística	2	2
Total	23		Total	82	

ISBN 978-84-945722-3-4

Para las actitudes positivas en la categoría 1 hubo declaraciones de maestros que trataron de ayudar tanto como pudieron o cuando se les pidió (por ejemplo, "Siempre que puedo"). En la categoría 2 incluimos declaraciones de maestros como "Cuando surgen dificultades, trato de presentarlas a mis colegas y compartirlas con ellas". En la categoría 3 incluimos la única respuesta: "Sucedió cuando estudié estadística". En las actitudes negativas la categoría 1 se basó en las razones presentadas en las explicaciones (por ejemplo, "Nadie me preguntó"). En la categoría 2, un ejemplo es "Mis colegas saben más sobre la estadística que yo; Son más jóvenes y tienen más formación". La única justificación en la categoría 3 fue "En mi grado de enseñanza [primer grado] no discutimos problemas difíciles, sólo problemas de clase". Finalmente, incluimos en la categoría 4 "Cada colega conoce el tema". De los pocos profesores que mostraron una actitud positiva, nos dieron la impresión de que estaban disponibles para el trabajo cooperativo en estadística. Principalmente, los profesores parecen tener una actitud generalmente negativa hacia este tema, lo que indica la conciencia de su propia falta de formación y el conocimiento de la estadística.

Consideraciones finales

Este trabajo forma parte de un estudio más amplio de las actitudes de los profesores de educación básica portuguesa de primer y segundo grado hacia la estadística. El objetivo no era generalizar nuestros hallazgos, sino llamar la atención sobre cómo los maestros explican sus actitudes hacia la estadística. En relación con las puntuaciones medias, los resultados obtenidos en esta encuesta no parecen ser muy diferentes de los de Estrada (2002) y Estrada et al. (2010) sobre profesores españoles y peruanos. De acuerdo con los trabajos de Estrada (2007), Estrada y Batanero (2008) y Estrada et al. (2011), con respecto a las explicaciones de actitudes positivas de los maestros en los temas considerados, podemos enfatizar su visión de la necesidad e interés en enseñar estadística. Estas actitudes refuerzan la idea de que "las estadísticas no sólo son válidas para los científicos": la estadística es útil para todos. En este trabajo, los maestros de educación básica portuguesa de primer grado revelaron que generalmente les gusta el aprendizaje y la enseñanza de la estadística, y la ven como una herramienta para enfrentar objetivamente los problemas del mundo real. Respecto a las explicaciones de actitudes negativas de los profesores señalaron desconfianza en las estadísticas presentadas en televisión y su manipulación a través de metodologías utilizadas y/o análisis presentados. Una vez más, en línea con Estrada (2007), Estrada y Batanero (2008)

ISBN 978-84-945722-3-4

y Estrada et al. (2011), las otras actitudes negativas descritas conducen a la sugerencia de que estos maestros no usan la estadística en su vida cotidiana, ya sea porque no la necesitan o no están interesados. Sospechamos que debido a su falta de formación inicial en estadística y sus actitudes negativas los docentes a menudo omiten el tema. Creemos que, más como "molinos" útiles que como "gigantes" imaginados, temibles y asustadores, las opiniones de los maestros expresadas en los ítems abiertos pueden llamar la atención sobre la importancia de evaluar sus actitudes hacia la estadística y levantar el velo sobre sus razones y explicaciones de estas actitudes. A medida que estas explicaciones son más conocidas, y tal como el viento hace mover las velas de los molinos, pueden dar pistas para reforzar la formación de maestros de una manera más fundamentada y así planificar las acciones didácticas futuras. Por otra parte, nuestro esfuerzo por completar este análisis principalmente cualitativo de elementos seleccionados de la EAEE nos permitió comprender de manera más detallada las actitudes de los docentes hacia la estadística, confirmando y complementando concepciones basadas en trabajos previos y en nuestra experiencia docente.

Agradecimientos

Trabajo realizado en el marco del Proyecto EDU 2016-74848-P (AEI-FEDER). Trabajo financiado por FCT-Fundación para la Ciencia y Tecnología (PT) en el marco del proyecto UID/CED/00194/2013.

Referencias bibliográficas

Carmona, J. (2004). Una revisión de las evidencias de fiabilidad y validez de los cuestionarios de actitudes y ansiedad hacia la estadística. *Statistics Education Research Journal*, *3*(1), 5-28.

Estrada, A. (2002). *Análisis de las actitudes y conocimientos estadísticos elementales en la formación del profesorado*. Barcelona: Universidad Autónoma de Barcelona.

Estrada, A. (2007). Actitudes hacia la estadística: un estudio con profesores de educación primaria en formación y en ejercicio. In M. Camacho, P. Flores, M. Pilar Bolea (Eds.), *Investigación en educación matemática* (pp.121-140). Tenerife: SEIEM.

Estrada, A. (2009). *Las actitudes hacia la estadística en la formación de los profesores*. Lleida: Milenio.

Estrada, A. & Batanero, C. (2008). Explaining teachers' attitudes towards statistics. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading & A. Rossman (Eds.). *A Joint ICMI/IASE Study: Teaching statistics in school mathematics. Challenges for teaching and teacher education. Proceedings of the ICMI Study 18 Conference and IASE 2008 Round Table Conference*. Monterrey, Mexico: ICMI y IASE

ISBN 978-84-945722-3-4

Estrada, A., Bazán, J. & Aparicio, A. (2010). Un estudio comparado de las actitudes hacia la estadística en profesores españoles y peruanos. *UNION*, 24.

Estrada, A., Batanero, C. & Lancaster, S. (2011). Teachers' attitudes towards statistics. In C. Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics – Challenges for teaching and teacher education*. *A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 163-174). New York: Springer.

Gal, I. y Ginsburg, L. (1994). The role of beliefs and attitudes in learning statistics: Towards an assessment framework. *Journal of Statistics Education, 2*(2).

Krippendorff, K. (2004). *Content analysis: An introduction to its methodology* (2nd ed.). Charlotte, NC: Sage Publications.

Martins, J., Nascimento, M. & Estrada, A. (2011). Attitudes of teachers towards statistics: A preliminary study with Portuguese teachers. In M. Pytlak, T. Rowland, E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 7)*. Rzeszow, Poland: University of Rzeszow y ESRM.

Martins, J., Nascimento, M. & Estrada, A. (2012). Looking Back over Their Shoulders: A Qualitative Analysis of Portuguese Teachers' Attitudes towards Statistics. *Statistics Education Research Journal, 11*(2), 26-44.

Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affects. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257-315). Charlotte, NC: Information Age Publishing y NCTM.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

CB-758

DESDE LA FORMACIÓN PERMANENTE A LA COMPETENCIA PROFESIONAL

Yolanda Colom Torrens1 – Núria Rosich Sala 2
ycolom@uda.ad . – nuriarosich@ub.edu

Universidad de Andorra   Universidad de Barcelona
Andorra- España

Núcleo temático: Formacion del profesorado en Matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: Formación y actualizacion docente

Palabras clave: Profesorado, Competencias matemáticas, Flipeed classroom, materiales.

Resumen

El estudio que presentamos analiza como la formación permanente del profesorado en activo influye en su competencia profesional. En este, expresamos los planteamientos iniciales que han guiado la formación y la adquisición de las competencias matemáticas y tecnológicas de profesores de secundaria en activo en la implementación del currículo (Schulman, 2005; Llinares, 2008; Niss, 2011). El curso se realizó en forma de taller con explicaciones teóricas y parte práctica realizada por los profesores. La formación se efectuó a lo largo de los tres trimestres de un curso escolar y tuvo una duración de treinta y seis horas de formación Los objetivos del curso eran: dinamizar el uso de la tecnología educativa en las clases empleando nuevas metodologías, como el "Flipeed classroom", elaborar y preparar actividades matemáticas "ricas" para sus alumnos.

Dentro de estos objetivos estaba también como un punto importante el de reflexionar la implementación de estas nuevas metodologías en sus aulas de las matemáticas, y dar pautas para atender a la diversidad del aula.

Introducción

Según el proyecto Kom "*un buen profesor de matemáticas es aquel puede fomentar eficazmente el desarrollo de competencias matemáticas con sus alumnos*" (Niss, 2011). Creemos que para conseguir llegar a fomentar eficazmente el desarrollo de competencias matemáticas a los alumnos es necesaria la formación permanente en didáctica de las matemáticas por parte de los profesores.

ISBN 978-84-945722-3-4

Esta formación fue pensada para profesores de matemáticas de Secundaria que están llevando a la práctica una enseñanza de las matemáticas de forma competencial con todo su significado. Es decir, estos profesores están enseñando y evaluando las matemáticas por competencias. Las matemáticas están integradas en un proyecto que los alumnos han de realizar y paralelamente se realizan talleres únicamente de matemáticas con un objetivo matemático que han de solucionar o dar respuesta movilizando los recursos o contenidos matemáticos necesarios. Esto sin duda requiere que los profesores cambien la metodología de enseñanza. Por esto uno de nuestros objetivos era dar respuesta a cuáles son las actividades competenciales más apropiadas. Teniendo en cuenta que nos centraremos en tres ejes: como crear actividades competenciales matemáticas, cuál será la metodología de trabajo más apropiada y como realizaremos la evaluación.

Referentes teóricos

En la revisión bibliográfica vemos que existen abundantes definiciones y enumeraciones de competencias en educación. Todas incluyen de una u otra manera aspectos de las definiciones anteriores, pero en el campo de la docencia, vemos que la mayoría hace referencia al contenido matemático y cómo han de comunicar estos contenidos a sus alumnos. En cuanto a los saberes o conocimientos del profesor hemos de citar a (Shulman, 1987) que incluye los siguientes conocimientos: a) del contenido; b) didáctico general; c) del currículum; d) de sus alumnos; e) de los contextos educativos, en el cual se incluye el funcionamiento del grupo clase, la gestión, etc.; f) de los objetivos y valores educativos. (Shulman, 2005) destaca *el conocimiento didáctico del contenido* como clave, porque identifica que los conocimientos distintivos utilizados para la enseñanza, constituyen una mezcla entre la asignatura y la didáctica para enseñarla.

En cuanto a los conocimientos del profesor de matemáticas, sobre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas (Llinares, 1995), va un poco más allá al hablar de los conocimientos y saberes. Según este autor los conocimientos profesionales que deben ser gestionados por el profesor de matemáticas. La gestión de estos conocimientos, según (Llinares, 2008) debe ser secuencial y los profesores deberían interpretarlos en: **“**Analizar, diagnosticar y dotar de significado a las producciones de sus alumnos y comparar estas producciones con lo que él pretendía (objetivos). Planificar y organizar el contenido

ISBN 978-84-945722-3-4

matemático para enseñarlo mediante planes de acción. Dotar de sentido y gestionar la comunicación matemática en el aula mediante instrumentos”.

Esquemáticamente los podemos interpretar:

Ilustración1. Conocimientos de un profesor de matemáticas según Llinares

En el proyecto KOM para profesores se mencionan seis competencias que han sido fundamentales para nuestro estudio y que las hemos esquematizado de la siguiente manera:

Ilustración 2. Competencias en el proyecto KOM según Mogens Niss

Dado que nuestro estudio un aspecto importante es la formación de profesores en activo en competencias matemáticas y tecnología, un referente importante ha sido el dado por (Roig, Llinares, Penalva, 2011**)** que hacen referencia a como intervienen el uso las llamadas nuevas tecnologías aplicadas a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, proponen buscar la relación entre el diseño de entornos de aprendizaje mediado por instrumentos y el aprendizaje logrado.

Pensamos que el rasgo distintivo que caracteriza al profesor no está sólo en lo que conoce, sus dominios de conocimiento, sino en lo que hace con lo que conoce, en su conocimiento didáctico, en el uso del conocimiento en la resolución de las situaciones problema generadas en su actividad profesional, es decir en la práctica de enseñar matemáticas, en sus competencias didácticas y profesionales (Rico, 1994; Llinares, 2008; Niss, 2003). Una

ISBN 978-84-945722-3-4

característica distintiva del profesor es la capacidad de diseñar o crear ambientes de aprendizaje adecuados a su época y a su contexto (Jonassen, 2000; Llinares, 2012) y en nuestro caso como va utilizar estos conocimientos en el diseño de unidades didácticas con soporte digital.

Desarrollo de la experiencia

La metodología del curso se desarrolló en forma de taller, con explicaciones teóricas acompañadas de parte práctica. El curso se realizó a lo largo de tres trimestres del curso 2016-2017. En el primer trimestre fueron sesiones introductorias a las otras. Se pasó inicialmente un cuestionario a los profesores para poder determinar cuál era el punto de partida desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas. Y en función de las respuestas obtenidas se fue modelando la formación, teniendo en cuenta las necesidades de cada uno de ellos. Lo que pretendíamos era que fuera un curso dinámico y atrayente ya que éramos conscientes del grado de esfuerzo para los docentes de la realización de este curso de 36 horas. Se pretendía que al finalizar la formación estos se fueran a casa con trabajo realizado que les fuera útil en sus sesiones.

En el primer trimestre se trató el concepto de competencia matemática por lo que se realizó una introducción en la historia de las competencias para poder dar una visión general de este concepto. Se expusieron diferentes proyectos en los cuales se trataron las competencias y se mostraron ejemplos y formas de evaluar.

Otro de los puntos que se trataron fue el de la modelización. Se preguntó y se explicó a los profesores que entendían cuando se hablaba de modelizar y aplicar modelos, por lo que se trató el concepto de modelización matemática. Se partió primero de actividades modelizadoras sencillas que son las llamadas "*Extending Model Eliciting Activities (MEAs)"* para ver como introducir a los alumnos en diferentes problemas complejos. Las Model-Eliciting Activities son actividades de corta duración, una hora, que pueden actuar como catalizadores para la introducción de proyectos de larga duración que tratan de resolver situaciones reales mediante las matemáticas. Sabemos que las MEAs permiten a los alumnos, en grupos, desarrollar una interpretación matemática de situaciones reales y a los profesores reflexivos conocer los pasos intermedios necesarios para procesar la información y hacer un seguimiento de la ruta o itinerario que ha recorrido el alumno y ver las dificultades que han

ISBN 978-84-945722-3-4

tenido. Para el diseño de sus MEAs se les dio los seis principios de (Lesh, 2000) que debían seguir: 1) La MEA tiene que permitir a el alumno reconocer la necesidad de desarrollar un modelo para interpretar los datos dados, los objetivos y las posibles soluciones; 2) Realidad, es decir, la MEA tiene que generar a los alumnos una primera impresión positiva y una predisposición para resolver el problema basado en sus experiencias y conocimientos personales; 3) Autoevaluación. Los alumnos han de juzgar ellos mismos cuando sus respuestas necesitan ser mejoradas o ampliadas y ser capaces de detectar fallos en su interpretación; 4) Documentación de la estructura, el alumno tiene que revelar cuál ha sido el camino que ha recorrido y permitir al profesor examinar que sistema ha utilizado en la resolución; 5) Compartición y reutilización de la estructura con la voluntad de generalizar el modelo obtenido por el alumno para ser extrapolable a otras situaciones similares; 6) Prototipo eficaz, es decir, la MEA tiene que servir como un vehículo efectivo para discutir sobre diversos conceptos y conexiones matemáticas para proveer contextos más ricos y más fáciles de recordar, aprender y discutir.

Entre las actividades que habían de realizar estaban las de determinar si eran buenas modelizaciones y el grado de dificultad que existían en función de la redacción del enunciado del problema. Se les propuso que ellos redactaran un problema contextualizado con diferentes grados de dificultad en función del tipo de enunciado.

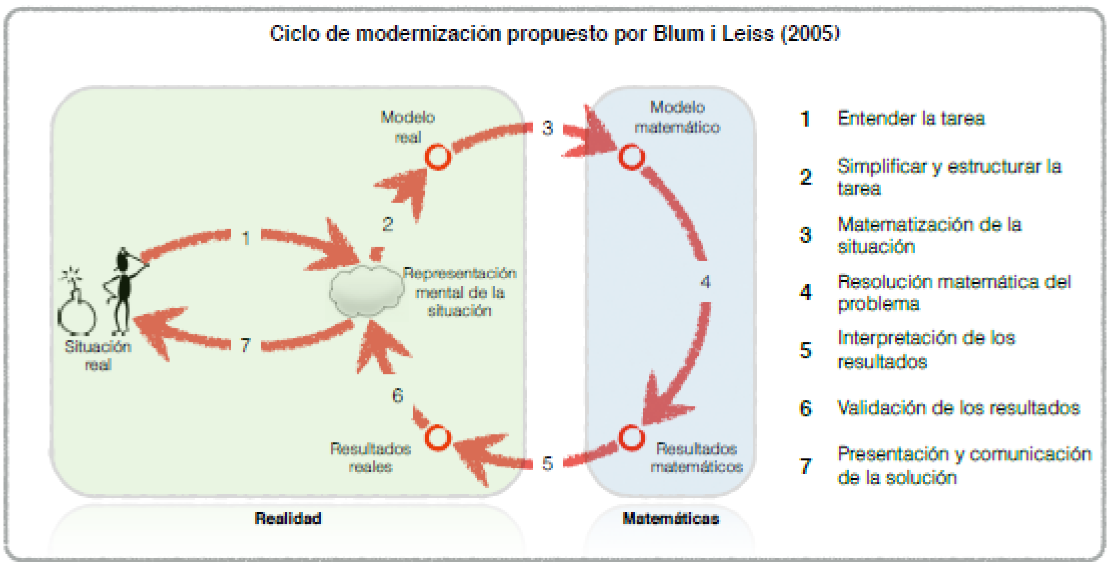
En el segundo trimestre se trató la importancia de las imágenes en las actividades matemáticas desde las diferentes ramas de las matemáticas, también como trabajar con la metodología de la "*Flipped classroom''*. Por lo que se les mostró como los alumnos de secundaria trabajan con la "*Flipped classrrom*" y cuál es la metodología más idónea para la utilización de esta. Otro aspecto que se trató fue el de elaborar sus propios materiales con los diferentes recursos tecnológicos existentes. Posteriormente se pidió a los profesores que escogieran una unidad didáctica y elaborasen esta unidad con la metodología de la Flipped.

En el tercer trimestre se elaboraron diferentes actividades matemáticas explicando las diferencias entre proyectos, matematización y "*activity eliciting*". Por lo que se pidió a los profesores que reflexionasen sobre la implementación de las nuevas metodologías de las matemáticas y que pautas creían que eran las más indicadas para poder atender a la diversidad en el aula a partir de las tecnologías actuales. Como pregunta final se les pidió que nos contestaran: ¿Qué era para ellos un buen profesor de matemáticas?

Aportaciones del estudio

Vamos a mostrar a modo de ejemplo, algunas de las aportaciones realizadas por los profesores en las actividades realizadas y puestas en práctica en sus aulas.

Los profesores pusieron en práctica la realización de "*activity eliciting*", siguiendo los principios dados anteriormente en sus respectivas aulas y aplicando para la realización de estas actividades el siguiente modelo de modelización de Blum i Leiss (2005) que mostramos en el grafico siguiente:



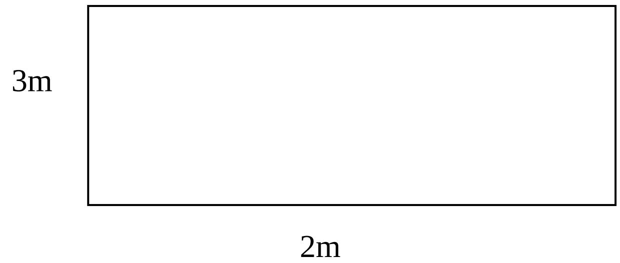
A continuación comentamos algunas de las observaciones que los docentes manifestaron después de haber realizado con sus alumnos la siguiente actividad:

Recuerdo de las vacaciones en New YorK

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Después de unas vacaciones espectaculares por Estados Unidos hemos decidido ampliar nuestra mejor fotografía a un póster de grandes dimensiones que hemos hecho como recuerdo y colgarla en la pared para poder recordarlas.

Pero queremos que tengan estas proporciones:



A continuación, mostramos como tres grupos de alumnos resuelven de forma diferente un mismo problema destacando las fases de una MEA.

- Un grupo realizó el problema mediante una tabla de valores con lo que se constata que comprenden el carácter lineal del problema, realizan una gráfica, aunque de forma incompleta, pero consiguen responder todas las preguntas planteadas.
- El segundo grupo consigue el modelo matemático realizando la expresión algebraica correspondiente al enunciado del problema y con los datos del problema consigue llegar a la respuesta correcta teniendo en cuenta todas las condiciones.
- Y el tercer grupo desarrollan un modelo simple que generalizan y lo reproducen hasta encontrar la respuesta a la situación similar que se les plantea.

Los profesores se han dado cuenta de que en las tareas de modelización matemática los alumnos se encuentran delante de problemas abiertos que a priori no son inmediatos. Esto les ha permitido introducir problemas matemáticos contextualizados en el mundo real que permita a sus alumnos constatar como las matemáticas están presentes en la vida cotidiana, mirar el mundo desde el punto de vista matemático.

Hemos de destacar que la dinámica de las sesiones ha sido explicativa y en parte participativa por parte de los profesores. Esto ha permitido que ellos realizasen actividades que posteriormente pueden comentar y reflexionar: sobre la idoneidad de la metodología empleada, el grado de dificultad, el tipo de actividad, su graduación y evaluación. Consideramos que la formación continua por parte de los docentes es necesaria debido a que

ISBN 978-84-945722-3-4

estamos en un mundo donde los cambios tecnológicos avanzan día a día y donde la sociedad tiene la información de forma inmediata. Sin duda, la figura del profesor ha cambiado en los últimos años, no puede ser únicamente el transmisor del conocimiento ya que este conocimiento está al alcance de todos debido a las tecnologías existentes, por este motivo es necesario un cambio metodológico en la enseñanza, y los profesores han de estar preparados para este cambio.

Referencias bibliográficas

Blum i Leiss (2005): "Modellieren mit der "Tanken"-Aufgaben. In *Mathematic Lehren* nº128, pp.18–21.

Jonassen, D.H. (2000a). "Integrating problem solving into instructional design". In R.A. Reiser & J. Dempsey (Eds.), *Trends and issues in instructional design and technology*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall.

Lesh, R.; Hoover, M. ; Hole, B, Kelly, A. & Post, T. (2000). " Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers". In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), Handbook of Research in Mathematics and Science Education (pp. 113-149).

Llinares, *S* (1995). "Del conocimiento sobre la enseñanza para el profesor al conocimiento del profesor sobre la enseñanza: implicaciones en la formación de profesores de matemáticas". En: La formación del profesorado de ciencias y matemáticas en España y Portugal. Badajoz: Diputación Provincial de Badajoz, pp. 153-171

Llinares, S. (2008). "Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación". III Encuentro de Programas de formación de Matemáticas Universidad Pedagógica Nacional, Santa Fe de Bogorá. Colombia.

Llinares, S. (2012). "Construcción de conocimiento y desarrollo de una Mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea". *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, nº 2, 53-70.

Niss, M. (2003): "Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges", Ed. L.A. Steen B.L. Madison. *Quantitative Literacy National Council on Education and the Disciplines* pp. 215-220

Niss, M (2011). "The Danish KOM Project and possible consequences for teacher education" XIII CIAEM Recife, Brasil.

ISBN 978-84-945722-3-4

Rico (1994). Educación matemática en la España del siglo XX. L Rico, M Sierra.

Roig, A,; Llinares, L.; Penalva, C. (2011). "Estructuras argumentativas de estudiantes para profesores de matemáticas en un entorno en línea". Educación Matemática. Vol. 23, n. 3 (dic. 2011). ISSN 1665-5826, pp. 39-65

Schulman, L (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. Harvard Educational, Vol. 57, nº 1, pp. 1-23

Schulman, L (2005). "Conocimiento y Enseñanza: Fundamentos de la Nueva Reforma (traducción versión 1987)". Profesorado: Revista de currículum y formación del profesorado, nº9, vol, 2. México.

CB-759

O saber-fazer matemático da cultura africana nas produções arquitetônicas da cidade de Ouro Preto/MG

Valdirene Rosa de Souza
valrosad@gmail.com
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – Brasil

Modalidade: Comunicação Breve
Nivel educativo: Ensino Médio
Núcleo temático: Aspectos Socioculturais da Educação Matemática
Palabras chave: Etnomatemática; Educação Matemática; História e Relações entre Brasil e África Ocidental.

Resumo

Esta pesquisa tem por objetivo investigar as influências e intervenções da cultura africana e afrodescendente nas produções arquitetônicas – ornamentais, fachadas e cantarias – em Ouro Preto (MG), focalizando em especial os aspectos quantitativos e espaciais das mesmas. O trabalho além de dar visibilidade aos saberes matemáticos, conhecimentos próprios da cultura negra nas construções arquitetônicas e na mineração - técnicas e elementos arquitetônicos - possibilita inferir a existência de inter-relações tecnológicas entre o Brasil e a África Ocidental e construir uma proposta que auxilie a prática pedagógica dos docentes no ensino de matemática. Entendemos que há uma grande lacuna de conhecimentos relacionados à diversidade cultural brasileira e cultura negra. O levantamento de dados e fatos será realizado por meio de documentos, acervos, bibliografias e revistas, registros de imagem (projetos arquitetônicos, fotografias e pinturas). Naturalmente estamos buscando atender as demandas das Leis 10639/03 e 11.645/08 que determinam a obrigatoriedade do estudo da história e cultura africana e afro-brasileira no ensino fundamental e médio. Essa investigação de natureza qualitativa se insere, sob o ponto de vista teórico/metodológico, nos pressupostos do programa Etnomatemática, apoiadas nos trabalhos de D`Ambrosio, Eglash e Gerdes.

Introdução

A pesquisa desenvolvida no mestrado possibilitou inserir nas aulas de matemática situações problemas derivada da realidade. Por meio do trabalho com a modelagem o aluno tinha a oportunidade aplicar a matemática a situações reais, coletar informações e de interpretá-las, participando da construção do conhecimento. Assim, foi possível abordar a matemática de

ISBN 978-84-945722-3-4

forma diferenciada durante esses anos no ensino e perceber o desempenho a criatividade e a desenvoltura do aluno quanto ao conteúdo matemático como um todo.

Mas com o passar dos anos, ainda como professora de Matemática em escolas de ensino fundamental e médio foram surgindo outros questionamentos que acredito deveriam ser abordados no ensino de matemática. Durante as aulas de história da matemática quando tratava de importantes desenvolvimentos matemáticos das primeiras civilizações, como a aritmética de divisão de recursos, a geometria (agrimensura), a técnica de construção, os conjuntos arquitetônicos (pirâmides), a construção civil apoiada em ângulos retos, entre outros, surgiam indagações dos alunos sobre o papel e a importância dos povos africanos na matemática. Esses questionamentos apareciam sempre quando o assunto era a civilização egípcia, o conhecimento matemático de Tales de Mileto, a medição da pirâmide pela própria sombra, o desenvolvimento do Teorema de Pitágoras, a partir do conhecimento egípcio.

Essas indagações me fizeram compreender que havia ainda uma lacuna a ser preenchida sobre alguns conhecimentos deste assunto e, como professora, precisava estudar os vínculos históricos e culturais dos povos africano com matemática e levá-los ao conhecimento do aluno. Senti que havia interesse do aluno em compreender qual de fato tinha sido o papel dos africanos no desenvolvimento matemático e cientifico. Foi então que nasceu o interesse em abordar nas aulas de matemática aspectos da história e culturas africanas e encontrar meio de contextualizar com o ensino matemático.

A motivação inicial deste estudo baseou-se nessas dificuldades encontradas por esta professora do Ensino Fundamental e do Ensino Médio em buscar nos aspectos históricos e culturais de povos africanos a contextualização com o ensino de matemático, uma vez que as representações e modelos didático-pedagógicos tradicionalistas dificultam as abordagens voltadas para as manifestações de cultura e comportamento da sociedade.

Outra motivação foi perceber que naturalmente, este trabalho, teria a ação de promover a valorização da cultura brasileira com traços e raízes africanas, além de conduzir ao cumprimento e exigências estabelecidas nas Leis 10.639/03 e 11.645/08 que determina a obrigatoriedade do estudo da história e cultura indígena e afro-brasileira em todos os estabelecimentos de ensino fundamental e médio, públicos e privados.

Assim buscamos compreender as relações arquitetônicas e tecnológicas que se teceram entre o Brasil e a África Ocidental, identificando materiais, técnicas e elementos arquitetônicos,

ISBN 978-84-945722-3-4

que possa revelar aspectos históricos e culturais para o ensino matemático na Educação Básica.

Desta forma, ao investigar as possíveis influências e intervenções da população negra em produções arquitetônicas da Cidade de Ouro Preto, buscamos focalizar e decodificar modos de lidar com o pensamento geométrico – nas cantarias, fachadas e ornamentos.

A decodificação de saberes matemáticos próprios da cultura africana, possibilita identificar materiais, técnicas e elementos arquitetônicos e inferir a existência de inter-relações tecnológicas entre o Brasil e a África.

Segundo Faria (2011), as diversas técnicas de construções, que utilizavam como material a terra crua, foram trazidas pelos portugueses e africanos, os quais detinham o conhecimento da técnica de modos distintos. Pressupõe-se, então, que no período definido entre os séculos XVIII e XIX tenha ocorrido uma inter-relação arquitetônica entre Brasil e África no âmbito da arquitetura de terra e das técnicas construtivas.

> A busca pelo elo que permitiu a transferência de tradições da cultura construtiva afro-ocidental para a cultura de Minas Gerais no século XVIII, por meio de um olhar retrospectivo sobre a literatura de viagem, nos conduz a revelar certas limitações e potencialidades deste trabalho (FARIA, 2011. p. 13).

Para essa autora: “(...) as contribuições africanas em âmbito arquitetônico e tecnológico estão impressos em nossos saberes e fazeres construtivos que estão estampados em nossa arquitetura e da mesma forma em nossa paisagem como uma expressão cultural do povo brasileiro.” (Faria, 2011, p. 14). Faria considera, assim, que a arquitetura dos povos africanos no Brasil é um patrimônio cultural nacional, devendo ser reconhecida e valorizada pela sociedade. Os africanos, trazidos como escravos para o Brasil introduziram, na construção de suas casas, técnicas construtivas em barro que, ainda hoje, são utilizadas aqui (Oliveira, 2014).

Porque o estudo

O período do ciclo do ouro no Brasil foi um período de muita inovação de técnicas, graças à base de conhecimento africano transferido para o Brasil. Especializações de agricultura, de construção e de mineração encontradas na África passaram a ser realizadas no Brasil (Cunha, 2010).

ISBN 978-84-945722-3-4

A mineração na mesma forma e na mesma escala da brasileira já era realizada em pelo menos duas regiões africanas, da África ocidental e da região de Zimbábue (Cunha, 2010).

Assim, este trabalho busca entender o "comportamento técnico" das sociedades africanas que foram retiradas de seu território e enviadas ao Brasil e suas contribuições nas construções arquitetônicas, mineração e tecnológicas brasileiras.

O estudo possibilita desconstruir a falsa ideia de não participação - dos africanos escravizados - no processo intelectual de construção do país, dar visibilidade, resgatar e valorizar a dignidade cultural de um povo com subsídios históricos do passado.

D´ambrósio (2010) afirma que o reconhecimento de práticas matemáticas da cultura africana tem sido objeto de importantes pesquisas, mas ainda persiste a carência de materiais/recursos que permita o docente tratar essas práticas em sala de aula (informação verbal)[12].

No que diz respeito à dignidade do indivíduo, é pertinente observar a afirmativa de D'Ambrosio (2005, p. 9): "A dignidade do indivíduo é violentada pela exclusão social, que se dá muitas vezes por não passar pelas barreiras discriminatórias estabelecidas pela sociedade dominante, inclusive e principalmente, no sistema escolar".

A princípio, o estudo se concentrará na cidade de Ouro Preto, por esta ter recebido um considerável número de africanos detentores de conhecimentos e técnicas de mineração e construções. Segundo Pereira (2011) a cartografia da cidade de Ouro Preto representa:

> 'uma' visão de mundo baseada na observação empírica do meio, portanto, tem sempre caráter sensível e individual. Em lugar das cartografias do espaço abstrato, podemos ver as cartografias da experiência do lugar, cartografias de movimento. A simples estrutura urbana inicial, constituída por simplórios núcleos de mineração, fundida à paisagem natural, e, mais tarde, seus acontecimentos monumentais – o estabelecimento dos largos, praças, ruas e igrejas – firmou a constituição visual singular da cidade. (Pereira, 2011, p. 12)

Os monumentos, edificações, becos e ruas foram inseridos no meio natural por intermédio da medição do olhar, acompanhando os movimentos de transformação da paisagem. A ausência de um planejamento segundo um sistema de medição, nos leva a considerar que todos os indivíduos contribuíram para a formação arquitetônica na região de Ouro Preto.

Questões delineadas

[12] Informação fornecida por D´Ambrosio em Palestra proferida no X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador – BA, 2010.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Quais são as contribuições dos saberes matemáticos próprios da cultura africana no ensino da matemática á educação Básica?

De que modo e em que extensão é possível reconhecer, nas obras arquitetônicas da cidade de Ouro Preto, elementos, traços e influências da africanidade?

Fundamentação teórica

Ao propor uma investigação sobre as influências e intervenções do saber-fazer dos africanos e seus descendentes nas produções arquitetônicas estaremos em busca de uma fundamentação que leve a compreender considerações geométricas adquiridas espontaneamente ou por meio do desenvolvimento de técnicas próprias.

A pesquisa não visa discutir o caráter epistemológico dos distintos modos de pensar geometria, mas sim, à apreensão reflexiva de conceitos geométricos adquiridos espontaneamente ou por meio do desenvolvimento de técnicas próprias. Será necessário aprofundar a pesquisa sobre os primórdios da elaboração do pensamento geométrico para obter um olhar diferenciado sobre o saber-fazer de natureza geométrica e o que ela significa enquanto área de conhecimento. Para tanto, utilizaremos a base teórica da historia da matemática que possibilita a ampliação do conhecimento da geometria euclidiana e os fundamentos teóricos característicos presentes nos estudos de Paulus Gerdes.

Há várias evidências da produção de conhecimentos matemáticos na cultura africana e representações de como as formas geométricas eram consideradas nas moradias, nos instrumentos africanos, assim como nas artes. Gerdes (2002) ainda afirma:

> As culturas africanas produzem conhecimentos matemáticos desde tempos imemoriais. Nesse sentido "a africanização do conhecimento" pode ser entendida com uma tentativa de entender, analisar e disseminar ideias produzidas por diferentes culturas no continente africano. A disseminação de tais saberes pode envolver a incorporação dessas ideias na educação dos dias de hoje e do futuro. (Gerdes, 2002, p. 221-222)

Gerdes (2002) aprecia a sabedoria matemática de grupos de artesões – vivendo em regiões distintas da África – que usam a mesma técnica de entrecruzamento hexagonal de tiras para a produção de cestos, chapéus, armadilhas de pesca, sapatos.

ISBN 978-84-945722-3-4

Segundo D'Ambrósio (2005), o fato de existir outros sistemas culturais, e o desenvolvimento de outros modos de pensar, faz da Matemática que conhecemos um saber-fazer não tão universal quanto pensamos, apesar de estar em todos os níveis de escolaridade, de estar presente no mundo todo, e de ser trabalhada com intensidade. Ainda de acordo com D´Ambrosio:

> Indivíduos e povos têm ao longo de suas existências e ao longo da história, criado e desenvolvido instrumentos de reflexão, de observação, instrumentos materiais e intelectuais (que chamo *ticas*) para explicar, entender, conhecer, aprender para saber e fazer (que chamo de *matema*) como resposta a necessidades de sobrevivência e de transcendência em diferentes ambientes naturais, sociais e culturais (que chamo de *etnos*). Daí chamar o exposto acima de Programa Etnomatemática. (D`AMBROSIO, 2005, p. 60).

A Etnomatemática possibilita analisar e observar as práticas matemáticas contextualizadas em diversos povos e comunidades. Assim, convém afirmar que além dos aspectos históricos e filosóficos que fundamentam o conhecimento matemático, também, contribui teoricamente para o reconhecimento de uma Matemática produzida em contextos distintos. D'Ambrósio (2008) afirma que a Etnomatemática propõe uma pedagogia viva, dinâmica, de fazer o novo em resposta às necessidades ambientais, sociais, culturais, dando espaço a imaginação e a criatividade.

Procedimentos metodológicos

Para a composição dos procedimentos metodológicos utilizaremos neste estudo abordagens qualitativas. Por meio de pesquisa teórica e de campo, buscaremos identificar a influência da cultura africana e dos afrodescendentes nas construções arquitetônicas da cidade de Ouro Preto do período barroco, especificamente no período do século XVIII. O levantamento de dados será realizado por meio de documentos, acervos, bibliografias e revistas, registros de imagem (projetos arquitetônicos, fotografias e pinturas) que tratam das referidas construções no período indicado.

ISBN 978-84-945722-3-4

Possivelmente realizaremos entrevistas semiestruturadas com moradores antigos da cidade de Ouro Preto, que possam fornecer contribuições a respeito das construções arquitetônicas e mineração. Além disso, recolher fatos e dados de saberes geométricos próprios dos africanos, decompor, analisar e interpretar os resultados obtidos com auxílio da fundamentação teórica adotada: Gerdes, D`Ambrosio e estudos etnomatemáticos.

Possíveis resultados

A análise dialoga com dados provenientes de pesquisa de campo de forma a ser possível compreender que modo e em que extensão é possível reconhecer, nas obras arquitetônicas de Ouro Preto do século XVIII, elementos, traços, influências e intervenções da africanidade.

Entendemos, que a investigação de possíveis influências e intervenções da cultura africana e afrodescendente nas produções arquitetônicas e mineração, por meio do olhar diferenciado para o saber-fazer matemático e a valorização cultural, mostra-se como uma ferramenta importante, que possibilitará identificar e conhecer saberes e técnicas matemáticas próprios da cultura estudada, reconhecimento do valor e construção de propostas que subsidie a prática pedagógica dos docentes no ensino de matemática.

Um ensino matemático para além dos conteúdos programáticos, com uma abordagem interdisciplinar relacionando o ensino da História e Cultura Afro- Brasileira e Africana ao mesmo tempo abordando conteúdos matemáticos.

Referencias bibliográficas

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**: Matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 2004.

______. **Diretrizes Curriculares Nacionais para Educação das Relações Etnicorraciais e para o Ensino de História e Cultura Afro-Brasileira e Africana Brasília**: SECAD, 2004.

BURY, J. **Arquitetura e Arte no Brasil Colonial.** org. Myriam Andrade Ribeiro de Oliveira. – Brasília, DF: IPHAN / MONUMENTA, 2006.

ISBN 978-84-945722-3-4

CUNHA, H. Tecnologia Africana na Formação Brasileira. 1ª edição Rio de Janeiro, CEAP, 2010.

D'AMBROSIO, U. **Educação para uma sociedade em transição**. São Paulo; Papirus. 1999.

______. Palestra. X Encontro Nacional de Educação Matemática Educação Matemática, Cultura e Diversidade Salvador, BA, 2010.

______. **Ethnomathematics And Its Place In The History of Pedagogy Of Mathematics**, For The Leaming Of Mathematics, 1985.

EGLASH, R. (2005). **Fractais Africanos**. Scientific American Brasil, n° 11, pag. 66-67. 2005.

EGLASH, R. **African Fractals***:* modern computing and indigenous design. New Brunswick: Rutgers University Press. 1999.

FARIA, J. P. R. Influência africana na arquitetura de terra de Minas Gerais. 2011. (Mestrado em Ambiente Construído e Patrimônio Sustentável) – Programa de PósGraduação em Ambiente Construído e Patrimônio Sustentável da Escola de Arquitetura e Urbanismo da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

GERDES, P. (1991). **Etnomatemática***:* cultura, matemática, educação. Maputo, Moçambique: Instituto Superior Pedagógico.

______. **Etnomatemática***:* Reflexões sobre Matemática e Diversidade Cultural. Edições Humus, 2007.

______. **Sobre o despertar do pensamento geométrico**. Curitiba. Universidade Federal do Paraná. (1992).

MANDELBROT, B. ***The Fractal Geometry of Nature***. *Editora Freeman, 1983.*

OLIVEIRA, F. P**.** Inserindo a cultura africana nas aulas de Matemática: um estudo com alunos de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Betim (MG). 2014.

OLIVER, Paul. Built to Meet Needs: Cultural Issues in Vernacular Architecture. Itália: Architectural, 2006, p. 132.

ISBN 978-84-945722-3-4

PEREIRA, L. S. **Ouro Preto e a estética do labirinto**. 2011. Dissertação de mestrado. Puc, Campinas/SP, 2011.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-761

CONCURSO DE MATEMÁTICAS: ENCUENTROS UNO A UNO.

María de Jesús Figueroa Torres - Roberto Guadalupe Garrido Carmona

figamat2@gmail.com - gafimate@gmail.com

ENCCH. UNAM. México - ENCCH. UNAM. México

Núcleo temático 5: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
Modalidad: CB

Nivel educativo: Bachillerato

Palabras clave: Concurso de matemáticas

Resumen

El concurso de Matemáticas se llevó a cabo con encuentros uno a uno. Anteriormente se elaboraba un examen de 7 problemas y los alumnos lo resolvían en equipos de forma colaborativa, al final el jurado determinaba los tres equipos que lograron los mejores resultados.
En una conferencia en las JAEM 2013 "Batallas Matemáticas" nos dimos cuenta que el trabajo en equipo podría valorarse de mejor manera al enfrentar a los alumnos, uno a uno, en la resolución de un problema, por lo que elaboramos una propuesta que se aplicó en 2015.
La propuesta inicia con un examen de opción múltiple para seleccionar 16 equipos. Los equipos contaron con 30 minutos para conocer 4 problemas, posteriormente se formaron 8 parejas de equipos y en las parejas dos alumnos resolvieron un problema en un tiempo máximo de 30 minutos, pasaron los 8 equipos con más puntos. Con un proceso similar se continuaron eliminando, hasta dejar a los 3 equipos ganadores.
Se observó tanto el trabajo colaborativo como el individual.
Presentaremos el diseño, los resultados de la participación de los alumnos, una reflexión de los aprendizajes logrados y las técnicas de estudio utilizadas.

Desde hace 35 años se llevan acabo en el Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH), que es uno de los dos bachilleratos de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), concursos de matemáticas. Nuestra participación inicia en el año 2000, cuando algunos alumnos llegan a la oficina de la Academia de Matemáticas preguntando por los registros al concurso Intra-CCH de Matemáticas, en ese año coordinaba la Academia y me di a la tarea de investigar sobre la convocatoria y los requerimientos para participar en el concurso.

ISBN 978-84-945722-3-4

Encontré que el concurso se llevaría a cabo en el CCH Oriente, uno de los cinco planteles del CCH, yo trabajo en el plantel sur, en dos modalidades: individual y por equipos. La etapa individual consta de dos pruebas: eliminatoria con un examen de 16 preguntas de opción múltiple y la final con un examen de 7 preguntas de respuesta abierta; y la de equipos con un solo examen de 7 preguntas de respuesta abierta.

Se llevan a cabo dos concursos al año: local en el primer semestre; y el Intra-CCH (entre los 5 planteles) en el segundo semestre. En la etapa individual participan los alumnos de todos los niveles del CCH con el mismo examen y posteriormente se dividen en los 3 niveles. En el examen de la eliminatoria individual se consideran 4 problemas de cada una de los siguientes temas: aritmética, álgebra, geometría euclideana y varios (juegos y combinatoria), 16 problemas en total y para la final individual se consideran 2 problemas de cada una de los tres primeros temas y 1 de varios, 7 problemas en total. Con sorpresa hemos visto que los resultados de los alumnos de los tres niveles son similares y en algunas ocasiones son mejores los del primer nivel (primer año escolar).

En la etapa de equipos participan equipos de 4 a 5 alumnos de cualquier nivel académico y el examen es de 7 problemas, similar al de la final individual, en este caso se le asigna un salón a cada equipo y pueden usar el pizarrón para resolver los problemas entre todos.

En los últimos años nos dejó de interesar la etapa en equipos, ya que observamos que en muchas ocasiones el equipo donde uno de sus integrantes ganaba la etapa individual también ganaba la etapa en equipos, aún cuando el resto de los integrantes obtenían una muy mala participación en la etapa individual, luego le estábamos dando un reconocimiento de primer lugar a unos alumnos con un desempeño en matemáticas que no correspondía con los objetivos del concurso, poniendo a otros alumnos, con un mejor desempeño, en desventaja.

En 2013, tuvimos la oportunidad de asistir a la ciudad de Palma de Mallorca y participar en las Jornadas Académicas de Educación Matemática (JAEM), en ese congreso escuchamos una conferencia titulada “Batallas Matemáticas”, en la conferencia la profesora comentaba que en su escuela se organizaba un concurso de matemáticas, donde los alumnos en equipos competían entre ellos en batallas de matemáticas, eliminándose unos a otros hasta obtener el equipo vencedor, campeón de la batalla académica. En las batallas se enfrentaban dos equipos, y un alumno del primer equipo seleccionaba un problema de un conjunto propuesto para la batalla, y un alumno del segundo equipo lo tenia que resolver en el pizarrón en

ISBN 978-84-945722-3-4

presencia de un jurado compuesto por varios profesores, mientras el alumno que lo propuso lo revisaba y al final trataba de mejorar el desarrollo y el resultado obtenido. Los puntos se asignaban en función del desarrollo y el resultado de la resolución del problema del primer alumno, y en la posibilidad de que el alumno que revisaba el problema pudiera mejorar el desarrollo o ampliar la solución. El proceso se tornaba muy interesante ya que permitía la discusión y el debate de los problemas, obteniendo los puntos el equipo del alumno que tenia la mejor participación. En un segundo momento un alumno del segundo equipo seleccionaba un problema y un alumno del primer equipo lo resolvía en el pizarrón, repitiendo el mismo proceso. Como lo comentó la ponente, las batallas se tornaban muy largas y complicadas.

Teniendo como referencia las batallas matemáticas nos dimos a la tarea de diseñar una estrategia para la etapa en equipos de nuestro concurso de matemáticas. Teníamos que enfrentar a los alumnos uno a uno en la resolución de un problema pero simplificar el proceso ya que solo contábamos con tres sábados para su desarrollo.

Se considero la posibilidad de llevar a cabo el concurso de matemáticas, celebrado en los meses de octubre y noviembre de 2015, por medio de encuentros uno a uno.

El modelo consistió en convocar a los alumnos, en equipos de 4, a una eliminatoria de equipos, aplicándoles un examen de 16 preguntas de opción múltiple con la distribución habitual de temas, 4 de aritmética, 4 de álgebra, 4 de geometría y 4 de varios para seleccionar a los 16 equipos con los mejores resultados. Con los 16 equipos seleccionados se llevó a cabo la final primera etapa, para lo cual se formaron 2 grupos, los 8 de más alta puntuación (grupo A) y los 8 de más baja puntuación (grupo B), ordenándolos de la más alta calificación a la más baja calificación. Organizamos 8 encuentros, cada uno con un equipo del grupo A contra un equipo del grupo B, (A1, B8), (A2, B7), …, (A8, B1), el de mayor calificación del grupo A contra el de menor calificación del grupo B, buscando que los equipos con buenos resultados no fueran eliminados en los primeros encuentros. Durante el encuentro los equipos contaron con 30 minutos para conocer el examen de 4 problemas de repuesta abierta, uno de cada tema, y generar estrategias para socializar las posibles soluciones. Posteriormente con cada pareja de equipos se formaron 4 parejas de alumnos y a cada pareja de alumnos se les asigno, de manera aleatoria, un problema del examen para resolverlo de forma individual en un tiempo máximo de 30 minutos, de tal manera que al final de los 30 minutos, cada equipo

ISBN 978-84-945722-3-4

había resuelto los 4 problemas del examen. De cada pareja de equipos pasó a la siguiente ronda el equipo con mayor puntuación en todo el examen.

En los concursos anteriores se daba a los equipos hasta 4 horas para resolver el examen de 7 problemas de respuesta abierta, por lo que consideramos que en 30 minutos no podían resolverlo, pero si podían generar estrategias para explorar en conjunto (trabajo colaborativo) los posibles caminos de solución, de tal manera que entre todos buscaran estrategias para resolverlos y en su momento aplicarlas a resolver el problema que les tocara en el sorteo (trabajo individual). Posteriormente comentaremos algunas estrategias que observamos durante el trabajo de los equipos.

Con los 8 equipos que pasaron a la segunda ronda (final segunda etapa) se formaron 2 grupos, los 4 de mayor puntuación (grupo C) y los 4 de menor puntuación (grupo D), organizándose 4 encuentros, (C1, D4), (C2, D3), (C3, D2) y (C4, D1), los equipos contaron con 30 minutos para conocer el examen de 4 problemas de repuesta abierta, uno de cada tema. Con cada pareja de equipos se formaron 4 parejas de alumnos y a cada pareja de alumnos se les asigno, de manera aleatoria, un problema del examen para resolverlo de forma individual en un tiempo máximo de 30 minutos, de tal manera que al final cada equipo había resuelto los 4 problemas del examen, pasó a la siguiente ronda el equipo con mayor puntuación en todo el examen.

En la última etapa (final tercera etapa) con los 4 equipos ganadores se formaron 2 encuentros (E1, F2) y (E2, F1) y con un proceso similar a los anteriores se determinaron los 3 equipos ganadores (primero, segundo y tercer lugar), en esta última ocasión no se eliminaron a dos y se efectúo la final por el primero y segundo lugar, debido a como se mencionó anteriormente se trato de llevar a cabo el concurso en tres sábados.

En el concurso de Matemáticas 2016 participaron 118 alumnos en la etapa individual y 36 equipos de 4 alumnos, en total participaron 202 alumnos, ya que unos participaron en ambas etapas.

Para preparar a los alumnos se dieron asesorías durante dos meses previos al concurso además de un curso para alumnos de resolución de problemas.

En la elaboración de los exámenes se utilizaron problemas de los calendarios matemáticos 2015 y 2016: Un reto diario, y los exámenes 2011 a 2014 de la primera etapa del Concurso

ISBN 978-84-945722-3-4

Metropolitano de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas, que organiza la Sociedad Matemática Mexicana.

Una muestra de los problemas utilizados es:

Eliminatoria Individual

5. ¿Cuánto vale la suma de los factores primos de $2^{16} – 1$?

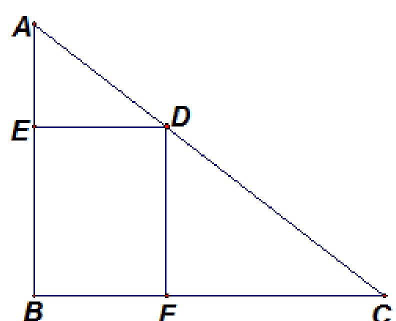
a) 281 b) 282 c) 283 d) 284 e) 285

7. ¿Cuántas tripletas de números naturales satisfacen las siguientes ecuaciones?

$$xyz = 4104$$
$$x+y+z = 77$$

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

11. En la figura BD, DF y DE son alturas de los triángulos rectángulos ABC, BCD y BDA respectivamente. El ángulo BAC = 60° y AC=8, ¿cuánto mide EF?



a) $\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{3}$ c) $3\sqrt{3}$ d) $4\sqrt{3}$ e) $5\sqrt{3}$

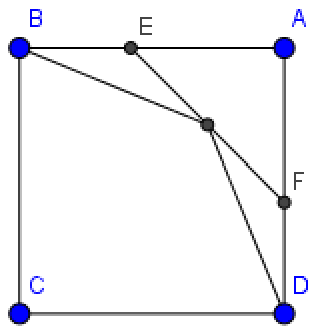
Final Equipos (Primer Encuentro)

1. Una sucesión inicia con el número 2016 y el siguiente número es la suma de los cuadrados de los dígitos del número anterior. Los primeros 4 términos de la sucesión son 2016, 41, 17, 50, … ¿Cuál número se encuentra en el término 2016?

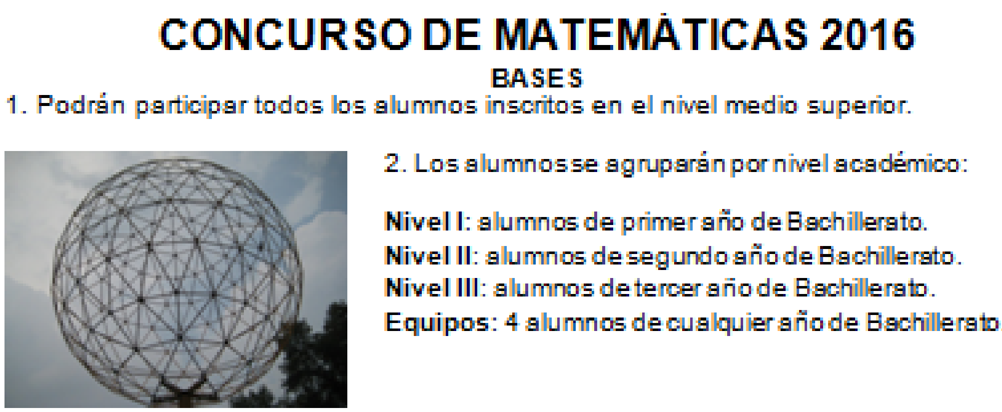
2. Para que valor de x se cumple que $2(2^{2x}) = 4^x + 64$.

ISBN 978-84-945722-3-4

3.| Si los tres triángulos de la figura son isósceles y el área del triángulo EAF es 9, ¿cuánto vale el área del cuadrado ABCD?



Para el concurso de Matemáticas 2016 se convocó a los alumnos de todos los niveles de Bachillerato del CCH y como se dijo anteriormente participaron 202 alumnos, 118 en el concurso individual y 36 equipos de 4 alumnos cada uno en el concurso de equipos.



Del trabajo en equipo (trabajo colaborativo) de los alumnos durante los encuentros, observamos algunas de las siguientes estrategias:

- Resolvieron entre todos cada uno de los problemas.
- Se repartieron los problemas y cada uno resolvió un problema.
- En la mitad del tiempo cada alumno trato de resolver un problema y en la parte complementaria, explicó a los demás la solución, en caso de haberlo terminado o el avance logrado.

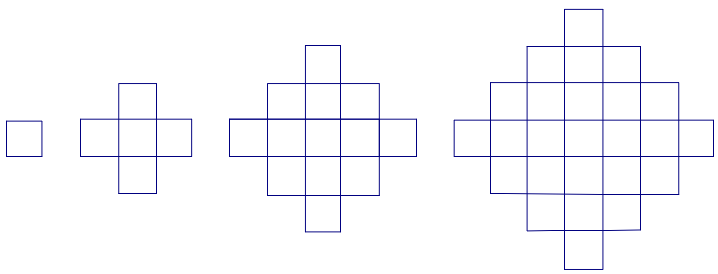
Algunas muestras del trabajo de los alumnos son:

ISBN 978-84-945722-3-4

2. Un matrimonio tiene 7 hijos, 2 mujeres y 5 varones. Ana notó que este año el promedio de las edades de los varones es de 38 años y el de los siete hermanos es de 40. Además ella es 4 años mayor que María. ¿Qué edad tiene cada una de las hermanas?

En el trabajo de la alumna "ponente", (figura 1 anexo) se observa que lo resuelve de manera aritmética mientras que el alumno "revisor" lo resuelve con una combinación de aritmética y álgebra, es decir está proponiendo una manera más general para resolver el problema.

5. Si las primeras cuatro figuras son las siguientes, ¿cuántos cuadritos hay en la figura 20?



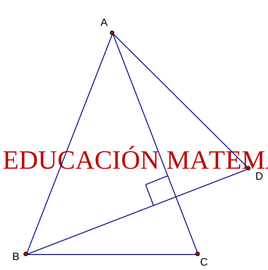
El alumno "ponente" lo resuelve por tanteo (figura 2 anexo), mientras que el alumno "revisor" propone un patrón (la suma de los cuadrados de las dos últimas diagonales) para obtener el número de cuadritos.

2. Si a, b, c y d son los números 1, 2, 3 y 4 en algún orden, determina si el siguiente número es par o impar (justifique su respuesta):

$$(a-1)^2+(b-2)^2+(c-3)^2+(d-4)^2$$

El alumno "ponente" desarrolla toda una serie de posibilidades de sumas y productos (figuras 3 y 4 anexo), con sus propiedades, para determinar en qué casos son pares y en qué casos son impares, concluyendo de manera correcta que la suma en cuestión es par, mientras que la alumna "revisora" confunde la pregunta del problema y trata de mostrar la paridad de un quinto término $(e-5)^2$ dando un resultado incorrecto.

4. Los triángulos ABC y ABD son isósceles con AB=AC=BD.



VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Si BD es perpendicular a AC, entonces $\measuredangle BCA + \measuredangle BDA$ es:

La alumna “ponente” adivina el resultado correcto sin justificar sus afirmaciones (figuras 5 y 6 anexo), como lo señala el alumno “revisor”, sin embargo este último tampoco justifica la congruencia de triángulos, lo cual es equivalente a utilizar sin justificar que los ángulos son de 45°, no obstante se observa un mayor manejo de la notación de las demostraciones en el alumno “revisor”.

Como se observa en los ejemplos presentados, se tiene una mejor valoración del trabajo de cada alumno en su participación dentro del equipo y el éxito o fracaso depende ampliamente de las estrategias utilizadas en el trabajo colaborativo de conocimiento de los problemas.

Durante los encuentros se observó mayor interés y participación de los alumnos, se generó interés por los resultados obtenidos y en general tanto los profesores del área de Matemáticas como los alumnos estaban atentos de los resultados y se mostraron más interesados en el desarrollo del concurso.

Consideramos que tenemos que mejorar el diseño del concurso “Encuentros uno a uno” pero pensamos que este trabajo permite generar interés en el aprendizaje de las matemáticas. Por otro lado, con los calendarios de matemáticas y con los exámenes de las primeras etapas de la Olimpiada de Matemáticas tenemos un extenso material para proponer a los alumnos de los Planteles del CCH, interesados en la resolución de problemas de matemáticas.

Bibliografía:

Schoenfeld, A. (1989). *Explorations of students'mathematics beliefs and behavior*. Journal for Research in Mathematics Education, 20, 338-350.

Polya, G. (1945). *How to solve it*. México. Princeton University Press.

Ferreiro, R. (2014). *Nuevas Alternativas de Aprender y Enseñar* . México. Trillas.

Alberro, A. y Bulajich, R. (2015 y 2016). *Calendario matemático: un reto diario.* México. Googol.

Fernández, J. y Muñoz, J. (2011). "*Matemáticas: complementos de formación disciplinar" Aritmética y Álgebra*. España. No. 12 V. I. páginas 57-78. 2011.

Pujol, R. "*Matemáticas: complementos de formación disciplinar" Geometría*. No. 12 V. I. páginas 117-144. 2011. España.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-763

CONHECIMENTOS ADVINDOS DA PRÁTICA DOCENTE NA ESCOLA BÁSICA: COMPARTILHANDO EXPERIÊNCIAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Marnei Luis Mander[1] - Alexandra Gomes[2] - Luciane Mulazani dos Santos[1] - Aruana do Amaral[1]
marnei.mandler@udesc.br - magomes@uminho.pt - lucianemulazani@gmail.com - aruana.amaral@gmail.com
[1] Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), Brasil - [2] CIEC/IE - Universidade do Minho (UMINHO), Portugal

Núcleo Temático: (IV) Formación del profesorado en Matemáticas
Modalidade: CB
Nível educativo: Formação e atualização de ensino (5)
Palavras chave: Prática Docente Compartilhada. Conhecimento Matemático para o Ensino. Ensino de Teoria dos Números. Formação inicial de professores de Matemática.

Resumo

Neste trabalho descrevemos e analisamos etapas de uma pesquisa de doutoramento em andamento na especialidade de Educação Matemática. Trata-se de duas práticas docentes compartilhadas, realizadas entre um professor de Matemática do Ensino Superior e uma professora de Matemática do Ensino Fundamental, na disciplina de Introdução à Teoria de Números (ITN) de um curso brasileiro de Licenciatura em Matemática. O objetivo destas práticas consiste em proporcionar condições para que conteúdos específicos da Teoria de Números possam ser abordados por meio de enfoques que considerem o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos necessários para o ensino, na escola básica, de conceitos relacionados à divisibilidade com números naturais. A professora do Ensino Fundamental foi inserida nas aulas de ITN para compartilhar conhecimentos da sua experiência profissional e auxiliar o professor da disciplina no tratamento de aspectos metodológicos e pedagógicos relacionados ao ensino da divisibilidade na Educação Básica. Com a primeira etapa da prática compartilhada obteve-se contributos advindos das considerações espontâneas desta professora. Na segunda etapa, a sua participação foi ampliada, passando a apoiar o professor do Ensino Superior na planificação, execução e avaliação das atividades. Procura-se, assim, contribuir na redução do distanciamento existente entre a formação específica do professor e a prática docente na escola.

Introdução

Neste artigo efetuamos a descrição e uma análise parcial dos resultados obtidos com a execução de duas práticas docentes compartilhadas realizadas em uma disciplina de um curso brasileiro de formação inicial de professores de Matemática.

ISBN 978-84-945722-3-4

Tais práticas consistem em etapas empíricas de uma pesquisa de doutoramento em Ciências da Educação, na especialidade de Educação Matemática, que está em andamento junto ao Instituto de Educação (IE) da Universidade do Minho (UMINHO).

As atividades que denominamos "Práticas Docentes Compartilhadas em Teoria de Números" foram concebidas com o objetivo de proporcionar, no ambiente acadêmico de formação de professores, situações didático-pedagógicas que possibilitem uma abordagem dos conteúdos específicos da Teoria de Números por meio de enfoques que considerem o desenvolvimento de conhecimentos da matemática escolar que serão exigidos do futuro professor no exercício da profissão docente no Ensino Básico.

A escolha pela Teoria de Números para a realização dessas práticas compartilhadas ocorreu pelo fato dessa área do conhecimento matemático contemplar uma parcela considerável dos conteúdos que compõem o currículo de Matemática do Ensino Fundamental brasileiro (principalmente os conceitos relacionados à aritmética dos números naturais, inteiros e racionais) e pela necessidade (apontada pelas Sociedades Brasileiras de Educação Matemática (SBEM) e de Matemática (SBM)) de tratar tais conteúdos não somente com foco na Matemática Acadêmica, mas buscando ampliar as discussões referentes ao ensino destes temas e explorar as dificuldades metodológicas do seu ensino, em diferentes níveis (SBEM, 2013, p. 22).

O distanciamento entre a formação específica e a prática docente na escola básica

Dentre as críticas a que os cursos brasileiros de Licenciatura em Matemática estão sujeitos, Fiorentini e Oliveira (2013) destacam a pouca conexão entre as práticas formativas oferecidas na graduação e as práticas de ensinar e aprender Matemática que estão presentes na escola básica, bem como a falta de uma maior articulação entre as disciplinas de conteúdos específicos e as de caráter didático-pedagógico.

Os autores indicam a existência, nos cursos de licenciatura brasileiros, de uma perspectiva que considera que "a arte de ensinar se aprende ensinando, ou seja, na prática, não havendo necessidade de uma formação formal ou teórica acerca das relações entre matemática, aluno e professor" (Fiorentini & Oliveira, 2013, p. 920). Estes cursos acabam concedendo à formação matemática um papel central e majoritário, voltado essencialmente ao conhecimento matemático "clássico", do conteúdo, em detrimento de um saber problematizado e direcionado à formação matemática e didático-pedagógica do professor da escola básica. Também já foi comum as Licenciaturas brasileiras considerarem a prática de ensino apenas como um "campo para aplicação dos conhecimentos produzidos pela pesquisa acadêmica" (Fiorentini & Oliveira, 2013, p. 921) e pautarem o processo formativo essencialmente nas dimensões técnica, em detrimento da dimensão pedagógica (como o significado, a importância e os desdobramentos da matemática que é ensinada).

Para uma melhor compreensão sobre a prática de ensino de Matemática, os pesquisadores sugerem que as licenciaturas brasileiras passem a adotar uma perspectiva que considere a matemática como uma prática social, constituída por "saberes e relações complexas que precisam ser estudadas, analisadas, problematizadas, compreendidas e constantemente transformadas" (Fiorentini & Oliveira, 2013, p. 921). Para os autores, essa forma de compreender a prática exige o oferecimento, pelos cursos de licenciatura, de um percurso formativo focado no estudo e na problematização das diversas atividades profissionais que o educador matemático pode exercer. Sob esse enfoque, a matemática necessária para a prática profissional do educador matemático seria pautada em uma realidade social concreta, de modo com que receba significados e conteúdos próprios, que deverão ser reconhecidos e validados por sua ação educativa.

A desconexão existente entre a formação na Licenciatura e a realidade da prática docente também é destacada por outros autores. Para Moreira (2004), os cursos brasileiros de Licenciatura em Matemática nem sempre proporcionam articulações suficientes entre a formação específica, a formação pedagógica e a futura prática profissional no Ensino Básico. O autor indica que a formação oferecida nesses cursos costuma valorizar em excesso os conhecimentos formais e abstratos da Matemática Acadêmica e acaba desconsiderando as diferentes concepções que o processo de aprendizagem da Matemática adquire no contexto escolar. Moreira e David (2007) destacam o distanciamento existente entre os conhecimentos matemáticos desenvolvidos na formação inicial e as questões que serão enfrentadas pelos professores em sua ação pedagógica na Escola Básica, que nem sempre se ajustam ao formato com que são estudados na graduação.

Inclusive conteúdos matemáticos que possuem ampla relação com os conceitos ensinados no Ensino Básico costumam ser abordados nas Licenciaturas a partir de um enfoque que os distanciam do contexto escolar, desperdiçando oportunidades de explorar perspectivas que considerem o conhecimento matemático necessário para o ensino desses assuntos. Os conteúdos relativos a números naturais, inteiros e racionais, são um exemplo disso, visto que costumam ser estudados na Licenciatura sob o foco da Teoria de Números, por meio de uma abordagem bastante axiomática, numa linguagem essencialmente simbólico-formal, com ênfase em demonstrações (Resende, 2007), mas com quase nenhuma preocupação com a formação do professor de Matemática da escola básica, senão a relacionada com o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos específicos. Como consequência desse fato, tem sido cada vez mais comum que professores recém-formados não se sintam suficientemente preparados para atuar no ensino desses temas na escola básica.

O conhecimento matemático para o ensino

Não questionamos a importância do professor de Matemática da escola básica possuir conhecimentos aprofundados sobre conteúdos matemáticos e que a formação na licenciatura deve promover tal aspecto. No entanto, concordamos com Ball, Thames e Phelps (2008), que afirmam que somente a compreensão da Matemática Acadêmica pode não ser suficiente para atender a demanda de conhecimentos necessários para o professor ensinar Matemática na Educação Básica. Para os pesquisadores, é importante que a formação na graduação também proporcione aprendizados sobre a Matemática que o futuro professor irá utilizar em sua prática profissional.

Os pesquisadores partem do conceito de *conhecimento pedagógico do conteúdo*, de Schulman (1986), para introduzir o conceito de *conhecimento matemático para o ensino*, que em sua estruturação conteria o *conhecimento comum do conteúdo* (usado em contextos não somente relacionados ao ensino, como a habilidade de efetuar operações matemáticas corretamente e reconhecer erros num cálculo) e o *conhecimento especializado do conteúdo*, que envolve uma compreensão e raciocínio exclusivos do processo de ensino, como a capacidade do professor reconhecer a origem e interpretar os erros cometidos pelos alunos.

Além destes domínios, o *conhecimento matemático para o ensino* também abrange o *conhecimento do conteúdo e dos alunos*, que envolve a familiaridade do professor com o pensamento matemático dos alunos (como sua capacidade de antecipar as ideias e concepções equivocadas dos alunos); o *conhecimento do conteúdo e do ensino*, que contempla as decisões tomadas pelo professor ao ensinar determinado conteúdo (como a

ISBN 978-84-945722-3-4

sequência e o método utilizado, a avaliação de vantagens e desvantagens das diferentes representações possíveis e a capacidade de apresentar diferentes exemplos para a promoção, entre os alunos, de um melhor entendimento do conteúdo); o *conhecimento conteúdo no horizonte*, que envolve a compreensão de como um assunto se relaciona com os outros conteúdos (já estudados e a estudar) e o *conhecimento do conteúdo e do currículo*, que abrange as relações e evoluções entre diferentes conteúdos, ao longo do ano letivo, em relação ao currículo.

As Práticas Docentes Compartilhadas em Teoria dos Números

Com a compreensão de que os cursos de formação de professores devem promover ações que possibilitem aos licenciandos o desenvolvimento dos diferentes domínios do conhecimento docente, concebemos as duas etapas das práticas docentes compartilhadas em Teoria de Números. Para a realização dessa atividade, convidamos uma professora de Matemática atuante no Ensino Fundamental para participar e auxiliar o professor do Ensino Superior nas aulas referentes ao tema de divisibilidade com números naturais, ministradas na disciplina de Introdução à Teoria de Números (ITN) do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), em Joinville, cidade situada na região sul do Brasil.

Como a operação de divisão consiste em um dos principais conteúdos das aulas de Matemática do quinto e sexto anos da escolarização básica (no qual os alunos costumam demonstrar dificuldades e exigem do professor um maior repertório de estratégias didático-pedagógicas) e por ITN ser a única disciplina da matriz curricular da Licenciatura que trata da formalização matemática deste conceito, selecionamos a relação de divisibilidade e os seus conteúdos correlatos, como o algoritmo da divisão euclidiana, os critérios de divisibilidade e o máximo divisor comum como os tópicos a seres discutidos, com o intuito de aliar os seus respectivos aspectos técnicos com os conhecimentos que precisam ser mobilizados no ensino destes temas na escola básica.

A prática docente compartilhada foi realizada em duas etapas, em dois semestres letivos distintos. As aulas das duas etapas foram registradas em áudio e em vídeo. Também foram gravados os áudios dos nove encontros realizados entre os professores na fase de planificação das aulas. Além disso, após a realização de cada fase da segunda etapa, tanto o professor do

ISBN 978-84-945722-3-4

Ensino Superior quanto a professora da Educação Básica gravaram relatos em áudio, uma espécie de diário de bordo, nos quais foram registradas as suas reflexões sobre o planejamento e o desenvolvimento da prática docente e as contribuições percebidas por ambos na formação de futuros professores de Matemática.

Na primeira etapa, executada no segundo semestre de 2016, a professora da Educação Básica foi inserida em quatro aulas presenciais de ITN, que trataram da relação de divisibilidade nos números naturais. Esta etapa buscou captar as contribuições espontâneas da professora, isto é, foi realizada de forma com que a docente participasse das aulas da disciplina sem responsabilidades pré-estabelecidas de como intervir no desenvolvimento das atividades letivas, mas com liberdade para atuar de maneira voluntária das discussões, nos momentos em que julgasse mais oportuno, de modo a contribuir com a formação de novos professores de Matemática a partir dos conhecimentos advindos de sua experiência no ensino da divisão no ciclo básico.

Nessa etapa, a professora compartilhou voluntariamente diversas situações ocorridas em suas aulas no Ensino Fundamental, como as dúvidas mais comuns e os erros mais frequentes cometidos por seus alunos ao efetuarem divisões entre números naturais, como a problemática da divisão por zero; a não inclusão de um zero, no quociente, quando a divisão de um dos dígitos do dividendo não puder ser realizada; e a finalização da divisão quando o resto encontrado ainda é maior que o divisor. A professora também destacou as principais dificuldades que enfrenta ao ensinar o dispositivo prático da divisão, como explicar a necessidade da divisão sempre iniciar pelo algarismo de maior valor posicional do dividendo, ao contrário da soma, subtração e multiplicação, que devem sempre ser iniciadas pelo algarismo das unidades.

As contribuições da professora direcionaram as aulas de ITN para as questões matemáticas que justificam os procedimentos práticos adotados no algoritmo da divisão euclidiana, bem como para a importância da unicidade do resultado de uma operação aritmética, fato que não ocorre caso o resto em uma divisão puder ser maior que o divisor.

Para a segunda etapa da prática, executada no primeiro semestre letivo de 2017, a atuação da professora foi ampliada, com a realização de reuniões entre os dois docentes, nas quais o professor do Ensino Superior apresentava a planificação de cada tópico a ser abordado em suas aulas de ITN, que então passava a contar com contribuições da professora da Educação

ISBN 978-84-945722-3-4

Básica, no sentido de debater aspectos teóricos e metodológicos relacionados ao ensino destes conteúdos no Ensino Fundamental.

Além destes encontros, a professora participou novamente das aulas presenciais de ITN que trataram dos temas relacionados à divisibilidade, nas quais assumiu um novo papel, atuando em conjunto com o professor do Ensino Superior e auxiliando a tratar os aspectos didáticos que estão presentes no exercício docente na escola básica. Nessa etapa, as contribuições da professora foram formalmente planificadas, entre ambos os docentes, nas reuniões de planejamento prévio. As reuniões de planificação das atividades também proporcionaram aprendizados para os próprios professores, contribuindo para o desenvolvimento do seu conhecimento matemático para o ensino. Com a oportunidade de rever e discutir conteúdos específicos da Matemática Acadêmica, a professora da Educação Básica pôde estabelecer novas relações com os conceitos da Matemática Escolar, bem como desenvolver novas concepções sobre como mobilizar estes conhecimentos em sua prática docente. Já o professor do Ensino Superior teve a oportunidade de ampliar o seu conhecimento especializado do conteúdo, pois a partir das experiências compartilhadas pela professora pôde compreender melhor a complexa tarefa de ensinar conceitos aritméticos para alunos do sexto ano.

A fase de planejamento conjunto também proporcionou modificações na prática docente do professor do Ensino Superior, que passou a explorar, na disciplina de ITN, questões relacionadas aos aspectos históricos referentes à construção dos números naturais; aos diferentes símbolos adotados por civilizações humanas para denotar os números, até a adoção dos algarismos hindu-arábicos; e as diferentes perspectivas necessárias para o desenvolvimento cognitivo relacionado às operações de soma, multiplicação e divisão. Tais inclusões foram adotadas devido às discussões sobre a importância da graduação tratar, com profundidade, os temas que fazem parte dos conteúdos ensinados pelo professor da escola básica. Já nas aulas da segunda etapa da prática docente, os professores atuaram em conjunto para desenvolver o conteúdo, abordando a divisão a partir de suas diferentes perspectivas (divisão igualitária, quantas vezes uma quantidade cabe em outra e relação inversa com a multiplicação), com o professor do Ensino Superior abordando os aspectos técnicos da Matemática Acadêmica e a professora da Educação Básica explorando as formas como tais conceitos costumam ser ensinados no Ensino Fundamental. Esse enfoque foi adotado sempre que foram identificadas relações entre o conteúdo tratado e os assuntos do Ensino Básico,

ISBN 978-84-945722-3-4

como no algoritmo da divisão e as diferentes formas de obter o máximo divisor comum, situações em que a professora inclusive foi ao quadro para expor as estratégias de ensino que utiliza com seus alunos.

Ressaltamos, no entanto, que a Matemática Acadêmica não foi subestimada durante a execução das duas etapas desta prática, sendo realizadas demonstrações de propriedades e teoremas (como o Teorema da Divisão de Euclides), visto que se manteve a preocupação com o desenvolvimento de conhecimentos específicos da Teoria de Números, mas buscou-se ampliar tais conhecimentos ao discutir aspectos que se fazem presentes no seu ensino na escola básica, visando à construção de saberes próprios do professor.

Considerações Finais

Acreditamos que os conhecimentos partilhados pela professora auxiliaram no tratamento de questões teóricas do conteúdo, gerando um maior significado aos objetos em estudo e justificando a necessidade dos futuros professores compreenderem a formalização matemática que explica os procedimentos práticos. Nesse aspecto, acreditamos que a prática docente compartilhada proporcionou aos licenciandos a aquisição de novos conhecimentos sobre a divisão, que podem estar situados no domínio do conhecimento especializado do conteúdo.

Apesar das análises realizadas até o momento serem parciais, podemos concluir que a inserção de uma professora atuante na Educação Básica no processo formativo de futuros professores de Matemática, valorizando os conhecimentos advindos de sua prática docente e dando-lhe voz e ação para contribuir na formação de novos professores, consiste em uma interessante proposta que pode colaborar a diminuir a desarticulação existente entre a formação específica na Licenciatura e a prática profissional do professor de Matemática na Escola Básica.

A próxima etapa da pesquisa prevê a realização de uma análise pormenorizada sobre o conteúdo de todos os registros obtidos com realização das duas etapas da prática docente compartilhada.

Referências bibliográficas

ISBN 978-84-945722-3-4

Ball, D.; Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, v.59, n.5, 389-407.

Fiorentini, D. & Oliveira, A. T. C. C. (2013). O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas-formativas? *Bolema*, v. 27, n. 47, 917 – 938.

Moreira, P. C. (2004). *O Conhecimento matemático do professor: formação na licenciatura e prática docente na escola básica*. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG), Belo Horizonte.

Moreira, P. C. & David, M. M. M. S. (2007). *A formação matemática do professor: Licenciatura e prática docente escolar*. Belo Horizonte: Autêntica.

Resende, M. R. (2007). *Re-significando a disciplina de Teoria dos Números na formação do professor de Matemática na Licenciatura*. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo.

Shulman, L. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, v.15, n.2, 4-14.

SBEM (2013). *A formação do professor de matemática no curso de licenciatura: reflexões produzidas pela comissão paritária SBEM/SBM*. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Boletim SBEM, n. 21, 1-42.

Este trabalho foi financiado por Fundos Nacionais através da FCT (Fundação para a Ciência e a Tecnologia) e cofinanciado pelo Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional (FEDER) através do COMPETE 2020 – Programa Operacional Competitividade e Internacionalização (POCI) no âmbito do CIEC (Centro de Investigação em Estudos da Criança da Universidade do Minho) com a referência POCI-01-0145-FEDER-007562;

CB-764

A FORMAÇÃO DE PROFESSORES NA REDE FEDERAL DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL, CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA: A IDENTIDADE PROFISSIONAL DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO INSTITUTO FEDERAL DE GOIÁS – CÂMPUS GOIÂNIA

Leandro de Jesus Dueli – Maria Jesús Salinas Portugal – Simone Ariomar de Souza
leandro.dueli@gmail.com – mjesus.salinas@usc.es – sariomars@gmail.com
Instituto Federal de Goiás, Brasil – Universidade de Santiago de Compostela, Espanha – Instituto Federal de Goiás, Brasil

Núcleo temático: IV – Formação de professores de Matemática
Modalidad: Comunicação Breve (CB)
Nivel educativo: 5 – Formação e atualização docente
Palabras clave: Educação Profissional; Formação de professores de Matemática.

Resumo

O presente trabalho trata de uma pesquisa de doutorado em andamento, de caráter exploratório e qualitativo, que visa identificar, por meio da análise de documentos oficiais e questionários aplicados a gestores, professores e alunos, as peculiaridades e características do curso de Licenciatura Matemática do Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia que lhe garantam a identidade/institucionalidade do lócus onde está inserido, a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica. A formação de professores na Rede Federal iniciou na década de 1990 com a justificativa da escassez de professores de educação básica no Brasil. A escassez de professores, segundo pesquisadores, é um problema estrutural, produzido historicamente não apenas pelas condições de formação, mas também pelas condições de trabalho, salário e carreira às quais os professores estão submetidos. Os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, criados em 2008, porém originados em 1909, tem historicamente como missão a profissionalização do país em seu aspecto técnico e tecnológico. Portanto a licenciatura oferecida pelos Institutos Federais revela um lócus diferente daquelas fornecidas por outras instituições de ensino superior. Com isto, a Rede Federal se consolida na atuação da formação de professores, mas com características específicas de uma instituição tecnológica.

Introdução

A Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica (Rede Federal) nasceu em 23 de setembro de 1909, através do Decreto 7566/1909. A Rede Federal, vinculada ao Ministério da Educação através da Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica – SETEC, é constituída pelos Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia (Institutos

ISBN 978-84-945722-3-4

Federais), pelos Centros Federais de Educação Tecnológica (CEFET) de Minas Gerais e do Rio de Janeiro, pelas Escolas Técnicas Vinculadas às Universidades Federais, pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná e pelo Colégio Pedro II. A Rede Federal está presente em todos os Estados do país e prestando um serviço à nação ao dar continuidade à sua missão, segundo Pacheco (2011) e Moraes (2016), de qualificar profissionais para os diversos setores da economia brasileira, realizar pesquisa e desenvolver novos processos, produtos e serviços em colaboração com o setor produtivo.

O Instituto Federal de Goiás (IFG), criado pela Lei nº 11892, de 29 de dezembro de 2008, que transformou os CEFETs em Institutos Federais, é uma autarquia federal detentora de autonomia administrativa, patrimonial, financeira, didático-pedagógica e disciplinar. Equiparada às universidades federais, é uma instituição de educação superior, básica e profissional, pluricurricular e multicâmpus, especializada na oferta de educação profissional, tecnológica e gratuita em diferentes modalidades de ensino.

O IFG é composto por 14 câmpus, dentre eles o Câmpus Goiânia, o mais antigo, datado de 1942, época em que ainda era denominada Escola Técnica de Goiânia. A instituição passou a ser denominada Escola Técnica Federal de Goiás (ETFG) em 1965 e Centro Federal de Educação Tecnológica de Goiás (CEFET-GO) em 1999. E finalmente em 2008 passou a ser denominado Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás (IFG) concedendo maior autonomia administrativa, financeira e pedagógica.

Apesar de ambos serem autarquias federais, os institutos e as universidades possuem atuações diferentes, sendo portanto distintas em suas finalidades. Enquanto a universidade atua apenas com cursos superiores e pós-graduação, os institutos federais atuam na formação básica, técnica e tecnológica, oferecendo cursos de qualificação profissional, técnicos, de graduação e pós-graduação atendendo às demandas mais urgentes do desenvolvimento econômico regional, com a destinação de 50% das vagas para cursos técnicos, complementadas pela formação tecnológica nas engenharias.

A Universidade Federal de Goiás (UFG), por exemplo, foi criada no dia 14 de dezembro de 1960 com o objetivo de produzir, sistematizar e transmitir conhecimentos, ampliar e aprofundar a formação do ser humano para o exercício profissional, a reflexão crítica, a solidariedade nacional e internacional. No Estado de Goiás são 05 câmpus, dentre eles o Câmpus Goiânia.

A cidade de Goiânia conta, portanto, com duas instituições federais de ensino, a UFG e o IFG, ambos ofertando cursos de formação de professores e em particular a Licenciatura em Matemática. A motivação da pesquisa surge exatamente a partir de uma questão geográfica. Por que o IFG passou a ofertar cursos de formação de professores, em particular a Licenciatura em Matemática, sendo que a UFG já ofertava esse curso há mais de quatro décadas? Qual a razão de ser de um curso de Licenciatura em um Instituto Federal? Quais as diferenças entre os cursos oferecidos pela UFG e pelo IFG, casa haja? Quais as características/peculiaridades do curso de Licenciatura em Matemática do IFG que o identifica como um curso de uma instituição profissional e tecnológica?

A formação de professores na Rede Federal iniciou na década de 1990, nos antigos CEFETs, com a justificativa da escassez de professores de educação básica no Brasil. Para Scheibe, Delizoicov e Durli (2009 apud GOMES, 2013, p. 18), a escassez de professores para o Ensino Médio é um problema estrutural, produzido historicamente não apenas pelas condições de formação, mas também pelas condições de trabalho, salário e carreira às quais os professores estão submetidos. Lima (2012), Gomes (2013) e Lima (2015) acrescentam como justificativa à escassez supracitada a grande evasão nos cursos de Licenciatura das Universidades.

Este estudo tem como objetivo determinar as características profissionais do curso de Licenciatura em Matemática do IFG, que lhe garantam uma identidade própria, uma identidade de Rede Federal, diferenciando-o do curso de Licenciatura em Matemática da UFG.

A formação de professores em um novo *lócus*

A tarefa de formar professores era antes atribuída apenas às Universidades, instituição histórica que reunia todas as condições para tal atribuição. Desta forma a formação de professores passa agora a ser oferecida por uma instituição especializada na oferta de educação profissional e tecnológica, a começar pelo vínculo desta instituição com o Ministério da Educação, através da SETEC, em detrimento às secretarias de educação básica e superior. Portanto a licenciatura oferecida pelos Institutos Federais revela um *lócus* diferente daquelas fornecidas por outras instituições de ensino superior. Com isto, a Rede Federal se consolida na atuação da formação de professores, mas com características

ISBN 978-84-945722-3-4

específicas de uma instituição tecnológica, isto é, uma instituição que tem por finalidades e características, segundo a Lei nº 11892/2008, em seu artigo 6º, ofertar educação profissional e tecnológica, em todos os seus níveis e modalidades, formando e qualificando cidadãos com vistas na atuação profissional nos diversos setores da economia.

A Lei 11892/2008, determina que no mínimo 20% das vagas ofertadas sejam destinadas a cursos de licenciatura, bem como programas especiais de formação pedagógica, com vistas na formação de professores para a educação básica, sobretudo nas áreas de ciências e matemática, e para a educação profissional. Uma instituição que desde 1909, influenciada pelo capitalismo mundializado, prepara trabalhadores para o mercado, agora prepara professores, segundo autores como Freitas (2002) e Saviani (2009), "sob a mesma ótica", tornando a educação um produto de mercado, pautada pela lógica do mercado.

Os Institutos Federais, quando da abertura de cursos de formação de professores, não contavam com professores especialistas nas áreas dos cursos, visto que nem todos passaram pela denominação CEFET, passando direto de Escola Técnica (ou Agrotécnica) Federal para Instituto Federal. Assim sendo professores de universidades foram convidados para colaborar na elaboração dos projetos de cursos de formação dos professores dos Institutos Federais, impregnando-os com características da universidade. Desta forma, os Institutos Federais buscaram na universidade exemplos de como instituir um curso de formação de professores, ou seja, ao mesmo tempo em que se buscava uma particularidade os Institutos Federais tinham a universidade como parâmetro na oferta deste tipo de curso. A partir deste fato percebe-se que os cursos de licenciatura dos Institutos Federais e das universidades, a priori, não apresentam distinções, por terem sido gerados no mesmo *lócus*, a universidade. Porém ao longo do tempo, à medida que os cursos dos Institutos Federais recebem e formam seus alunos, contratam e capacitam novos professores, executam atividades próprias da Rede Federal eles vão se distanciando da "matriz", a universidade. O curso de Licenciatura em Matemática do IFG, por exemplo, está em processo de revisão de seu projeto de curso, a fim de se adequar às novas demandas e necessidades.

A Associação Nacional pela Formação dos Profissionais da Educação – ANFOPE critica a formação docente fora do *lócus* da universidade, tornando-a um campo secundário do conhecimento, visto que a universidade historicamente proporciona certa consistência teórico-conceitual, ainda que necessite de reformulações, contando com professores mais

ISBN 978-84-945722-3-4

qualificados, que desenvolvem pesquisa e extensão além do ensino. A ANFOPE acredita que desvinculando a formação de professores do *lócus* privilegiado, acarretará uma fragmentação que desarticula a criação de um sistema nacional de formação de professores, ou mesmo, de uma "base comum nacional" (FREITAS, 1999). Desta forma a formação de professores nos Institutos Federais parece fazer mais sentido (sentido político), as universidades se destinariam aos cursos de maior "relevância" e de maior procura, deixando os Institutos Federais com a formação de professores, aproveitando os recursos humanos e materiais dos ensinos técnico e tecnológico, sendo oferecidos cursos de forma pragmática, em consonância com as necessidades do modelo capitalista. Lima (2015) fez um levantamento dos cursos de Licenciatura ofertados pelos Institutos Federais e percebeu que há um privilégio das áreas de ciências da natureza e matemática, e há pouca ou nenhuma preferência em formar professores para o ensino profissional, corroborando com a necessidade de suprir a escassez de professores, das áreas de ciências da natureza e matemática, levantada na introdução.

Os Institutos Federais são um projeto de governo importante e que abrange todo o país, nesse sentido, segundo Gomes (2013), faz-se necessário conhecer como se deu o seu processo de formulação e implementação e como vem sendo tratado um de seus principais objetivos, estipulado na Lei de criação, a oferta de cursos de Licenciatura. Também é necessário adentrar as políticas públicas que culminaram na criação dos Institutos Federais. Castro (2008) nos relata que no capitalismo contemporâneo, as políticas educacionais são direcionadas para atender à lógica do capital, provocando mudanças substanciais na formação do professor. Desta forma, as ações governamentais têm objetivado a formação de professores com habilidades e competências capazes de reproduzir as novas formas de trabalho demandadas pelo mercado. Esta autora ainda adverte que estas políticas educacionais são compreendidas como mecanismos de ajuste da reforma estrutural, de aligeiramento, de expansão e de massificação da formação de professores priorizando a ótica quantitativa em detrimento da qualidade.

Metodologia

Para atingir os objetivos deste estudo será desenvolvido um estudo de caso exploratório, de cunho qualitativo.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Através de análise documental será realizado um resgate histórico da Educação Profissional e Tecnológica (EPT) no Brasil, com atenção às políticas públicas que abriram caminho para a criação dos Institutos Federais e a partir desse entendimento será discutido o papel dos Institutos Federais na oferta de cursos de Licenciatura para formação de professores da educação básica, em particular o curso de Licenciatura em Matemática do IFG – Câmpus Goiânia. Serão analisados os documentos oficiais como Leis e Decretos, os projetos dos Cursos de Licenciatura em Matemática do IFG e da UFG, dentre outros.

Serão aplicados questionários e entrevistas aos alunos do curso de Licenciatura em Matemática do IFG – Câmpus Goiânia a fim de identificar características de EPT em sua formação. Estes dados serão comparados com os documentos que regem o referido curso e também com os mesmos questionários e entrevistas aplicados aos alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UFG. Pretende-se com isso, através da análise dos instrumentos, comparar e determinar as especificidades de cada curso, não apenas através dos documentos oficiais, mas principalmente através dos discursos dos estudantes, sobretudos dos formandos.

Serão aplicados também questionários e entrevistas aos professores formadores do curso de Licenciatura em Matemática do IFG. Sabe-se que na docência, em particular de Matemática, provavelmente a maioria dos professores, segundo Fiorentini (2005), não percebe que, além da Matemática, ensinam também um jeito de ser professor, isto é, um modo de conceber e estabelecer relação com o mundo e com a Matemática e seu ensino, ou seja, ele ensina muito mais do que pensa estar ensinando, com isso o futuro professor não absorve apenas uma Matemática, mas internaliza um conjunto de crenças. Desta forma, faz-se necessário investigar a formação dos formadores, determinar sua identidade profissional, pois a partir daí, poder-se-á efetuar conjecturas a respeito das habilidades e competências dos futuros professores. A identidade profissional docente, segundo Marcelo Garcia (2009), não é algo que se possua, mas sim algo que se desenvolve durante a vida, trata-se de um fenômeno relacional e seu desenvolvimento acontece no terreno da subjetividade. Esta identidade se constitui como uma interação entre a pessoa e suas experiências individuais e profissionais.

Estes dados serão comparados também com os documentos oficiais e com os dados coletados com os estudantes, tanto do IFG quanto da UFG, a fim de se averiguar as concepções que tanto discentes como docentes têm a respeito da EPT, a respeito das razões

ISBN 978-84-945722-3-4

de ser de um curso de Licenciatura em Matemática na Rede Federal, como eles enxergam o curso da outra instituição, como eles enxergam o curso da sua instituição, que comparação eles fazem, qual o diferencial, segundo os estudantes, do seu curso em relação ao curso da outra instituição. Várias outras questões poderão surgir ao longo da trajetória, sobretudo por se tratar de um estudo de caso.

O *lócus* da pesquisa

O curso de Licenciatura em Matemática do IFG – Câmpus Goiânia iniciou suas atividades em 2010. Atualmente o curso oferece 30 vagas anuais no turno vespertino.

O curso de Licenciatura em Matemática da UFG – Câmpus Goiânia iniciou a primeira turma em 1964, atualmente o curso oferece 50 vagas anuais no turno noturno e 60 vagas anuais no turno vespertino (no decorrer do curso o estudante deve optar pelo grau acadêmico, licenciatura ou bacharelado).

Marco teórico

Para adentrarmos na história da Rede Federal abordaremos os documentos oficiais existentes e os trabalhos de Lima (2015) e Moraes (2016). Utilizaremos os trabalhos de Ponte (1992) e Thompson (1997) como base para explorarmos as concepções e crenças dos estudantes e professores e o trabalho de Tardif (2014) para adentrarmos no tema saberes docentes. Para abordar os temas identidade, identidade profissional, identidade docente serão utilizados os trabalhos de Marcelo Garcia (2009) e Furlanetto (2012).

Resultados esperados

A pesquisa se encontra em estágio inicial. Ao longo do percurso, espera-se deparar com fatos, informações, discursos, documentos, questionamentos, que confrontem o trabalho desenvolvido pelas duas instituições, não no sentido de hierarquizar, mas sim no sentido de enaltecer as especificidades, finalidades e objetivos de cada instituição.

Busca-se com este trabalho apresentar razões de ser de um curso de Licenciatura em Matemática na Rede Federal, para tanto, serão evidenciadas características peculiares que o diferencie de um curso universitário, dando-lhe uma identidade própria, identidade esta que se baseará nas comparações entre os discursos de estudantes das duas instituições, entre os

ISBN 978-84-945722-3-4

discursos dos estudantes e professores do IFG e entre os discursos e os documentos oficiais. As características do curso de Licenciatura em Matemática da UFG serão levantadas, tanto pelos discursos, como por documentos, porém não serão aprofundadas nesse estudo, servindo apenas para comparação. O que não impede, naturalmente, de serem alvo de um estudo futuro com esta finalidade.

Em vários discursos percebe-se uma concepção dos Institutos Federais como extensões ou substitutos das universidades, porém o que se espera apresentar é uma autonomia das instituições e que não há, na verdade, e não poderia haver oposição ou atrito oriundos de uma pseudo-hierarquia e sim disposição em estabelecer parcerias e respeito pela história e finalidades de cada instituição.

Referências bibliográficas

Castro, A. M. D. A. (2008). Mudanças no Mundo do Trabalho: Impactos na política de formação de professores. *Trabalho & Educação*, *14*(1).

Fiorentini, D. (2012). A formação matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em matemática. *Revista de Educação PUC-Campinas-ISSN 2318-0870*, (18).

Freitas, H. C. L. (1999). A reforma do ensino superior no campo da formação dos profissionais da educação básica: as políticas educacionais e o movimento dos educadores. *Educação e Sociedade*, *20*(68), 17-43.

Freitas, H. C. L. (2002). Formação de professores no Brasil: 10 anos de embate entre projetos de formação. *Educação & Sociedade*. Centro de Estudos Educação e Sociedade - Cedes, 23(80), 136-167. Disponível em http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/24486. Acesso em 04/04/17.

Furlanetto, E. C. (2012). Os processos de construção identitária docente: a dimensão criativa e formadora das crises. *Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação Docente.* Belo Horizonte, MG, 4(07), 115-125.

Gomes, D. F. (2013). *Implementação de licenciaturas para a formação de professores da educação básica nos Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil

Lei n. 11.892, de 29 de dezembro de 2008 (2008). Institui a Rede Federal de Educação Profissional, Científica e Tecnológica, cria os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia, e dá outras providências. Brasília, DF. Recuperado em 20 abril de 2017 de http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11892.htm

Lima, F. B. G de. (2012). *A formação de professores nos Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia: um estudo da concepção política*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília. Brasília, DF, Brasil.

ISBN 978-84-945722-3-4

Lima, M. F. B. (2015). *A expansão das licenciaturas no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo: percursos e características*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Educação – Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.
Marcelo Garcia, C. (2009). A identidade docente: Constantes e desafios. *Revista Brasileira de Pesquisa sobre Formação Docente*. Belo Horizonte, MG, 1(1), 109-131.
Moraes, G. H. (2016). *Identidade de escola técnica vs. vontade de universidade: a formação da identidade dos Institutos Federais*. Tese de Doutorado, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil. Disponível em http://repositorio.unb.br/handle/10482/21409. Acesso em 04/04/2017.
Pacheco, E. (Org) (2011). Os Institutos Federais: uma revolução na educação profissional e tecnológica. *São Paulo: Moderna*.
Ponte, J. P. (Ed). (1992) Concepções dos professores de matemática e processos de formação. *Educação matemática: Temas de investigação*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 185-239. Disponível em https://repositorio.ul.pt/handle/10451/2985. Acesso em 04/04/2017.
Saviani, D. (2009). Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. *Revista brasileira de Educação*. 14(40), 143. Disponível em http://www.scielo.br/pdf/rbedu/v14n40/v14n40a12. Acesso em 04/04/17.
Tardif, M. (2014) *Saberes Docentes e Formação Profissional*. 17. ed. Petrópolis, RJ: Vozes.
Thompson, A. G. (1997). Uma relação entre concepções de Matemática e ensino de Matemática de professores na prática pedagógica. *Revista Zetetiké*, 5(8), 11-44.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-768

CONCEPCIONES GEOMÉTRICAS Y ACTITUD HACIA LAS ESTRATEGIAS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN DOCENTES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Silvina María de Jesús
smdejesus@gmail.com
UPEL-IPC Venezuela

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas.
Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: geometría, concepciones, resolución de problemas.

Resumen

Pensar en formación de docentes para el siglo XXI, con un currículum de hace 30 años, requiere, una transformación de la concepción de los procesos de enseñanza y aprendizaje con consentimiento de las partes: los estudiantes, futuros docentes o docentes en ejercicio, formados, en su fase previa, con un paradigma tradicional y; el docente con la claridad para ajustar e incorporar elementos apropiados en el modelo curricular de formación presente. Este estudio exploratorio, tuvo como objetivo determinar las concepciones de los docentes de Primaria sobre algunos conceptos geométricos en conjunción con su actitud hacia la geometría y su didáctica. Treinta y siete estudiantes universitarios de la UPEL-Instituto Pedagógico de Caracas, con título técnico, que les permite ejercer la profesión docente, participaron en el Curso Geometría, cuya estrategia de trabajo fundamental fue la resolución de problemas empleando diferentes medios-recursos entre los que se destacan: el GeoGebra, la plataforma virtual Canvas instructure, manejo de portafolios con problemas de olimpiada y uso de Geoplanos. Los resultados indican que, aunque los docentes presentan errores conceptuales, dificultad para el trabajo con resolución de problemas y temor en el uso de recursos tecnológicos, manifiestan una actitud positiva hacia el manejo de estrategias que les son desconocidas.

La formación docente constituye la base de la formación de los futuros estudiantes, por lo que sería natural pensar que, un estudiante bien preparado es producto de un docente que conoce lo que enseña y sabe, además, cómo enseñarlo.

Dentro de los programas de formación, en UPEL (2017) se destaca que la Universidad Pedagógica Experimental Libertador cuenta con la especialidad de Educación Integral, que desde 1989, forma los docentes que atienden a la primera y segunda etapas de Educación Básica, hoy Educación Primaria, caracterizándose por ser una de las especialidades con mayor demanda y con un programa que es ofertado en todos los Institutos que conforman la Universidad, desde su creación en 1983. Esta especialidad sufrió un ajuste para homologar los pensum de todos los institutos en consonancia con el Documento Base del Diseño Curricular de la Universidad Pedagógica Experimental Libertador (UPEL, 1996) considerando cuatro componentes, para todas las especialidades, con un tiempo de formación de cinco años:

- Formación General: cursos orientados al desarrollo de la personalidad del estudiante en relación con la realidad social-política, la identidad nacional y la conciencia histórica.
- Formación Pedagógica: cursos que enfatizan los valores éticos y actitudes propias de la profesión docente, enmarcadas al cómo enseñar, y cómo cumplir las funciones básicas de: planificación, facilitador y evaluador de aprendizajes, productor de recursos y estrategias e investigador.
- Formación Especializada: cursos orientados al manejo de contenidos y materias que el docente va a enseñar, procurando el dominio teórico-práctico, así como la metodología propia del área de conocimiento.
- Prácticas Profesionales: con cursos enmarcados en la integración teórico-práctica del quehacer docente, con acción en el campo de trabajo.

Estos componentes pueden ser desarrollados como una suma de conocimientos no integrados, reflejándose en una formación insuficiente, tanto en el manejo de los contenidos y didáctica específica de las áreas a enseñar como en la integración de ellas al contexto escolar, al observarse como un modelo de formación sumativo (contenidos+didácticas+prácticas) rechazado, según Pro (citado por Mellado y González, 2000) por numerosas investigaciones que abogan por la integración de los distintos tipos de conocimiento.

Algunos institutos, además, poseen una Carrera Corta con duración de tres años (6 semestres) para obtener el Título de Técnico Superior Docente (Especialidades Industriales) o de Maestro Especialista (Educación Preescolar, Educación Rural y Educación Integral) y la

ISBN 978-84-945722-3-4

UPEL, cuenta con un programa de Profesionalización, que desarrolla actividades orientadas a la formación de docentes en servicio que no poseen credenciales académicas, y/o actualización, capacitación y perfeccionamiento de docentes en ejercicio.

Los docentes en formación, como estudiantes al fin, poseen ciertas concepciones hacia la geometría y su enseñanza. María de Jesús (2002) señala que los estudiantes de la Especialidad de Educación Integral, futuros docentes, poseen concepciones generales acerca de las figuras geométricas, sus características y propiedades, destacándose la incorporación o eliminación de atributos de las figuras geométricas, confusión de términos y manejo incorrecto de la notación. Según Giordan y de Vecchi (1997), por medio de las concepciones comprendemos, y éstas son la base del conocimiento, pues a partir de ellas se transforman las informaciones recibidas que dan como resultado nuevas concepciones, permitiendo interpretar situaciones nuevas o razonar para resolver un problema, constituyendo así, la base del nuevo saber. En este proceso se requiere un docente que asuma su rol de facilitador, propiciando actividades tipo resolución de problemas, donde la confianza, curiosidad y comunicación permita la construcción de los nuevos saberes.

Las actitudes, además, según Corcoran y Gibb (1961) juegan un papel fundamental en el aprendizaje de las matemáticas y se espera que como resultado de la enseñanza los estudiantes tengan una actitud favorable hacia ella. Señalan que para el estudio de las actitudes hacia la matemática es necesario considerar, por ejemplo, una combinación de la apreciación intelectual del sujeto y sus reacciones emocionales.

Resulta de interés el tratar de determinar cómo maneja el docente los conceptos geométricos y cuál es su actitud hacia la geometría. En este sentido se planteó realizar una exploración preliminar que tuvo como objetivos:

- Determinar las concepciones de los docentes de Primaria sobre algunos conceptos geométricos.
- Determinar la actitud de los docentes de Primaria hacia la geometría y su didáctica.

Participantes

Se consideraron treinta y siete estudiantes universitarios de la UPEL-Instituto Pedagógico de Caracas, con título a nivel técnico de Maestro Especialista en Educación Integral, correspondientes a dos grupos, inscritos en el curso de Geometría del Programa de

ISBN 978-84-945722-3-4

Profesionalización, en dos períodos académicos (2015-II y 2016-I): uno de 18 estudiantes, de los cuales 16 eran mujeres y 2 hombres y otro de 19 estudiantes, conformado por 16 mujeres y 3 hombres. Estos grupos tenían, en general, un promedio de 7,33 años de servicio, con un mínimo de 2 años de servicio y un máximo correspondiente a 24 años de servicio.

Instrumentos

a. Cuestionario abierto para el diagnóstico de concepciones relativas a conceptos geométricos presentes en los programas de estudio de la Educación Primaria.
b. Test de Actitudes tipo Thurstone. Se realizó una adaptación al test de Wilbur H. Dutton (1956) citado por Corcoran y Gibb (1961). En este test al estudiante no se le pide que indique sus propias opiniones. Él revisa y marca las declaraciones con las que está de acuerdo. Las ponderaciones, que se utilizan para las respuestas, no aparecen en la escala real y el puntaje de actitud de los estudiantes corresponde al promedio de los valores de escala de las declaraciones seleccionadas.
c. Pruebas escritas aplicadas durante el período académico.
d. Registro de observaciones para los Portafolios de resolución de problemas de contenido geométrico aplicados en distintas ediciones de la Olimpiada Recreativa de Matemática (Olimpiada dirigida a los estudiantes de Educación Primaria) trabajados por los estudiantes.
e. Registro de observaciones y declaraciones realizadas por los docentes en torno al software GeoGebra y a la plataforma virtual Canvas Instructure.

Procedimiento

El estudio exploratorio se realizó enmarcado en dos períodos académicos ordinarios con una duración de doce (12) semanas de clase, que para los grupos de estudiantes inscritos en el curso de Geometría correspondía a encuentros en semanas alternas, es decir trabajo presencial durante seis semanas, un día a la semana en un bloque de 4 horas, según lo programado a nivel institucional (Anexo A). Se planteó y organizó, en acuerdo con los grupos, un trabajo semi-presencial, justificado en la necesidad de incrementar el tiempo a fin de manejar la mayor cantidad de conceptos, propiedades geométricas, recursos y estrategias de enseñanza de la geometría. Para ello se consideró, de manera permanente, la resolución de problemas tanto para la plataforma Canvas instructure, como para el portafolio.

ISBN 978-84-945722-3-4

Para culminar el trabajo y evaluar el avance de los grupos, se procedió el último día a realizar una sesión con dos actividades de evaluación:

- Rally matemático: Actividad grupal organizada en cinco estaciones de trabajo con tres actividades-problemas, con una duración de 20 minutos por estación:
    - Estación 1: Trabajando con palillos. Se plantearon problema referidos a construcción de polígonos cumpliendo ciertas condiciones.
    - Estación 2: Trabajando con Tangram. Se plantearon problema referidos a construcción de figuras y resolución de problemas.
    - Estación 3: Trabajando con Geoplanos. Se plantearon problemas de construcción de figuras geométricas según ciertos requisitos.
    - Estación 4: Problemas lógicos. Construcción de cuerpos y figuras empleando material concreto.
    - Estación móvil: Lista de cinco enunciados de verdadero/falso que debían ser argumentados. El documento elaborado por cada grupo se entregaba al finalizar el recorrido por todas las estaciones de trabajo y era documentado en el tiempo de "ocio" que se diera en alguna estación.
- Concurso geométrico: Actividad realizada de manera dinámica con presentación de 10 preguntas de selección simple, cuya respuesta era registrada por cada participante en una pequeña hoja de respuestas.

Resultados Parciales

<u>El diagnóstico</u>

Concepciones de los docentes:

Para ambos grupos de docentes se hizo evidente la presencia de concepciones, independientemente de los años de servicio, reflejando ideas incompletas o erradas sobre los conceptos geométricos, manejo de términos incorrectos, o dificultad para definir o caracterizar de manera precisa las figuras geométricas básicas. Se destacan, para algunos conceptos, las definiciones presentadas en Anexo B.

Actitudes hacia la Geometría.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Las actitudes hacia las matemáticas son fundamentales para el logro de los aprendizajes y, particularmente, en este trabajo interesaba conocer la actitud de los docentes hacia la geometría, a fin de observar una posible relación con su desempeño en el curso. Por esta razón se realizó una adaptación de la escala de actitudes tipo Thurstone de Wilbur H. Dutton (Corcoran, M. y Gibb, G., 1961), presentada en el Anexo C, en la que se destacan cinco clases, valoradas en un intervalo continuo de 1 a 11: [1,3]; [3,5]; [5,7]; [7,9]; [9,11] que corresponden a la interpretación: [9,11] es el extremo con actitud favorable; [5,7] es el intervalo con actitud neutral; [1,3] es el extremo con actitud desfavorable, cuyos resultados se muestran en el Cuadro 1:

Nº Item	Valor	Frec abs	%	Nº Item	Valor	Frec abs	%
16	10,5	2	5,88	4	5,6	31	91,18
21	10,4	3	8,82	7	5,3	22	64,71
17	9,8	5	14,71	6	4,6	20	58,82
1	9,5	9	26,47	2	3,7	27	79,41
12	9,0	18	52,94	9	3,3	5	14,71
3	8,6	12	35,29	15	3,2	6	17,65
19	8,1	23	67,65	22	3,0	3	8,82
5	7,7	24	70,59	11	2,5	15	44,12
10	7,0	21	61,76	18	2,0	12	35,29
14	6,7	30	88,24	20	1,5	6	17,65
8	5,9	27	79,41	13	1,0	0	0,00

n= 34 Puntaje Promedio: 46,52

Cuadro 1: Actitudes hacia la Geometría, adaptación de Escala de Dutton

Como puede observarse, el grupo presenta una tendencia hacia la zona neutral favorable de la escala, lo que refleja actitudes neutrales en la mayoría de los docentes, con menor representación en los extremos.

<u>El desarrollo</u>

En el trabajo realizado durante las doce semanas, los docentes se mostraron siempre dispuestos a desarrollar y responder oportunamente a las actividades programadas, con una deserción de 3 docentes: 1 del primer grupo y 2 del segundo grupo. Sin embargo, es importante destacar que se presentaron dificultades en:

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

- El manejo de los instrumentos de geometría. Ambos grupos solicitaron realizar actividades presenciales pues, la mayoría desconocía cómo usar el transportador para medir ángulos y cómo utilizar el compás para realizar las construcciones, estos son contenidos presentes en los programas de estudio de Primaria.
- El uso del GeoGebra como software de geometría dinámica. Fue de difícil manejo para muchos docentes, pues manifestaron que era la primera vez que usaban una herramienta como esta, y era menester que las propiedades de la figura construida no se perdieran al desplazar alguno de los vértices, lo que no era logrado sino por dos o tres participantes de cada grupo (15%). Quienes lograron usar el software, ayudaron eventualmente a sus compañeros y manifestaron que, al facilitar el apoyo visual, esto les permitía deducir propiedades; formular conjeturas que facilitaban el encontrar estrategias para resolver algunos problemas y pensar en el proceso de construcción de figuras geométricas antes de trabajar con los instrumentos de geometría.
- En el manejo de la plataforma Canvas Instructure los docentes señalaron sentir mucha presión por el tiempo de duración de cada actividad, y el obtener la valoración de manera casi inmediata obligaba a cuestionar las respuestas que no eran correctas, lo que permitía evidenciar constantemente la presencia de errores conceptuales y producir la retroalimentación oportuna.
- El portafolio de problemas: se empleó como una herramienta personal donde cada estudiante-docente archivó todos los materiales: guías de problemas con sus soluciones, glosario de términos, actividades con Geoplano, con tangram, construcciones con instrumentos, entre otros. En las distintas sesiones presenciales fue posible el intercambio de las diferentes estrategias encontradas para solucionar algún problema. Este proceso de análisis fue fundamental, pues permitió recordar, en cada momento, las fases de razonamiento presentes en el aprendizaje de la geometría planteada por el Modelo de los esposos Van Hiele, favoreciendo además la capacidad de metacognición al reconocer y describir, los procesos seguidos para lograr un aprendizaje o encontrar la solución de algún problema o ejercicio.

<u>El cierre de actividades.</u>

ISBN 978-84-945722-3-4

- Rally matemático: Los docentes presentaron un avance en el manejo de algunos conceptos y propiedades, pero sigue presente la imprecisión al definir o caracterizar figuras, lo que se traduce en la permanencia de las concepciones presentadas en el diagnóstico.
- Concurso Geométrico: Los docentes mostraron un promedio de 11,69 en la escala del 1 al 20, lo que representa un bajo nivel en el manejo de las ideas geométricas si se considera que los enunciados propuestos corresponden a problemas de los grados que ellos están trabajando.

Discusión y conclusiones:

En este estudio exploratorio se evidencia que los estudiantes, docentes en ejercicio con un nivel de formación de especialista universitario, muestran una actitud neutra con tendencia favorable hacia la geometría, sin embargo, aún después de la intervención siguen presentando concepciones erradas en el manejo de conceptos y propiedades geométricas, así como dificultad en el uso de recursos y estrategias propias para la enseñanza de la geometría, independientemente de los años de servicio en aula. Este resultado puede estar asociados al perfil de los estudiantes que ingresan a la carrera docente, pues son los peor clasificados por el sistema de admisión de la Universidades según lo señala Planchart (1996).

El incorporar herramientas tecnológicas y recursos propios para la enseñanza de la geometría se consideró como fundamental, pues el currículo de Educación Primaria está articulado con el uso de la tecnología, y los estudiantes de este nivel han sido dotados de equipos pero sus docentes no han recibido entrenamiento alguno, y poseen una visión distinta de la matemática y su enseñanza, acompañada del temor que manifiestan al usar recursos tecnológicos, los cuales tampoco estuvieron presentes en su formación preliminar. Por esta razón, es importante determinar las condiciones necesarias para que el docente incorpore el recurso tecnológico en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática y, por ende, de la geometría.

Referencias bibliográficas

Corcoran, M. y Gibb, G. (1961) *Appraising Attitudes in the Learning of Matehematics.* En *Evaluation in Mathematics*, (pp. 105-122). Washington, D.C.: The National Council of Teachers of Matehematics.

ISBN 978-84-945722-3-4

Giordan, A. y de Vecchi, G. (1997) *Los orígenes del saber. De las concepciones personales a los conceptos científicos* (3ª ed.) [Serie Fundamentos, Nº 1]. Sevilla: Díada Editora.

María de Jesús, S. (2002). *Desarrollo de conceptos referidos a polígonos a través de la resolución de problemas considerando las concepciones espontáneas en estudiantes de Educación Integral del Instituto Pedagógico de Caracas*. Trabajo de grado, no publicado. Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Instituto Pedagógico de Caracas, Caracas.

Mellado, V. y González, T. (2000). La formación inicial del profesorado de Ciencias. En F. Perales y P. Cañal (Dirs), *Didáctica de las Ciencias Experimentales* (pp. 535-555). España: Marfil.

Planchart, E. (1996). *Dos experiencias para el mejoramiento de la enseñanza de la ciencia y la matemática en Educación Básica* [Informe]. Caracas: CENAMEC.

Universidad Pedagógica Experimental Libertador, Comisión Nacional de Currículo. (1996). *Diseño Curricular. Documento Base.* Caracas: Autor.

UPEL (2017). Universidad Pedagógica Experimental Libertador. La Universidad de los Maestros. http://geminis.upel.edu.ve/vdoc/index.php/acerca/menuprogramas Consultado 10/02/2017

ANEXOS:

A) Bosquejo de actividades.

Sem	Bosquejo de actividades	Conceptos trabajados
1	Diagnóstico preliminar de concepciones y actitudes hacia la Geometría y hacia la Matemática. Trabajo con resolución de problemas. Presentación del Modelo de Van Hiele. Presentación del GeoGebra. Asignación de problemas y construcciones para GeoGebra. Instrucciones para construcción de Geoplanos. Discusión de plan de trabajo.	• Geometría, figuras geométricas: punto, recta, plano y espacio sólidos, figuras planas. • Problema, estrategias de resolución de problemas, Modelo de Van Hiele
3	Revisión de conceptos y propiedades. Discusión de problemas y construcciones para los que se presentaron dificultad en la estrategia de solución de problemas, en el uso de GeoGebra y uso de instrumentos de geometría. Asignación de Prueba escrita corta además de problemas y construcciones para GeoGebra. Trabajo con Geoplanos.	• Incidencia, paralelismo, rectas secantes, ángulos. Mediatriz de un segmento, bisectriz de un ángulo. Polígonos. Clasificación de polígonos. Ejes de simetría. Construcciones básicas.

ISBN 978-84-945722-3-4

5	Revisión de conceptos y propiedades. Discusión de problemas y construcciones para los que se presentaron dificultad en la estrategia de solución. Asignación de evaluación en la plataforma virtual Canvas instructure, uso de GeoGebra y uso de instrumentos de geometría. Asignación de problemas y construcciones para GeoGebra. Trabajo con Geoplanos	• Perímetro. Regiones poligonales. Postulados de área.
7	Revisión de conceptos y propiedades. Discusión de problemas y construcciones para los que se presentaron dificultad tanto en la plataforma virtual Canvas instructure como en los materiales impresos, uso de GeoGebra y uso de instrumentos de geometría. Asignación de problemas y construcciones para GeoGebra. Trabajo con Geoplano circular.	• Perímetro. Regiones poligonales. Postulados de área. Círculo, circunferencia, líneas notables de la circunferencia. Relaciones arco-ángulo. • Construcciones
9	Revisión de conceptos y propiedades. Discusión de problemas y construcciones para los que se presentaron dificultad en la estrategia de solución. Asignación de evaluación en la plataforma virtual Canvas instructure Asignación de problemas y construcciones para GeoGebra. Trabajo con Geoplanos.	• Perímetro. Regiones poligonales. Postulados de área. Círculo, circunferencia, líneas notables de la circunferencia. Relaciones arco-ángulo. Construcciones
11	Evaluación final: Rally Geométrico (en pequeños grupos), concurso geométrico (individual). Entrega de Portafolio de problemas.	

ISBN 978-84-945722-3-4

B) Algunas definiciones presentadas por los docentes:

Rectas paralelas:

- Son las rectas que jamás se tocan entre sí. (24 años de servicio)
- Son aquellas que se encuentran paralelamente una de la otra sin tocarse o unirse entre sí. (13 años de servicio)
- Son dos líneas trazadas a un mismo tamaño. (6 años de servicio)
- Aquellas que van por un mismo lado. (5 años de servicio)
- Dos líneas literalmente juntas. (4 años de servicio).
- Son todas aquellas que poseen dos líneas unas de otras. (3 años de servicio)

Rectas perpendiculares: fue el concepto con más ausencia de definición entre los docentes participantes. Muchos señalaron no recordar qué significaba el término "perpendicular", otros señalaron que:

- Son aquellas que coinciden en un punto. (10 años de servicio)
- Rectas inclinadas. (6 años de servicio)
- Son las que van en dirección contraria y parten de un punto medio. (4 años de servicio)
- Dos líneas vertical u horizontal. (4 años de servicio)

Triángulo:

- Es un polígono de tres lados que forma un triángulo. Sus tipos son: equilátero e "isóles". (10 años de servicio).
- Es la unión de tres líneas 2 de una medida y una desigual. (6 años de servicio)
- Es la unión de tres líneas rectas donde sus lados son iguales. (5 años de servicio)
- Está formado por tres lados y posee un ángulo. (3 años de servicio)
- Es aquel que se divide en tres partes iguales. (2 años de servicio)

Ángulo:

- Grado de inclinación que existe entre dos líneas. (24 años de servicio)
- Una "avertura" entre varias rectas con diferentes medidas. (13 años de servicio)
- Medida en grados que existe en el punto de unión de una línea a otra. (6 años)
- Es la unión de dos líneas vertical y horizontal. (5 años de servicio)
- Cuando se une una línea con otra en determinado punto. (4 años de servicio)

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

- Es el que conforma un triángulo. (3 años de servicio)
- Es la distancia que existe de un punto a otro. (2 años de servicio)

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

C) Test de actitudes tipo Thurstone de Wilbur H. Dutton.

Exploración

Años de servicio:	Título que posee:	Grado que atiende:

Instrucciones:

A continuación se presentan algunas expresiones. Lee cuidadosamente una por una y si tu opinión coincide con ella, coloca una marca en el paréntesis que corresponde.

( ) 1. Fuera de clase pienso en problemas geométricos y me gusta trabajar con ellos.

( ) 2. No me siento seguro de mí mismo en Geometría

( ) 3. Disfruto ver que puedo trabajar en problemas geométricos rápido y acertadamente.

( ) 4. Me gusta la geometría, pero también otros contenidos matemáticos.

( ) 5. Me gusta la geometría porque es práctica.

( ) 6. Pienso que los ejercicios de geometría no son divertidos, pero siempre quiero hacerlos bien.

( ) 7. No soy un entusiasta de la geometría pero tampoco me desagrada.

( ) 8. La geometría es tan importante como cualquier otra materia.

( ) 9. La geometría es algo que hay que aprender, aunque no sea agradable.

( ) 10. Algunas veces disfruto el reto presentado por un problema geométrico.

( ) 11. La geometría siempre me ha asustado.

( ) 12. Me gustaría pasar más tiempo en clase trabajando con Geometría.

( ) 13. Detesto la Geometría y siempre evito trabajarla.

( ) 14. Disfruto resolviendo problemas cuando sé cómo resolverlos.

( ) 15. Evito la Geometría porque no soy muy bueno con las figuras.

( ) 16. La Geometría me encanta y me gusta más que otra materia.

( ) 17. Nunca me canso trabajando con figuras.

( ) 18. Me da miedo resolver problemas con palabras.

( ) 19. La geometría es muy interesante.

( ) 20. Nunca me ha gustado la Geometría.

( ) 21. Pienso que la Geometría es la materia más agradable que he cursado.

( ) 22. No encuentro mucho valor en la Geometría.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-769

A MOBILIZAÇÃO DE CONCEITOS DO CÁLCULO NO NÚCLEO BÁSICO NAS ENGENHARIAS CIVIL E DE PRODUÇÃO

Prof. Dr. Gabriel L. de Lima, Fernanda Duarte da Costa, Gabriella Rocha Esteves, Tarciso dos Santos Gomes, Tiago de Souza Rodrigues Reis, Profa. Dra. Barbara Bianchini
gllima@pucsp.br, fernanda.duartte@hotmail.com, gabriella-esteves@hotmail.com, tarciso_gomes@hotmail.com, settiago@hotmail.com, barbara@pucsp.br
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - Brasil

Núcleo Temático: VI Matemáticas y su integración con otras áreas
Modalidade: Comunicação Breve: CB
Nível Educativo: Educación de adultos
Palabras clave: Engenharia, Matemática no Contexto das Ciências, Metodologia *Dipcing*, Núcleo Básico.

Resumo

No Brasil, os currículos das engenharias são divididos em três núcleos: básico, específico e profissionalizante. Neste artigo, apresentamos as análises, à luz da teoria A Matemática no Contexto das Ciências, desenvolvida por Camarena, e especificamente por meio dos preceitos de uma das etapas da metodologia Dipcing, de como certos conceitos relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral são mobilizados por disciplinas do núcleo básico nas engenharias Civil e de Produção. Tanto na Civil, quanto na Produção, especialmente as disciplinas de Física, requerem, na maioria das vezes, apenas a noção de funções de uma, duas ou três variáveis, sendo que, em geral, estas são utilizadas em sua forma implícita, diferentemente do que ocorre nas aulas de Cálculo. Na disciplina Eletromagnetismo da Civil e em Física I da Produção, recorre-se ainda à derivação e à integração de funções de uma variável.

Introdução

O presente trabalho apresenta parte de uma pesquisa mais ampla que está sendo realizada na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP) e que visa analisar, à luz da teoria A Matemática no Contexto das Ciências (MCC), desenvolvida por Patricia Camarena, no Instituto Politécnico Nacional do México, o ensino e a aprendizagem de Matemática em cursos voltados à formação de não matemáticos.

Os dados apresentados neste artigo referem-se aos obtidos, até o momento, por meio de quatro pesquisas de Iniciação Científica desenvolvidas no âmbito dessa investigação mais ampla a qual nos referimos

Considerando que, no Brasil, atendendo às Diretrizes Curriculares Nacionais específicas para esses cursos (CNE/CES 1362/2001), as disciplinas dos currículos das engenharias devem ser

ISBN 978-84-945722-3-4

distribuídas em três núcleos, básico, específico e profissionalizante, para este artigo, especificamente, escolhemos o seguinte recorte: explicitar quais conteúdos estudados pelos graduandos nas disciplinas de Cálculo ofertadas nas graduações em Engenharia Civil e em Engenharia de Produção são efetivamente mobilizados pelas disciplinas não matemáticas do núcleo básico. Para tanto, primeiramente, apresentamos considerações a respeito da MCC e da *Dipcing*, respectivamente embasamento teórico e metodologias empregados neste estudo.

Fundamentação teórica: A Matemática no Contexto das Ciências

A teoria que fundamenta a investigação relatada é, conforme já mencionamos, A Matemática no Contexto das Ciências (MCC). Esta contempla cinco fases interligadas: Curricular, Didática, Cognitiva, Epistemológica e Docente, e as principais características de cada uma delas são apresentadas por meio da Figura 1. Uma das ideias centrais em tal teoria é que os docentes responsáveis pelas disciplinas matemáticas precisam ter conhecimento a respeito de quais conteúdos matemáticos são efetivamente necessários para cada modalidade de Engenharia, para que, desta forma, possam ter clareza em relação às quais habilidades matemáticas que devem ser desenvolvidas pelos estudantes e de que forma o ensino da Matemática pode contribuir para a formação dos mesmos como futuros profissionais (Camarena, 2013).

Fases da teoria MCC	
Curricular	O objetivo principal é o planejamento de programas de ensino de Matemática específicos para os diferentes cursos de graduação por meio da metodologia *Dipcing* desenvolvida justamente para esse fim.
Didática	Objetiva-se trabalhar os conceitos matemáticos com os alunos de forma a auxilia-los no desenvolvimento de habilidades em transferir tais conceitos para as áreas que os requerem.
Cognitiva	Baseia-se na ideia de que o professor deve proporcionar aos alunos uma aprendizagem significativa, na qual os conhecimentos são trabalhados de forma estruturada, articulada e não fragmentada, buscando-se desenvolver habilidades de pensamento por meio de reflexões a respeito de situações relacionadas aos interesses dos alunos.
Epistemológica	A preocupação central é a de que a Matemática que os alunos aprenderam deverá sofrer transformações para adaptar-se às necessidades sociais de outras ciências.
Docente	Busca-se desenvolver formações que possam aperfeiçoar a prática dos professores universitários que ministram disciplinas matemáticas em cursos voltados à formação de não matemáticos.

Figura 1. As cinco fases da teoria MCC

ISBN 978-84-945722-3-4

Conforme pontua Camarena (2013), para A Matemática no Contexto das Ciências os processos de ensino e de aprendizagem podem ser concebidos como um sistema no qual intervêm as cinco fases da teoria, que não são, de forma alguma, isoladas uma das outras e nem independentes das condições sociológicas dos atores do processo educativo. Sendo uma teoria, cada uma dessas fases possui um embasamento teórico e uma metodologia específica. As pesquisas de Iniciação Científica das quais provém os dados apresentados neste artigo, baseiam-se apenas na primeira fase da teoria MCC, a curricular, que postula que o ensino da Matemática seja específico de acordo com a necessidade de cada modalidade de Engenharia. Conforme evidenciado na Figura 1, esta fase contempla uma metodologia específica, denominada *Dipcing*, e que foi a que empregamos no estudo aqui relatado. É a respeito dela que trataremos em seguida.

A metodologia *Dipcing*

A metodologia empregada no estudo realizado foi, como já destacado, aquela inerente à fase curricular da MCC, a saber, a *Dipcing* (*__Di__seño de __p__rogramas de estudios de matemáticas en __c__arreras de __ing__eniería*), desenvolvida por Camarena (2002, 2004) e detalhadamente discutida por Lima, Bianchini e Gomes (2016), que salientam que, para Camarena (2002), o paradigma educativo que deve guiar o planejamento de disciplinas matemáticas para cursos de Engenharia precisa ser o de que os conteúdos trabalhados devem fornecer aos graduandos “os elementos cognitivos e as ferramentas que eles utilizarão nas matérias específicas de seu curso de graduação” (Lima, Bianchini & Gomes, 2016, p. 3). Essa metodologia propõe uma investigação em três etapas (central, precedente e consequente), detalhadamente discutidas tanto por Camarena (2002, 2004), quanto por Lima, Bianchini e Gomes (2016).

No estudo relatado por meio deste artigo, restringimo-nos à etapa central, cujo objetivo é efetuar uma investigação a respeito dos conteúdos matemáticos, mobilizados, tanto explicitamente, quanto implicitamente, nas disciplinas não matemáticas da Engenharia em tela. Essa etapa, segundo Camarena (2002), concretiza-se a partir da análise dos livros textos ou das referências bibliográficas mais utilizadas nas disciplinas não matemáticas da modalidade de Engenharia para a qual se pretende planejar um programa para as disciplinas matemáticas. No entanto, no caso específico da investigação que realizamos, ao invés de analisarmos diretamente os livros textos ou as referências bibliográficas básicas de todas as

ISBN 978-84-945722-3-4

disciplinas não matemáticas que compõem as grades curriculares dos cursos de Engenharia Civil e de Produção da PUC/SP, realizamos, por meio de consultas presenciais e via correio eletrônico, uma sondagem inicial junto aos docentes das disciplinas não matemáticas pertencentes ao núcleo básico dos cursos, para que pudéssemos perceber em quais delas eram mobilizados conceitos de Cálculo e assim pudéssemos direcionar nossa pesquisa especificamente para as mesmas.

Resultados das análises realizadas

Nesta seção, ressaltamos que as informações referentes aos objetivos de cada uma das disciplinas mencionadas foram extraídas dos projetos pedagógicos dos cursos em questão ofertados pela PUC/SP.

Na Engenharia Civil, há, no núcleo básico, 24 disciplinas não matemáticas, das quais 11 mobilizam algum conteúdo de Cálculo. Já na Engenharia de Produção, são 20 as disciplinas não matemáticas presentes no núcleo básico e, destas, 10 necessitam de conhecimentos de Cálculo. Há, dentre estas empregando noções de Cálculo, 7 que estão presentes, nos mesmos semestres, tanto na Civil quanto na Produção. Seus nomes e semestres em que são ministradas são, respectivamente, os seguintes: Física 1 (2º), Física 2 (3º), Termodinâmica (3º), Fenômenos de Transporte 1 (4º), Mecânica dos Corpos Rígidos (4º), Fenômenos de Transporte 2 (5º) e Física Moderna (5º). Eletricidade Básica está presente tanto na Civil, quanto na Produção, mas no primeiro curso está alocada no 4º semestre e no segundo no 5º.

Há 3 disciplinas presentes apenas no núcleo básico da Civil: Engenharia Econômica (1º), Gestão Energética (1º) e Eletromagnetismo (4º). E 2 presentes apenas como disciplinas do núcleo básico na Produção: Física 3 (4º) e Resistência dos Materiais (5º). Ressaltamos que há disciplinas que na Civil pertencem ao núcleo básico e na Produção ao núcleo profissionalizante e vice-versa, mas que, neste artigo, analisamos, em cada curso, apenas aquelas classificadas como pertencentes ao núcleo básico.

Apresentamos, a seguir, primeiramente, considerações a respeito da mobilização de conceitos de Cálculo naquelas disciplinas não matemáticas presentes tanto no núcleo básico da Civil, quanto da Produção.

Na disciplina Física 1, cujos principais objetivos são estudar termometria, calorimetria e teoria cinética de gases, realçando as aplicações desses conceitos em Engenharia, e aprender

ISBN 978-84-945722-3-4

os princípios da Óptica Geométrica e ainda realizar atividades experimentais relacionadas aos conceitos estudados, há, implicitamente, a mobilização da ideia de função real de várias variáveis reais. A equação de Clapeyron, por exemplo, relaciona as três variáveis de estado, pressão (P), volume (V) e temperatura (T), com a quantidade de partículas ou número de mols (n) que compõe um gás, além de possuir uma constante R denominada Constante Universal dos Gases. Embora enunciada como equação, esta expressão pode ser interpretada como uma função, dada de maneira implícita. Destacamos também que o conceito de função é mobilizado de forma intuitiva para a resolução de diferentes situações-problema intrínsecas a esta disciplina.

Em Física 2, que visa estudar a aplicação das leis da mecânica newtoniana aos problemas de estática, de dinâmica, de conservação do momento linear e de energia, as ideias de derivada e de integral de funções reais de uma variável real são mobilizadas, especialmente em situações envolvendo a noção de taxa de variação e que requerem que o estudante gere, por exemplo, uma equação horária da velocidade a partir da equação horária da posição (e vice-versa). Especificamente o conceito de integral é mobilizado naqueles problemas que exigem o cálculo do trabalho realizado por um corpo e na determinação da variação da energia potencial quando uma partícula, sob a ação de uma força conservativa, move-se de um ponto a outro.

A disciplina Termodinâmica tem como objetivo específico possibilitar aos futuros engenheiros o estudo dos Princípios da Termodinâmica e suas aplicações nas máquinas térmicas e refrigeradores. Nela são mobilizados alguns conceitos referentes às funções reais de várias variáveis reais, tais como, derivadas parciais, curvas de nível, vetor gradiente e integrais duplas. Tal mobilização ocorre em situações-problema envolvendo densidade volumétrica, estática dos fluidos, efeito Joule e cinemática dos gases.

Em relação a Fenômenos de Transporte 1, os objetivos da disciplina são os de levar o aluno a conhecer os conceitos de fluido e de suas propriedades, analisar escoamentos de fluidos e compreender as equações básicas da estática e cinemática dos fluidos. Nesta disciplina, derivadas e integrais de funções reais de várias variáveis reais, por exemplo, são requeridas para o cálculo de queda livre (utilizando a equação da velocidade final), ou de velocidade e aceleração de um fluido. Da mesma maneira são necessárias em problemas de viscosidade e

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

tensão do cisalhamento num fluido newtoniano (para determinar a área em que o fluido se encontra).

O objetivo principal da disciplina Eletricidade Básica é desenvolver o aprendizado dos conceitos principais da teoria da eletricidade para utilização dos mesmos no estudo de máquinas elétricas, instalações elétricas e princípios de lógica e automação. São empregados os conceitos de derivada e integral de funções reais de uma variável real e de equações diferenciais ordinárias. Tais noções são mobilizadas em situações tratando de tensão elétrica, resistor ideal, indutor ideal e capacitor ideal.

Conceitos relativos ao Cálculo Diferencial e Integral envolvendo funções reais de mais uma variável real, sobretudo integração (na obtenção, por exemplo, das coordenadas do centro de massa de um corpo) são requeridos em Mecânica Dos Corpos Rígidos, que visa possibilitar ao futuro engenheiro a compreensão das Leis de Newton e dos conceitos de massa, aceleração, velocidade, força, momento de uma força, centro de massa, momento de inércia, momento angular, trabalho e energia aplicados a corpos rígidos, e ainda a descrição do movimento de um corpo rígido e a relação entre tal movimento e as forças que atuam no referido corpo.

Em Fenômenos de Transporte 2, cuja ementa prevê uma continuação dos estudos sobre fluidos iniciados em Fenômenos de Transporte 1 e ainda a construção de conhecimentos gerais sobre mecanismos de transferência de calor e suas aplicações, os conceitos de integral e derivada, tanto de funções reais de uma quanto de várias variáveis reais, são utilizados, dentre outros, para obter as equações da continuidade, da energia total e de Bernoulli. Além disso, são empregados na determinação do fluxo de energia por unidade de área e no cálculo da velocidade média de um fluido em uma seção de uma superfície.

Visando tratar de alguns tópicos de Física Moderna e Contemporânea de modo a propiciar aos futuros engenheiros um amplo panorama da Física desenvolvida no inicio do século XX e que deu origem aos avanços tecnológicos que hoje vivenciamos, a disciplina Física Moderna também emprega conceitos de Cálculo, tais como integrais de funções reais de uma e de duas variáveis reais, equação diferencial linear e equação diferencial parcial, essencialmente para a dedução de fórmulas que posteriormente serão empregadas nos cálculos.

ISBN 978-84-945722-3-4

A seguir, evidenciaremos as mobilizações de conceitos de Cálculo naquelas disciplinas do núcleo básico que são exclusivas de cada uma das modalidades de Engenharia, tratando em primeiro lugar, da Civil.

Em Engenharia Econômica, cujos objetivos são apresentar noções de Matemática Financeira, Finanças, Contabilidade e capacitar o graduando para construir e analisar fluxos de caixa de projetos e empreendimentos, são requeridos apenas conteúdos matemáticos que, embora façam parte do programa do curso inicial de Cálculo, já deveriam ter sido estudados na Educação Básica, como as noções de funções polinomiais de primeiro grau e exponenciais e suas respectivas representações gráficas. O mesmo ocorre na disciplina Gestão Energética, que objetiva, especificamente, promover o desenvolvimento analítico dos alunos em relação aos principais temas relacionados ao meio ambiente e ao desenvolvimento sustentável, conscientiza-los a respeito da responsabilidade da Engenharia como ferramenta do desenvolvimento sustentável e fornecer informação e formação para habilitar o egresso a analisar, decidir sobre projetos, máquinas e sistemas de engenharia que sejam economicamente viáveis e que priorizem a eficiência energética e o meio ambiente.

Em Eletromagnetismo, disciplina por meio da qual se visa equacionar os problemas de potencial, forças e campos eletrostáticos para distribuições discretas e contínuas de cargas elétricas, usando as leis de Coulomb e Gauss, faz-se uso das ideias de derivada e integral de funções reais de uma variável real. Isto se dá em problemas tratando de campo elétrico, trabalho, potencial elétrico, corrente elétrica e lei de Faraday.

Relativamente às disciplinas presentes apenas no núcleo básico da Engenharia de Produção, nossas observações são apresentadas na sequência.

Em Física 3, cujos objetivos são reconhecer os fenômenos eletrostáticos, eletrodinâmicos e magnéticos em situações-problema teóricas e experimentais e então aplicar os conceitos de campo elétrico e magnético para resolvê-las, está presente o uso da ideia de integral de funções reais de uma variável real, que é empregada para somar os componentes de uma carga puntiforme, para determinar o módulo do vetor campo elétrico criado por um anel de carga ou por um disco, para obter a orientação de um dipolo elétrico em um campo elétrico e em problemas envolvendo cálculos de energias potenciais.

Finalmente, em Resistência dos Materiais, cujo objetivo é fornecer ao futuro engenheiro as noções básicas do cálculo estrutural, visando ao dimensionamento e à identificação dos

ISBN 978-84-945722-3-4

problemas estruturais, demanda-se dos conceitos de integral (definida, indefinida e dupla) e de equação diferencial, que são utilizados em situações tratando de cálculo estrutural, dimensionamento de estruturas e sólidos, e na determinação de momento de inércia.

Considerações finais

De maneira geral, observou-se, por meio das análises realizadas, que os conceitos de função real de uma ou mais variáveis reais, bem como suas derivadas e integrais são de suma importância para os estudos desenvolvidos nas disciplinas não matemáticas presentes nos núcleos básicos dos cursos de Engenharia investigados.

As disciplinas Física 1 e 2 nos cursos em tela estão permutadas se comparadas aquelas oferecidas, nas mesmas modalidades de Engenharia, em outras universidades. Observa-se que os conteúdos que em muitas instituições são trabalhados em Física 2, na PUC/SP estão alocados em Física 1 e vice-versa. Segundo os coordenadores das Engenharias Civil e de Produção da referida universidade, isto se deve ao fato de Física 2, que aborda mecânica newtoniana, requerer noções a serem estudadas previamente (no caso da PUC/SP no segundo semestre da graduação) em um curso inicial de Cálculo.

Nota-se que, em 45,8% das disciplinas não matemáticas do núcleo básico da Engenharia Civil e em 50% das disciplinas não matemáticas da Engenharia de Produção, há mobilização de conceitos de Cálculo. Tomar consciência de tal fato, a nosso ver, é essencial àqueles professores que ministram aulas de Matemática em cursos de Engenharia, para que, estes próprios possam perceber a importância futura dos conteúdos por eles lecionados para a formação do futuro engenheiro e, consequentemente, possam reorientar suas aulas de maneira a evidenciar as vinculações entre a Matemática e a área específica com o intuito de ressignificar, perante aos graduandos, os conceitos de Cálculo, normalmente considerados por eles apenas como obstáculos a serem superados, sem utilidade evidente em suas formações.

Referências bibliográficas

Camarena, P. (2002). Metodología curricular para las ciencias básicas en ingeniería. *Innovación Educativa*, 2(10), 22-28 e 2(11), 4-12.

ISBN 978-84-945722-3-4

Camarena, P. (2004). Constructos Teóricos de la Metodología Dipcing en el Área de la Matemática. *Memorias do Congreso Internacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas.* Ciudade de México, México, 3.

Camarena, P. (2013). A treinta años de la teoría educativa "Matemática en el Contexto de las Ciencias". *Innovación Educativa*, 13(62), 17-44. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/pdf/ie/v13n62/v13n62a3.pdf

Lima, G. L., Bianchini, B. L., & Gomes, E. (2016). Dicping: uma metodologia para o planejamento ou redirecionamento de programas de ensino de Matemática em cursos de Engenharia. *Anais do Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia*. Natal, RN, Brasil, 44.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-770

LA ETNOMATEMÁTICA COMO EJE TRANSVERSAL EN LA EDUCACIÓN DE GUATEMALA IMPLEMENTADA POR MEDIO DEL LIBRO DE TEXTO OFICIAL.

Sofía Noemí Gutiérrez Méndez
sofigutierrezm@gmail.com
Ministerio de Educación de Guatemala

Aspectos socioculturales de la Educación Matemática.
Comunicación Breve
Primario
Guatemala, Etnomatemática, Texto oficial.

Resumen

Guatemala es un país multilingüe y pluricultural, por lo que se busca el respeto al conocimiento o saberes de todos los que comparten en el territorio nacional. En el marco de la firma de paz, el sistema educativo nacional ha incorporado en sus planes de estudio el desarrollo de temas que abordan la matemática mayas, como lo es el estudio de la numeración maya, operaciones en sistema vigesimal y algunos aspectos de los aportes culturales por ejemplo, la cuentas larga y corta en el calendario maya; presentados en el libro de texto oficial.

En los textos se desarrollan estos conocimientos, con el fin de responder a las competencias marco que plantea el Currículo Nacional Base (2008), específicamente a: "Aplica los saberes, la tecnología y los conocimientos de las artes y las ciencias, propias de su cultura y de otras culturas, enfocadas al desarrollo personal, familiar, comunitario, social y nacional" y "Vivencia y promueve la unidad en la diversidad y la organización social con equidad, como base del desarrollo plural. Estos textos son utilizados por todo los niños de primaria del país, por lo que contribuyen al fortalecimiento de la identidad, fundamental para lograr una educación pertinente, equitativa y contextualizada.

El texto oficial es un medio pertinente para la integración de conocimientos matemáticos culturales que regularmente se aprenden de forma verbal dentro de las comunidades y de esa misma forma se traslada de generación en generación, como por ejemplo, el significado de las medidas no estándar o las cuentas utilizando como referencia los ciclos de la luna. Este conocimiento ancestral es necesario sistematizarlo, por lo que, tomando como premisa que no todos los docentes manejan esta información aun cuando esta temática esta propuesta en el currículo nacional, es necesario que se aborde, aunque de forma limitada, en el libro de texto.

ISBN 978-84-945722-3-4

El Ministerio de Educación diseño textos oficiales que desarrollan esta temática de la siguiente forma:

Primer grado de educación primaria

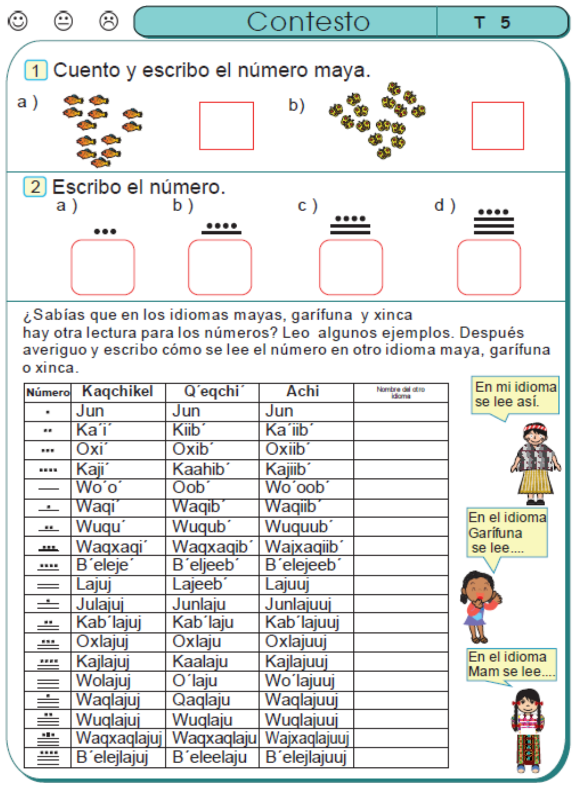
El sistema vigesimal se inicia en este grado partiendo de la agrupación de objetos hacia la representación simbólica de la cardinalidad de dicha agrupación utilizando los dos primero símbolos de la numeración maya, el 1 y el 4.

Se describe la simbología, se comprende hasta llegar a la ejercitación.

(Matemáticas 1º, 2012).

Segundo grado de educación primaria:

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4



Contesto T 5

1 Cuento y escribo el número maya.

a) b)

2 Escribo el número.

a) b) c) d)

¿Sabías que en los idiomas mayas, garífuna y xinca hay otra lectura para los números? Leo algunos ejemplos. Después averiguo y escribo cómo se lee el número en otro idioma maya, garífuna o xinca.

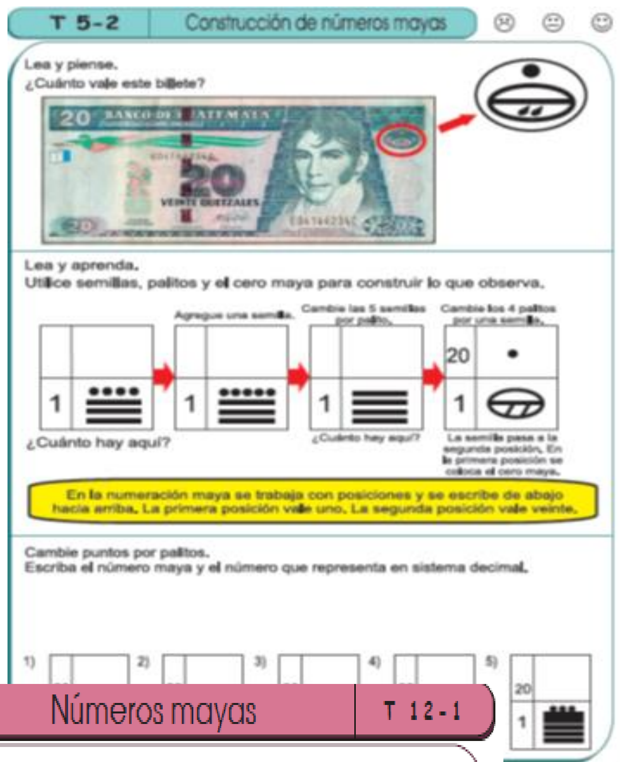
Número	Kaqchikel	Q´eqchi´	Achi	Nombre del otro idioma
•	Jun	Jun	Jun	
••	Ka´i´	Kiib´	Ka´iib´	
•••	Oxi´	Oxib´	Oxiib´	
••••	Kaji´	Kaahib´	Kajiib´	
—	Wo´o´	Oob´	Wo´oob´	
• —	Waqi´	Waqib´	Waqiib´	
•• —	Wuqu´	Wuqub´	Wuquub´	
••• —	Waqxaqi´	Waqxaqib´	Wajxaqiib´	
•••• —	B´eleje´	B´eljeeb´	B´elejeeb´	
— —	Lajuj	Lajeeb´	Lajuuj	
• — —	Julajuj	Junlaju	Junlajuuj	
•• — —	Kab´lajuj	Kab´laju	Kab´lajuuj	
••• — —	Oxlajuj	Oxlaju	Oxlajuuj	
•••• — —	Kajlajuj	Kaalaju	Kajlajuuj	
— — —	Wolajuj	O´laju	Wo´lajuuj	
• — — —	Waqlajuj	Qaqlaju	Waqlajuuj	
•• — — —	Wuqlajuj	Wuqlaju	Wuqlajuuj	
••• — — —	Waqxaqlajuj	Waqxaqlaju	Wajxaqlajuuj	
•••• — — —	B´elejlajuj	B´eleelaju	B´elejlajuuj	

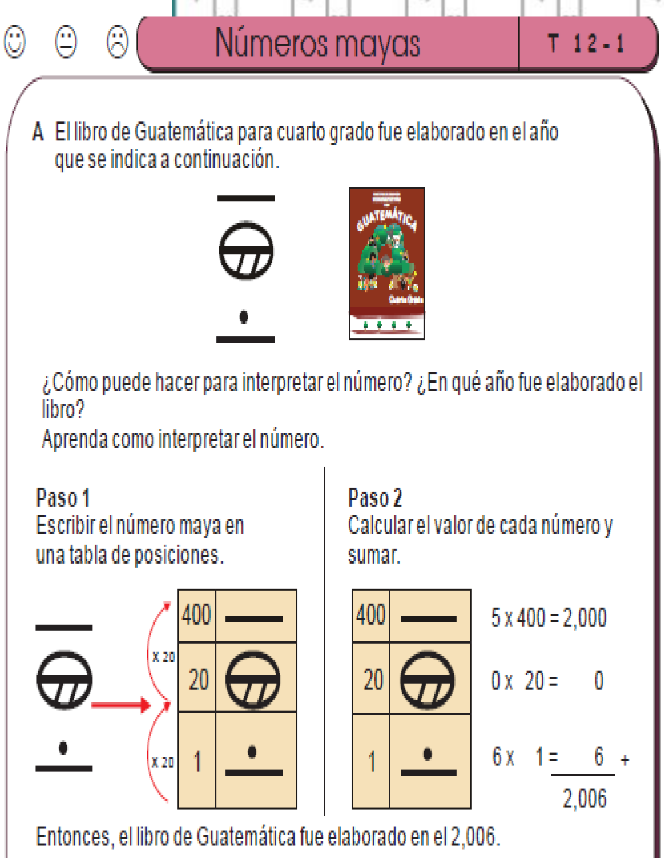
Para este grado se busca la comprensión de las reglas y fundamentos del sistema vigesimal, por lo que se trabaja como sistema posicional en sus unidades, reconociendo los números del 1 al 19, por lo que se desarrolla la primera posición y se enfatiza la comprensión y uso de la barra que equivale a de los cinco puntos que las reglas no permiten escribir.

Es importante que el estudiante contextualice el conteo en su propio idioma por lo que se presentan algunos ejemplos de la lectura de los números de la primera posición en algunos idiomas nacionales y se pretende que el docente repase en el idioma de cada lugar (Matemáticas 2º, 2012).

Tercer grado de educación primaria:

ISBN 978-84-945722-3-4





En este grado se enfatiza en el cambio de posición de la primera a la segunda, se construye la numeración hasta que la primera posición está completamente llena y surge la necesidad de subir a la siguiente, por lo tanto se estable una relación entre el valor absoluto y relativo de los números.

Se continúa la lectura de los números utilizando idiomas nacionales y se insta para determinar algunos patrones en la construcción del nombre del número.

La contextualización se hace utilizando la moneda nacional en este caso los billetes que tienen impresa la cantidad que representan en numeración Maya. (Matemáticas 3º, 2012).

Cuarto grado de educación primaria:

En este grado se agrega la tercera posición del sistema, por lo tanto las cantidades que se pueden representar son mayores. Se parte de una situación para abordar la temática.

Se inicia las operaciones de suma y resta con lo que se practica la descomposición de la barra para agrupar de nuevo y la escritura del nuevo número.

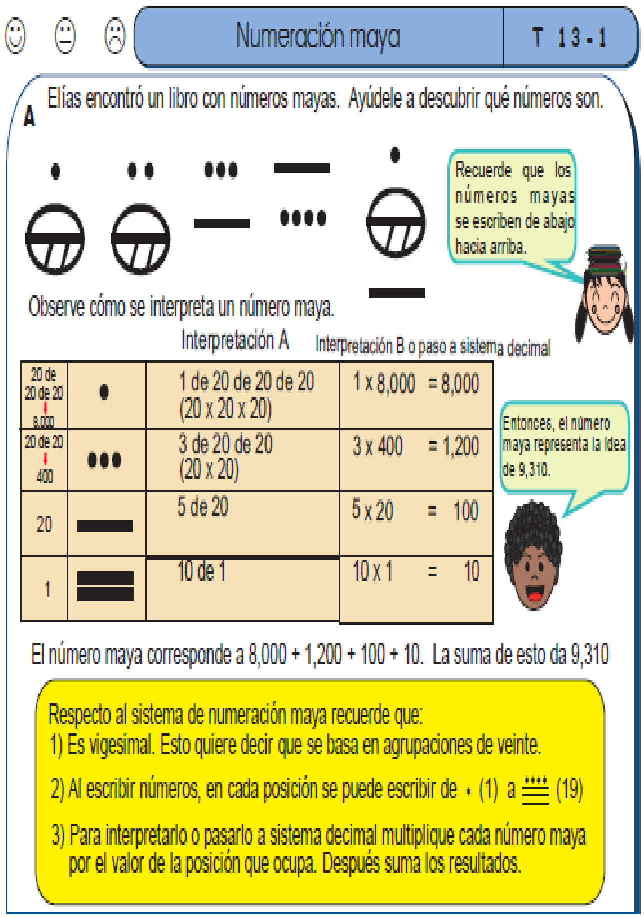
ISBN 978-84-945722-3-4

Se aborda el calendario Cholq'ij (sagrado) o cuenta corta.

Principalmente se utilizan la representación de 20 los días utilizados en este calendario y el reconocimiento de los glifos y nombres de cada uno. (Matemáticas 4º, 2012).

Quinto grado de educación primaria

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4



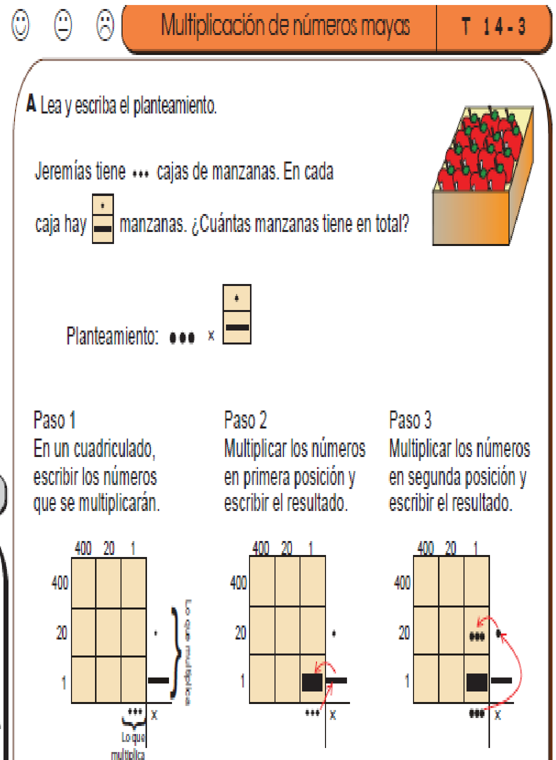
En este grado se trabaja la cuarta posición para la escritura de cantidades mayores, desde 8,000 hasta 160,000.

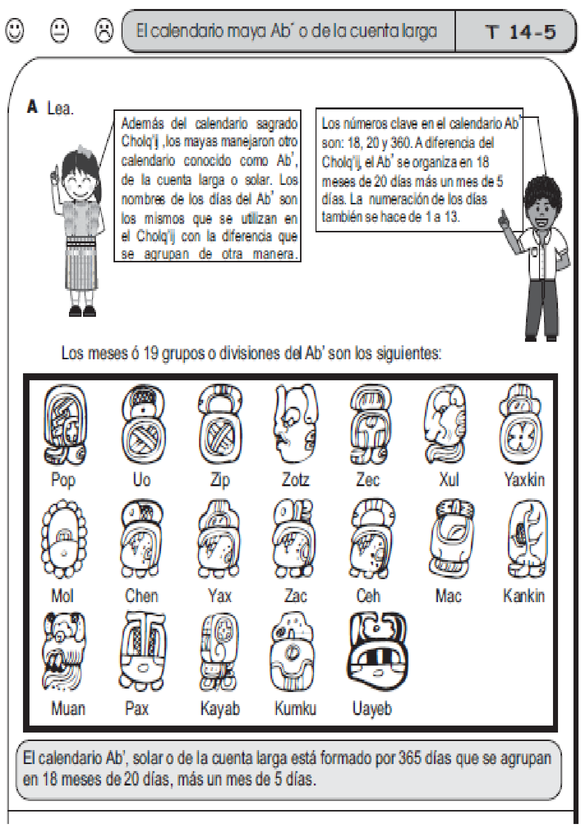
Se experimentan con estas cantidades las operaciones de suma y resta enfatizando en el procedimiento que se realiza al llevar (en el caso de la suma) y a prestar (en la resta). (Matemáticas 5º, 2012).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Sexto grado de educación primaria:

Las operaciones básicas se amplían en este grado, la multiplicación y división se trabajan a partir de algoritmos definidos para simplificar el proceso utilizando una cuadrícula para la fase semiconcreta del aprendizaje.





Se incluye el calendario Ab (calendario solar) o de la cuenta larga. Este presenta 19 agrupaciones que representan los meses del año, de estos 18 son de 20 días y uno es de 5 días, por lo que coincide con los 365 días del calendario gregoriano, más no con la organización de los meses.

Este abordaje de los temas en el libro de texto asegura desarrollar las destrezas que propone el Currículo Nacional, hasta cierto punto, de forma obligatoria. En las visitas de monitoreo en el aula que se han realizado, se ha observado que los docentes abordan estos temas, aunque no se ha podido observar al cien por ciento de los docentes, ni siquiera a una muestra representativa, por lo que no se puede generalizar, pero si se puede determinar que el

ISBN 978-84-945722-3-4

Ministerio de Educación ha tenido un avance significativo al incluir un componente de Etnomatemática en la educación primaria.

A partir de esta experiencia se está trabajando en el libro de texto para secundaria en el que se propone dar continuidad a esta temática que ya forma parte de un componente curricular.

Referencias bibliográficas

Guatemala, M. d. (2008). *Curriculum Nacional Base.* Guatemala.

Guatemala, M. d. (2012). *Matematica 1ro.* Guatemala: Serie GUATEMATICA.

Guatemala, M. d. (2012). *Matemática 2do.* Guatemala: Serie GUATEMATICA.

Guatemala, M. d. (2012). *Matemática 3ro.* Guatemala: Serie GUATEMATICA.

Guatemala, M. d. (2012). *Matemática 4to.* Guatemala: Serie GUATEMATICA.

Guatemala, M. d. (2012). *Matemática 5to.* Guatemala: Serie GUATEMATICA.

Guatemala, M. d. (2012). *Matemática 6to.* Guatemala: Serie GUATEMATICA.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-771

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO TRIGONOMÉTRICO EN LA TRANSICIÓN DE LA RAZÓN TRIGONOMÉTRICA A LA FUNCIÓN TRIGONOMÉTRICA

Olivia Alexandra Scholz Marbán – Gisela Montiel Espinosa
olivia.scholz@cinvestav.mx – gmontiele@cinvestav.mx
CINVESTAV-IPN México

Núcleo temático: Investigación en Educación Matemática
Modalidad: CB
Nivel educativo: Bachillerato
Palabras clave: Trigonometría, Socioepistemología, transición.

Resumo

En el marco de una investigación de doctorado se estudia el desarrollo del pensamiento trigonométrico en la transición de la razón trigonométrica a la función trigonométrica, en el nivel bachillerato. Reportamos aquí una síntesis de la revisión bibliográfica realizada, para situar nuestro planteamiento de investigación y delinear algunos elementos teóricos que nos permitan llevar a cabo el estudio.

En su mayoría, los resultados de investigación apuntan hacia dificultades y niveles de comprensión no deseados, vinculados a la falta de significado no sólo a las nociones trigonométricas, también a nociones previas necesarias y nociones que se articulan con ellas (por ejemplo: razón proporcional y función). Aquellos resultados con resultados positivos están cambiando lo que entienden por comprender las nociones trigonométricas y el tipo de actividades asociadas con su aprendizaje. En esta dirección estamos proponiendo nuestra investigación.

La revisión bibliográfica, además de reportar el estado actual de la investigación didáctica relacionada con la Trigonometría, permitió identificar elementos teóricos y metodológicos que nos permitirán, respectivamente, estudiar el pensamiento matemático relativo a las nociones trigonométricas y controlar variables en el diseño de instrumentos para la intervención didáctica, en tanto proponemos una investigación basada en el diseño.

Introducción

El estudio de la Trigonometría desde las razones trigonométricas a las funciones trigonométricas, transitando por las identidades y leyes trigonométricas; se ubica en el Nivel Medio Superior (NMS) del Sistema Educativo Mexicano, en el que se atienden, regularmente, estudiantes entre 15 y 18 años.

Desde una perspectiva del desarrollo del pensamiento matemático asociado a estos contenidos escolares, se puede identificar el reto de ir desde un pensamiento geométrico (para trabajar con la razón trigonométrica, en el triángulo rectángulo) a un pensamiento variacional

ISBN 978-84-945722-3-4

(para trabajar con la función trigonométrica, en el círculo unitario), con la complejidad que implica cada uno y la transición de uno a otro. Sin embargo, las investigaciones de Montiel (Montiel y Jácome, 2014; Beltrán y Montiel, 2016; Buendía y Montiel, 2011) han dado evidencia sobre la falta de significados geométrico y variacional que provoca el discurso trigonométrico escolar, aun en los estudiantes y profesores que dominan los conceptos de razón y función trigonométricas; en tanto el significado lo asocian a la actividad matemática y ésta favorece algoritmos aritméticos y dibujos de referencia (en contraste con la construcción geométrica y el análisis de datos y relaciones). Con el objetivo de devolver a la actividad trigonométrica sus componentes geométricos, se iniciaron proyectos de rediseño del discurso matemático escolar con investigaciones basadas en diseño, donde estudiar el desarrollo del pensamiento trigonométrico en un sentido amplio, es decir, más allá del dominio de técnicas y algoritmos.

Sobre el pensamiento trigonométrico en un contexto geométrico, se llevó a cabo una investigación basada en diseño (Scholz, 2014) que nos permitió identificar, en un proceso de resignificación de la razón trigonométrica, las herramientas, los razonamientos y el lenguaje que emergen en el contexto geométrico; que ahora servirán de base para centrar la atención en la transición a lo variacional.

Presentamos, en este documento, una síntesis de la revisión bibliográfica que nos permita situar nuestro proyecto de investigación y dirigir su aportación en la Matemática Educativa, desde una teoría que atiende al estudio del desarrollo del pensamiento matemático.

Revisión bibliográfica

Hemos localizado diversos estudios que detectan y reportan las dificultades que presentan tanto estudiantes como profesores respecto a los temas de Trigonometría que se estudian en el NMS. Los estudios se enfocan en alguno de los dos grandes temas: razones trigonométricas o funciones trigonométricas, hasta ahora no se han encontrado estudios que atiendan el tránsito de uno a otro, aunque algunos aportan al planteamiento de nuestro problema de investigación.

Organizamos la revisión en dos grandes bloques, asociados a uno de los temas (razón o función), y en cada uno se desarrolla la revisión en orden cronológico, haciendo notar una cierta evolución de la disciplina y sus objetos de estudio: énfasis en la cognición (dificultades

ISBN 978-84-945722-3-4

de aprendizaje y comprensión alcanzada); énfasis en la didáctica (estrategias de enseñanza), énfasis en el razonamiento y pensamiento matemático.

Investigaciones relativas a la razón trigonométrica

Dificultades y comprensión

Encontramos en (Blackett y Tall, 1991) un estudio donde se reconocen las dificultades que encuentra el estudiante al conceptualizar las relaciones y propiedades en el triángulo rectángulo cuando éste cambia de tamaño en dos formas diferentes: cuando un ángulo agudo en el triángulo se incrementa y se mantiene fija la hipotenusa, y cuando los ángulos se mantienen constantes, pero se amplía la hipotenusa en un factor dado. En este estudio se destaca el rol de la visualización y manipulación a través de una herramienta de geometría dinámica.

De Kee, Mura y Dionne (1996) estudian los niveles de comprensión que han alcanzado los estudiantes, posterior a la instrucción mediante dos métodos: triángulo rectángulo y círculo trigonométrico. Comparando el desempeño de los estudiantes en ambos contextos era mejor en el del triángulo rectángulo. Observaron poca comprensión de la función circular y su papel en la definición de las funciones trigonométricas. Dentro de sus resultados, reportaron algunas formas en las que los estudiantes usan y caracterizan las herramientas trigonométricas, por ejemplo: no hacen distinción clara entre razón y función; la razón trigonométrica la consideran como un procedimiento que consiste en dividir una entre otra las longitudes de dos lados del triángulo rectángulo, que incluso algunos lo aplican a triángulos que no son rectángulos o ángulos que no son agudos; para algunos estudiantes el lado más largo de cualquier triángulo es la hipotenusa; en el círculo trigonométrico, aplican el seno y el coseno a sus coordenadas y no establecen relación con el ángulo central; describen las gráficas de las funciones seno y coseno como curvas o de aspecto ondulado.

También en un estudio sobre la comprensión Araya Chacón, Monge Sánchez y Morales Quirós (2007), ubican a su población en niveles bajo o básico y reportan dificultades en la interpretación de los enunciados cuando se le plantea un problema escrito para hacer su dibujo y colocar los datos de la situación presentada, en el empleo erróneo de ciertas fórmulas y en el uso de algunos procedimientos algebraicos (despeje de la incógnita cuando ésta se

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

encuentra en el denominador de uno de los miembros de la ecuación), ciertos conceptos geométricos como la semejanza y las relaciones entre los lados del triángulo rectángulo.

Estrategias de enseñanza

El estudio de Kendal y Stacey (1998), compara los métodos de enseñanza del triángulo rectángulo y círculo unitario para ver cuál promueve una mejor comprensión de los conceptos subyacentes y dominio de las habilidades. Sus resultados se basaron en: la capacidad para formular y trasponer la ecuación, mejoras en la actitud y mejora en la resolución de ecuaciones algebraicas. Los autores concluyen que el método del triángulo rectángulo es mejor para iniciar el estudio de la Trigonometría, aunque reflexionan que la definición de razones trigonométricas en el círculo unitario tiene ciertas ventajas, por ejemplo, es ideal para la extensión más allá del primer cuadrante.

Razonamiento y pensamiento matemático

La investigación reportada por Montiel y Jácome (2014) pone en evidencia que el dominio de la razón trigonométrica no implica un pensamiento trigonométrico, cuando se resuelve una tarea tradicional de cálculo de distancias inaccesibles. Los autores llevan a cabo un análisis del discurso matemático escolar, relativo a la razón trigonométrica, en los libros de texto; para documentar el fenómeno de *aritmetización trigonométrica*, y explicar el significado *lineal* que muestran los profesores sobre la relación ángulo - longitud de lado, y donde ubican *lo trigonométrico* del estudio del triángulo.

Investigaciones relativas a la función trigonométrica

Dificultades y comprensión

Weber (2005) desarrolla un estudio acerca de la comprensión de los estudiantes de las funciones trigonométricas, usando el concepto teórico de *procepto*. Tras la implementación de un diseño didáctico no tradicional, que incorpora algunas tareas de construcción geométrica, medición e identificación de relaciones, los estudiantes participantes logran establecer propiedades y justificarlas para trabajar con la función trigonométrica; lo que el autor reconoce como comprensión, a nivel procepto, de la función. Weber concluye que brindar a los estudiantes la oportunidad de aplicar y reflexionar los procesos geométricos utilizados en la evaluación de las operaciones trigonométricas, permite que entiendan estas

ISBN 978-84-945722-3-4

operaciones mejor que si se les enseña que éstas son meras razones que pueden aplicarse a triángulos rectángulos dados.

Estrategias de enseñanza

Ross, Bruce y Sibbald (2011) llevan a cabo un estudio para determinar si la tecnología tiene un mayor impacto en el logro y las actitudes de los estudiantes si se implementa antes o después de la enseñanza de un curso de trigonometría. El estudio encontró que los estudiantes que experimentaron la tecnología después de la enseñanza de los conceptos básicos de trigonometría tuvieron un mejor rendimiento en la resolución de ejercicios que los estudiantes que comenzaron con simulaciones apoyadas por la tecnología.

Un modelo de comprensión trigonométrica, integrado por tres contextos trigonométricos: la trigonometría triangular, la trigonometría circular y los gráficos de funciones trigonométricas; y basado en un análisis conceptual de las ideas matemáticas y entre los tres contextos de trigonometría; sirve a Demir (2013) como base para el diseño de un nuevo enfoque de instrucción de las funciones seno y coseno.

La idea básica en el nuevo enfoque es evitar una introducción temprana de los radianes como unidad de medida para el ángulo, a través del círculo unitario, y en su lugar utilizar el concepto de arco y longitud de arco para introducir el seno y el coseno como funciones reales.

Razonamiento y pensamiento matemático

Moore (2014) propone integrar el razonamiento cuantitativo y covariacional para apoyar el desarrollo de significados en los contextos del círculo y el triángulo, estudia cómo los significados de medida de ángulos, incluyendo el radio como unidad de medida desde el razonamiento cuantitativo, influyen en la construcción y significado de la función seno. El autor caracteriza las acciones mentales del razonamiento covariacional en términos de la función seno.

Por su parte y con base en el marco histórico en torno al trabajo de Euler con la función trigonométrica, Buendía y Montiel (2011) proponen una epistemología de prácticas para la función trigonométrica que se basa en dotarla de significado a partir de: un análisis variacional del movimiento oscilatorio, identificar una unidad mínima de análisis para caracterizar el comportamiento periódico, reconocer la característica acotada del comportamiento (para el caso del seno y el coseno) en relación a las condiciones de la

ISBN 978-84-945722-3-4

situación donde emerge la relación trigonométrica, y hacer uso de una unidad de medida congruente, en términos situacionales. Esta epistemología se utilizó para fundamentar y analizar una experiencia con estudiantes del nivel medio superior, donde se reportó lograr la modelación del movimiento de un péndulo a partir de la significación gráfica y experimental de los elementos expuestos (Beltrán y Montiel, 2016).

Planteamiento de investigación

La revisión bibliográfica realizada resalta la importancia de la actividad geométrica, la toma de datos, el análisis de comportamientos, la modelación, el uso de tecnología y la articulación coherente con diversas nociones matemáticas, para el aprendizaje y la comprensión de la Trigonometría. Esto, junto con las dificultades reportadas, cambian el enfoque del dominio de técnicas y algoritmos, a la construcción de significados; y en esa dirección reconocen lo que es propio del pensamiento matemático relativo a cada herramienta.

Nuestro estudio se ubica, entonces, en el tránsito de la razón trigonométrica a la función trigonométrica, para estudiar el desarrollo del pensamiento matemático que se da al transitar de un momento de construcción de significados a otro. Buscamos responder la pregunta: ¿qué condiciones instruccionales, didácticas y de socialización en el aula, hacen emerger las herramientas, los razonamientos y el lenguaje trigonométrico, en la transición de la razón a la función?

El objetivo del estudio es caracterizar el desarrollo del pensamiento trigonométrico, en su transición de lo geométrico a lo variacional, a través de un diseño instruccional fundamentado teóricamente en una perspectiva que atienda al desarrollo del pensamiento matemático.

Fundamentación

La investigación se enmarca en una perspectiva social, particular de una teoría que ha establecido como su objeto de estudio la construcción social y la difusión institucional del conocimiento matemático. La consideración social de la Teoría Socioepistemológica, se orienta al conocimiento matemático mismo; estableciendo en la base de sus objetos de estudio al conocimiento matemático en uso.

Nuestro objeto de estudio se centra en la construcción de significado mediante el uso (del conocimiento trigonométrico) y su proceso de significación progresiva, tanto en la resolución

ISBN 978-84-945722-3-4

de tareas como en la transición de una tarea a otra (de un contexto geométrico a un contexto variacional). Estos significados se asumen como constitutivos del pensamiento matemático que desarrolla el sujeto en interacción con su entorno, y se manifiestan en sus producciones, en su lenguaje, en sus gestos, entre otros.

Considerando resultados de investigaciones previas (Scholz, 2014; Beltrán y Montiel, 2016) se tiene contemplado integrar constructos teóricos como las aproximaciones e ideas básicas inherentes que propone Vohns (2006), a las que subyace la estructura geométrica; el razonamiento cuantitativo y covariacional, particular de la trigonometría, que propone Moore (2014); y, naturalmente, los planteamientos del pensamiento y lenguaje variacional (Cantoral, 2004; Caballero y Cantoral, 2013); para caracterizar los significados particulares construidos en cada contexto y su evolución en la transición de uno a otro.

Actualmente nos encontramos articulando estos elementos teóricos, pues serán la base para el diseño de la intervención didáctica, de donde obtener los datos para el estudio.

Referencias bibliográficas

Araya Chacón, A.M., Monge Sánchez A., y Morales Quirós, C. (2007). Comprensión de las razones trigonométricas: niveles de comprensión, indicadores y tareas para su análisis. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación, 7*(2), 1-31.

Beltrán, P. y Montiel, G. (2016). La modelación en el desarrollo del pensamiento funcional - trigonométrico en estudiantes mexicanas de nivel medio superior. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa 19*(3), 255-286. doi: 10.12802/relime.13.1931.

Blackett, N. y Tall, D. (1991). Gender and the versatile learning of trigonometry using computer software. *Proceedings of the 15th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* XV, Vol. 1, 144-152.

Buendía, G. y Montiel, G. (2011). From history to research in mathematics education: Socio-epistemological elements for trigonometric functions. Capítulo aceptado en V. Katz & C. Tzanakis (Eds.), *Recent developments on introducing a historical dimension in Mathematics Education.* Mathematical Association of America.

Caballero, M. y Cantoral, R. (2013). Una caracterización de los elementos del pensamiento y el lenguaje variacional. En R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana deMatemática Educativa, vol. 26*, pp. 1195-1203. México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. y Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Cantoral, R. (2004). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional. Una mirada socioepistemológica. *Actas Latinoamerica de Matemática Educativa. 17*, pp. 1-9. México D.F.: Clame.

ISBN 978-84-945722-3-4

De Kee, S., Mura, R., y Dionne, J. (1996). La compréhension des notions de sinus et de cosinus chez des élèves du secondaire. *For the Learning of Mathematics, 16*(2), 19-27.

Demir, O. y Heck, A. (2013). A new learning trajectory for trigonometric functions. *Proceedings of the eleventh International Conference on Technology in Mathemathics Teaching*, 119-124. Bari, Italy.

Kendal, M. y Stacey, K. (1998). Teaching Trigonometry. *Australian Mathematics Teacher*, *54*(1), 34-39.

Montiel, G. y Jácome, G. (2014). Significados trigonométricos en el profesor. *Boletim de Educação Matemática Bolema Bolema 28*(50), 1193-1216.

Moore, K. (2014). Quantitative Reasoning and the Sine Function: The Case of Zac. *Journal for Research in Mathematics Education, 45*(1), 102-138.

Ross, J. A., Bruce, C. D., y Sibbald, T. M. (2011). Sequencing computer-assisted learning of transformations of trigonometric functions. *Teaching mathematics and its applications, 30*(9), 120-137.

Scholz, O. (2014). *Construcción de significados para lo trigonométrico en el contexto geométrico del círculo*. Tesis de maestría no publicada, Instituto Politécnico Nacional, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada Unidad Legaria. México

Vohns, A. (2006). Reconstructing basic ideas in geometry an empirical approach. *ZDM, 38*(6), 498-504.

Weber, K. (2005). Students' understanding of trigonometric functions. *Mathematics Education Research Journal*, *17*(3), 91-112.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-773

APLICATIVOS EDUCATIVOS: UMA PONTE PARA APRENDIZAGEM DE CRIANÇAS COM NECESSIDADES ESPECIAIS

Edvanilson Santos de Oliveira – Abigail Fregni Lins
edvanilsom@gmail.com – bibilins@gmail.com
Faculdade SENAI - Paraíba – Brasil - Universidade Estadual da Paraíba – Brasil

Núcleo temático: Ensino e aprendizagem da matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Sem especificar
Palabras clave: Educação Matemática, Softwares Educativos, Educação Especial.

Resumo

Alunos com necessidades educativas especiais necessitam vivenciar processos de ensino e aprendizagem diferenciados. A Informática na Educação Especial favorece trabalhar na perspectiva do pensar e repensar a prática educativa, de modo a torná-la eficaz, promovendo uma ruptura de algumas práticas que concebem alunos como iguais e não como sujeitos socioculturais, com experiências e necessidades diversas. Este trabalho teve como princípio básico uma pesquisa realizada na APAE e no Instituto dos Cegos de Campina Grande-PB, onde selecionamos para análise, os aplicativos mais utilizados nas aulas de Matemática pelos professores, Os números das mimocas, MATVOX e o FINAVOX. Ao refletirmos sobre os recursos, potencialidades e limitações dos softwares na aprendizagem de conceitos matemáticos de crianças com necessidades educativas especiais nas áreas mental e visual, é possível perceber que a interação aluno-computador necessita da intervenção de um profissional que saiba o significado do processo de aprendizagem baseado na construção do conhecimento. Só assim poderá intervir apropriadamente de modo que auxilie o aluno de maneira efetiva. Portanto, trabalhar na perspectiva tecnológica permite ao aluno com necessidades especiais na área mental e visual produzir novas formas de construir o conhecimento, favorecendo a aprendizagem individual e coletiva, desenvolvendo assim a colaboração entre os educandos.

Introdução

A Educação Especial é, segundo Carvalho (1994), o processo de desenvolvimento global das potencialidades de pessoas com necessidades educativas especiais, de condutas típicas e de altas habilidades e que abrange os diferentes níveis e graus do sistema de ensino.

Com os avanços tecnológicos, recursos informatizados têm sido inseridos nas escolas, com o intuito de proporcionar condições significativas de aprendizagens. Para a educação

ISBN 978-84-945722-3-4

especial, tais recursos devem ter características específicas, que considerem a individualidade de cada educando, bem como auxiliar as pessoas com necessidades educativas especiais a desenvolver as suas habilidades ou potencial, visando a independência e o seu máximo funcionamento em todos os sentidos (Ardore, Regen e Hoffmann, 1990).

Apresentamos *Os números das mimocas*, aplicativo desenvolvido para mediar aprendizagem de crianças portadoras de trissomia XXI[13], e que na realidade perpassou o objetivo do seu desenvolvimento, sendo aplicado nas aulas de informática, bem como utilizado com crianças que apresentam outro tipo de patologia ou disfunção mental. Concernente aos educandos que apresentam necessidades educativas na área visual, o *DOSVOX*, sistema de apoio à pessoa com deficiência visual e tem fundamento o uso da síntese de voz, sendo um dos programas mais utilizados no dia a dia deste público alvo, no acesso a e-mail, arquivos, jogos, entre outros. Refletimos sobre o *MATVOX*, calculadora programável funcional a partir do editor de texto do sistema gratuito *DOSVOX*. O *MATVOX* surgiu em 2010 com o objetivo de proporcionar a seus usuários a implementação de algoritmos e cálculos matemáticos. Também discutimos sobre o *FINAVOX* de modo análogo ao *MATVOX*, roda no *DOSVOX*, porém suas aplicações encontram-se direcionadas especificamente à Matemática Financeira.

Os números das Mimocas

A partir da coleta dos dados constatamos que *Os números das Mimocas,* é um dos aplicativos mais utilizados na formação de competências pré-numéricas e numéricas em práticas educativas de crianças com necessidades especiais na área mental:

[13] Síndrome de Down ou Trissomia do cromossoma 21 é um distúrbio genético causado pela presença de um cromossomo 21 extra total ou parcialmente. Recebe o nome em homenagem a John Langdon Down, médico britânico que descreveu a síndrome em 1862. A sua causa genética foi descoberta em 1958 pelo professor Jérôme Lejeune, que descobriu uma cópia extra do cromossoma 21. É o distúrbio genético mais comum, estimado em 1 a cada 1000 nascimentos.(CONTEÚDO aberto. In: Wikipédia: Síndrome de Down. Disponível em: < http://pt.wikipedia.org/wiki/S%C3%ADndrome_de_Down > Acesso em: 7 mai 2013).

ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 1 - Exemplo de aplicação dos números das mimocas

A Associação Portuguesa de Portadores de Trissomia 21 (APPT21) e a Escola Superior de Gestão de Santarém (ESGS) desenvolveram, com o apoio do Secretariado Nacional para a Reabilitação e Integração das Pessoas com Deficiência, o respectivo aplicativo, que aliado à educação e ao entretenimento aumenta a motivação para a aprendizagem e é adequado a atividades de grupo em que participem crianças com patologia do desenvolvimento. *Os números das Mimocas* permite o desenvolvimento de competêcias matemáticas como vocabulário matemático, categorização, padrões, contagem sequencial, prinicipios matemáticos (cardinal, ordém estável, irrelevância de ordem, abstração, correspondência termo a termo), ordinalidade, contagem progressiva e regressiva, reconhecimento rápido de quantidade e número, adições e subtrações simples, permitindo ao professor uma avaliação formativa, propiciando uma maior participação via entusiasmo e tempo de atenção.

DOSVOX

De acordo com NCE UFRJ (2011), o *DOSVOX* é um sistema gratuito para microcomputadores da linha PC que interage com o usuário através de síntese de voz em português, sendo que a síntese de textos pode ser configurada para outros idiomas. Os requisitos mínimos para a execução são o sistema operacional *Windows* 95 ou superior e processador *Pentium* 133 ou equivalente, sendo possível executá-lo com menor velocidade em máquinas a partir de 486, e por fim, uma placa de som ou a disponibilidade de som on-board.

Em agosto de 1993, o aluno com deficiência visual Marcelo Luís Pimentel Pinheiro, da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) foi inscrito no curso de Computação Gráfica. O professor José Antonio dos Santos Borges deparou-se com um impasse: como poderia uma pessoa com deficiência visual fazer um curso em que as informações são visuais? Contudo, Marcelo queria fazer o curso. A partir desta relação, o professor José Antonio dos Santos Borges e outros colaboradores idealizaram o *DOSVOX*, que atualmente encontra-se na versão 4.1:

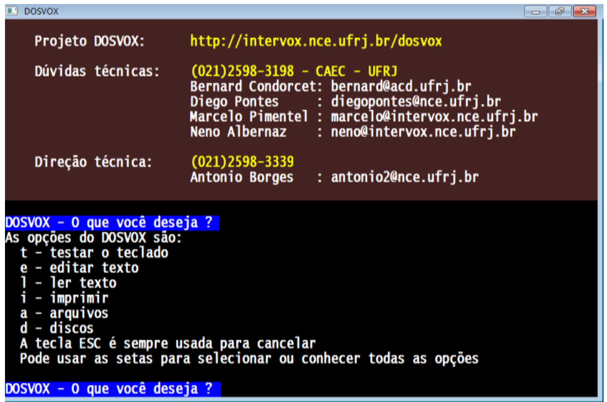


Figura 2 - Funções principais do DOSVOX

O *DOSVOX* estabelece comunicação com o usuário via programas específicos e interfaces adaptativas, diferenciando-se de muitos outros sistemas como apenas leitores de telas. A qualidade e facilidade de uso do *DOSVOX* contribuem para que o uso de computadores por pessoas com deficiência visual aumente, proporcionando-lhes ganhos na independência de estudo e de trabalho, além de incluí-las no contexto social. O fato do *DOSVOX* não ser apenas uma *casca de interface* colocada sobre os programas convencionais, ressalta seu poder como um ambiente operacional totalmente projetado com características de comunicação coerentes com as limitações da pessoa com deficiência visual. Utiliza-se o teclado para o acesso, e o sistema de seleção por menus conduz o usuário a uma operação com muito menos erros (Borges, 1996).

MATVOX

O aplicativo *MATVOX* é um interpretador avançado de algoritmos matemáticos que tem como público alvo pessoas com deficiência visual, a fim de proporcionar uma solução quanto ao acesso destas pessoas no desenvolvimento de trabalhos, pesquisas e aprendizado nas áreas das ciências exatas (Silveira, 2010).

O *MATVOX* foi criado em 2010 por Julian Sanmiguel em seu projeto de Mestrado orientado pelo Prof. Dr. Luiz César Martini da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação (FEEC) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).

O *MATVOX* foi projetado para interpretar algoritmos e cálculos matemáticos que o usuário produza no *EDIVOX*. Os processos de produção, manipulação e execução de algoritmos são facilitados para o usuário com deficiência visual, já que características e recursos de sínteses de voz do *DOSVOX* estão presentes, além de o *MATVOX* utilizar interfaces adaptativas. O *MATVOX* não faz uso de uma interface própria, exceto em relação aos menus interativos, que

ISBN 978-84-945722-3-4

estabelecem um dialogo interativo e amigável com o usuário. O aplicativo é gratuito, disponível na Internet, além de ter seu código de fonte aberto, o que facilita a implementação de melhorias, adaptações e desenvolvimento de novas aplicações.

O *MATVOX* é constituído de vários menus interativos. Estes permitem que o usuário interaja dinamicamente com a calculadora. Todas as funcionalidades da calculadora estão listadas nestes menus, sendo estes organizados em categorias como comandos, tipos de variáveis, funções gerais, funções trigonométricas, constantes, conversões, expressões do usuário, entre outros. O acesso a estes menus é dado via o comando CTRL + F10. A Figura 3 apresenta alguns menus do *MATVOX*:

Figura **3 -** Alguns menus interativos do *MATVOX*.

O usuário é beneficiado por estes menus durante parte do processo de criação dos algoritmos. Isto porque os menus vão orientando o usuário via mensagens sonoras, auxiliando na inserção de comandos e outras funções no algoritmo, poupando o usuário de um conhecimento profundo na linguagem definida pelo *MATVOX*, além de limitar grande parte da geração de erros de semântica e sintaxe na criação do algoritmo (Borges, 1996).

FINAVOX

A ideia deste projeto surgiu em 2011 devido às necessidades de pessoas deficientes visuais, envolvidas no entorno da matemática financeira. *FINANVOX* proporciona a execução de cálculos financeiros e estatísticos através de mecanismos sonoros, permitindo a inserção de dados no programa mediante o teclado do computador. Além disso, algumas funções gerais de calculadoras básicas também são oferecidas. A Calculadora Financeira *FINANVOX* cobre uma série de funções diretamente destinadas ao âmbito das finanças. Como exemplo, cálculos como juros simples e compostos, amortização, número de pagamentos ou períodos de capitalização, taxa de juros periódicos ou anuais, análise de fluxo de caixa descontado, pagamentos adiantados e depreciação. Também são permitidas execuções de funções de

ISBN 978-84-945722-3-4

cálculos estatísticos, como por exemplo, acumulação de estatísticas, média aritmética, desvio padrão, estimação linear, média ponderada e coeficiente de correlação.

A construção da ferramenta *FINANVOX* se encontra baseada no funcionamento geral da calculadora HP12C. O novo aplicativo matemático é acoplado ao sistema *DOSVOX*, fazendo uso de todas as ferramentas disponíveis no sistema:

- **Sintetizador de voz:** encarregado da reprodução dinâmica de mensagens. Por exemplo, é utilizado pelo aplicativo, apresentando de forma sonora os resultados obtidos em uma operação matemática;
- **Ingresso de dados:** etapa onde o usuário insere todos os dados para o desenvolvimento das operações. A inserção dos dados é feita via teclado do computador, do mesmo modo que todas as instruções para o desenvolvimento de exercícios matemáticos;
- **Etapa de Áudio:** esta etapa é encarregada da reprodução sonora das mensagens pré-gravadas que se encontram armazenados no sistema. Por exemplo, no momento de inserir alguma função, esta não mudará sua mensagem de reprodução:

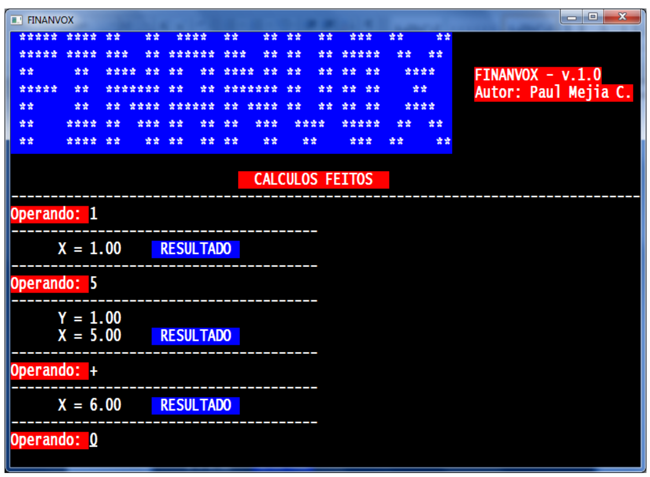


Figura 4 - Exemplo de inserção de dados no *FINAVOX*

Considerações Finais

Sabendo que a escola não pode deixar de incorporar as novas transformações, cabe ao educador a responsabilidade de buscar e intervir para sistematizar as diversas ferramentas disponíveis, integrando-as como recurso pedagógico a fim de criar condições cabíveis de aprendizagem.

Por esta razão, deverá ter claro qual o paradigma implícito em sua proposta de utilização do computador para então definir sua prática. Se seu olhar está voltado a possibilitar uma

ISBN 978-84-945722-3-4

interação do aluno com recursos tecnológicos, visando preparar o aluno para o futuro mercado de trabalho, a importância será dada apenas aos conceitos de informática, sem a preocupação de interatividade com a proposta pedagógica da escola.

A interação aluno-computador necessita da intervenção de um profissional que saiba o significado do processo de aprendizagem baseado na construção do conhecimento. Só assim poderá intervir apropriadamente de modo que auxilie o aluno de maneira efetiva.

Portanto, trabalhar na perspectiva tecnológica permite ao aluno com necessidades especiais na área mental e visual produzir novas formas de construir o conhecimento, favorecendo a aprendizagem individual e coletiva, desenvolvendo assim a colaboração entre os educandos.

Neste contexto o professor deverá evidenciar via utilização de aplicativos educacionais em estudo, intervenções pedagógicas que contribuam para a efetivação do processo de ensino e aprendizagem visando a construção integrada do conhecimento, desenvolvendo no aluno o pensamento lógico e o espírito investigativo, que servirão para compreender e transformar sua realidade. Assim, acreditamos que o aluno, frente aos recursos que a tecnologia oferece, descobrirá formas de adequar a busca de informações com a construção de seu conhecimento, estimulando o desenvolvimento de habilidades e valores que contribuirão na sua formação como sujeito histórico-social e cultural.

Referências bibliográficas

Ardore, M.; Regen, M.; Hoffmann, V. M. B. (1990). *Eu tenho um irmão deficiente... vamos conversar sobre isso?* São Paulo: APAE : Paulinas.

Borges, J. A. (1996). *Ampliadores de tela de computador: uma visão geral.* Revista Benjamin Constant. Rio de Janeiro, n.8, dez. [não paginado]. http://200.156.28.7/Nucleus/media/common/Nossos_Meios_RBC_RevDez1997_Artigo3.doc Consultado 20/03/2017.

Carvalho, R. E. (1994). A política da educação especial no Brasil. In: BRASIL. Secretaria de Educação Especial. *Tendências e desafios da educação especial*. Brasília: Secretaria de Educação Especial.

ISBN 978-84-945722-3-4

Silveira, H. M. & Martini, L. C.(2010). *MATVOX: um aplicativo para deficientes visuais que proporciona a implementação de algoritmos e cálculos matemáticos em um editor de texto.* XXI Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. João Pessoa - PB.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-775

ENSINO EXPLORATÓRIO DE MATEMÁTICA: UMA DISCUSSÃO SOBRE TAREFAS E A DINÂMICA DA AULA

Celine Maria Paulek – Everton José Goldoni Estevam
celemaria03@yahoo.com.br – evertonjgestevam@gmail.com
Universidade Estadual do Paraná – UNESPAR, Brasil

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos
Modalidad: Comunicación Breve
Nivel: Formación y Actualización Docente
Palabras clave: Ensino Exploratório, Tarefas Matemáticas, Dinâmica de aula

Resumo
O Ensino Exploratório de Matemática (EEM) admite como dimensões fundamentais o inquiry, *a colaboração, a comunicação e a reflexão, as quais devem ser encorajadas pelas tarefas e dinâmica que sustentam aulas nessa perspectiva. No presente trabalho nos propomos a problematizar aspectos fundamentais que necessitam ser considerados quando se intenta essas aulas, buscando responder às questões: Que atributos das tarefas propiciam aprendizagem exploratória da matemática? Que aspectos da dinâmica da aula colaboram para isso? Trata-se de uma pesquisa da própria prática, a partir da experiência de dois professores-pesquisadores que, associados a um grupo de estudos e investigação, elaboraram e implementaram três tarefas matemáticas em turmas de primeiro e segundo anos de um curso de Licenciatura em Matemática. Os resultados sugerem uma lista de aspectos que necessitam ser considerados ao elaborar/adaptar/selecionar tarefas matemáticas, com vistas à aprendizagem exploratória, bem como quando se orquestra aulas nessa perspectiva. Estes constituem aspectos-chave para mobilização das quatro dimensões que fundamentam o EEM.*

Introdução

A abordagem exploratória constitui uma perspectiva que, situada em uma compreensão alargada de *inquiry-based teaching* (Cyrino, 2016), se contrapõe ao modelo de transmissão de conhecimento/informação, associado a práticas expositivas e diretivas (Ponte, 2005). Ela coloca os alunos no centro do processo didático, no qual, a partir de tarefas desafiadoras e com ações consonantes do professor, estes são conduzidos a comunicar suas ideias e (in)compreensões, questionar ideias de outros, refletir sobre a necessidade ou vantagem de determinadas ideias ou estratégias de resolução, em uma dimensão colaborativa de aprendizagem (Chapman & Heater, 2010).

ISBN 978-84-945722-3-4

Nesse sentido, pesquisas realizadas apontam, dentre diversas questões, as tarefas matemáticas e a dinâmica da aula como aspectos complexos e desafiadores a este contexto de prática (Canavarro, 2011; Cyrino, 2016; Ponte, 2005; 2014). No presente trabalho nos propomos a problematizar, a partir da experiência de professores-pesquisadores de uma universidade brasileira, aspectos fundamentais que necessitam ser pensados quando se elabora/adapta/seleciona tarefas para subsidiar aulas na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática (EEM), em associação à dinâmica da aula, orientados pelas seguintes questões: Que atributos das tarefas propiciam aprendizagem exploratória da matemática? Que aspectos da dinâmica da aula colaboram para isso?

As tarefas e a dinâmica da aula no Ensino Exploratório de Matemática

Ao admitir que a aprendizagem decorre do trabalho que os alunos realizam a partir do engajamento em tarefas desafiadoras, para as quais não possuem um método imediato de resolução (Canavarro, 2011), o EEM sublinha as características das tarefas que subsidiam essas aulas como meio de promoção da participação individual e coletiva do aluno numa atividade de inquirição (Cyrino, 2016), valorizando a "(re)descoberta pelos alunos de métodos próprios para resolver uma questão" (Ponte, 2014, p. 21), e ressalta que isso constitui uma forma profícua de aprender. O termo "tarefa" aqui é assumido como propostas de trabalho que "fornecem os contextos intelectuais para o desenvolvimento matemático dos alunos" (NCTM, 1994, p. 20), sem necessariamente apresentar diretamente os conceitos e procedimentos matemáticos (Ponte, 2014).

De acordo com Ponte (2005), as tarefas utilizadas no EEM podem caracterizar problemas, investigações ou explorações. Contudo, independente de classificação, é essencial partir de uma situação desafiadora (Canavarro, 2011) e que tenha potencial para envolver os alunos em um trabalho que desencadeie formas complexas de pensamento (Ponte, 2005; 2014). A intencionalidade da tarefa é outro aspecto salientado porque, ao provocar a emergência de diferentes estratégias e representações, com diferentes níveis de sofisticação matemática, ela permite que o aluno se apoie na sua experiência anterior para elaboração do processo de resolução (Ponte, 2014). Do mesmo modo, possibilita a comparação da eficiência e adequabilidade dessas estratégias como meio para (re)solução da situação em causa, ou

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

ampliação para outras semelhantes ou relacionadas já que "representações distintas focam, geralmente, aspectos diferentes de relações e conceitos complexos" (NCTM, 1994, p. 77). Contudo, considerando que a aprendizagem resulta da atividade desenvolvida a partir daquilo que é proposto, não das tarefas em si, a dinâmica da aula é essencial para a efetividade das atividades emergentes dessas tarefas. Nesse sentido, as aulas em fases parecem constituir boas oportunidades, às quais são associadas práticas componentes da ação do professor, destacadas por Stein et al. (2008). Tratam-se de quatro fases: i) proposição e apresentação da tarefa, apoiada na prática de propor a tarefa aos alunos; ii) desenvolvimento da tarefa, associada à prática de monitorar a resolução dos alunos, apoiá-los e identificar resoluções interessantes para discussão com toda a turma; iii) discussão coletiva da tarefa, relacionada à apresentação das resoluções selecionadas, contraposição de diferentes ideias e estratégias, bem como discussão de suas potencialidades e limitações; e iv) sistematização das aprendizagens, com a formalização das ideias discutidas no decorrer da aula, aproximando-as daquelas prescritas nos currículos. Salienta-se ainda que a efetivação dessas práticas demanda a "antecipação" de ações de professor e alunos no desenvolver das atividades previstas para a aula, uma parte essencial do planejamento (Stein et al., 2008; Canavarro, 2011).

Aspectos metodológicos e contextuais da pesquisa

A pesquisa desenvolveu-se a partir da prática de dois professores-pesquisadores associados a um grupo de estudos e investigação, no processo de elaboração de duas tarefas matemáticas e das análises das atividades desencadeadas por essas tarefas. Trata-se de uma pesquisa da própria prática, que segundo Cochran-Smith e Lytle (1999) referidas por Lima e Nacarato (2009, p. 246) consiste em "um estudo sistemático e intencionado dos professores sobre seu próprio trabalho na sala de aula e na escola", compreendendo sistemático como organizado e com registros das ações, e intencionado como uma atividade previamente planejada para alcançar determinado(s) objetivo(s). As autoras apontam ainda para a essencialidade da participação do pesquisador da própria prática em espaços de compartilhamento de ideias e saberes, onde será possível reelaborar conceitos e construir novas aprendizagens. As tarefas foram desenvolvidas de acordo com as quatro fases do EEM (inicialmente em trios e posteriormente com discussão e sistematização com toda a turma) nas disciplinas de

ISBN 978-84-945722-3-4

Instrumentalização para o Ensino de Matemática, que têm como objetivos mobilizar no início do curso de licenciatura em Matemática ideias e raciocínios envolvidos no ensino de diferentes conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental e Médio, com vistas à sua compreensão e aplicação, priorizando a perspectiva exploratória. As tarefas discutidas neste artigo (ver Anexo) foram elaboradas pelos professores-pesquisadores buscando potencializar a atividade dos alunos durante as aulas em consonância com o EEM.

Como instrumentos de coleta de dados da pesquisa, recorremos ao caderno de campo dos professores, com registros da trajetória de elaboração das tarefas e seu desenvolvimento em sala de aula, bem como aos relatórios escritos dos alunos.

Resultados e Discussões

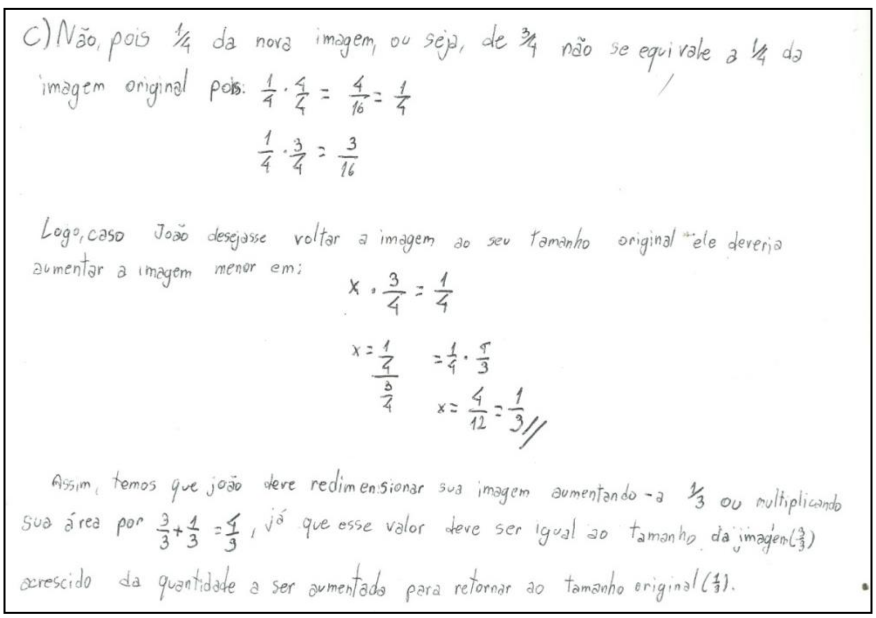
A “Tarefa: Fotografia” visa à compreensão de fração como operador. Para tanto, lidar com aspectos do raciocínio proporcional é fundamental para que se perceba que, neste caso, a fração como parte-todo não faz sentido. A tarefa está estruturada em três itens encadeados que intencionalmente chamam a atenção para ideias-chave relacionadas ao objetivo da tarefa: i) a importância do “todo” considerado quando se trabalho com frações (item a); ii) compreensão de relações proporcionais e não proporcionais entre medidas e diferentes grandezas (item b); e iii) pensar por que a ideia de parte-todo não faz sentido na situação a ser resolvida (item c).

Cabe salientar que a tarefa envolve um contexto real associado à ampliação e redução de fotografias com a utilização de recurso digitais, algo habitual para os alunos que pode contribuir para seu engajamento na tarefa. Do mesmo modo, o encadeamento das ideias que permeiam cada item foi pensando numa perspectiva indutiva, que conduz o aluno à percepção de ideias e conceitos fundamentais para o objetivo em causa. Por outro lado, as questões provocam os alunos a pensar sobre determinados aspectos possivelmente não cuidados inicialmente, cuja percepção, compreensão, justificação e articulação demandam a (re)elaboração de significados. Nesse sentido, tanto a tarefa (proposta inicial) quanto as interações dialógicas professor-aluno e aluno-aluno, buscam oferecer suportes e promover atitude inquiridora com vistas ao estabelecimento de relações entre diferentes ideias e conhecimentos anteriores. Estes funcionam como alavanca para a elaboração de estratégias

ISBN 978-84-945722-3-4

e, por conseguinte, compreensão das ideias em causa na elaboração de um todo que articula formas complexas de pensamento, conceitos e ideias matemáticas.

Como possíveis estratégias de resolução, a tarefa permite a recorrência a diferentes ideias e registros para justificar e explicar os raciocínios empregados. Desenhos (para representar os tamanhos da(s) fotografia(s)), operações aritméticas (tentativa e erro, por exemplo) ou algébricas (a partir do raciocínio proporcional empregado em expressões) constituem diferentes possibilidades de resolução, com diferentes níveis de complexidade matemática, cuja contraposição e articulação podem colaborar para a compreensão da fração como operador. Cabe salientar que a recorrência a expressões como “explique o raciocínio” e “como se deve proceder” denotam um cuidado em priorizar os processos de resolução, em detrimento da solução final. Essa característica, ao mesmo tempo em que fomenta a emergência de estratégias e registros diversos nas resoluções dos alunos, provoca-os a elaborar explicações e justificações para os raciocínios empregados, os quais tornam acessíveis ao professor suas compreensões e incompreensões acerca das ideias, conceitos e procedimentos em causa (Figura 1).


c) Não, pois 1/4 da nova imagem, ou seja, de 3/4 não se equivale a 1/4 da imagem original pois: $\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{4}=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

$\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{16}$

Logo, caso João desejasse voltar a imagem ao seu tamanho original ele deveria aumentar a imagem menor em: $x\cdot\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

$x=\frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}}=\frac{1}{4}\cdot\frac{4}{3}$

$x=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

Assim, temos que joão deve redimensionar sua imagem aumentando-a 1/3 ou multiplicando sua área por $\frac{3}{3}+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$, já que esse valor deve ser igual ao tamanho da imagem ($\frac{3}{3}$) acrescido da quantidade a ser aumentado para retornar ao tamanho original ($\frac{4}{3}$).

Figura 9: Resolução de um dos grupos de alunos ao item “c” da Tarefa: "Fotografia.

Contudo, no momento de resolução da tarefa, diversos grupos de alunos, apesar de aparentemente compreender o princípio de proporcionalidade envolvido, denotaram dificuldade de relacionar as grandezas “medidas dos lados” e “áreas” das figuras,

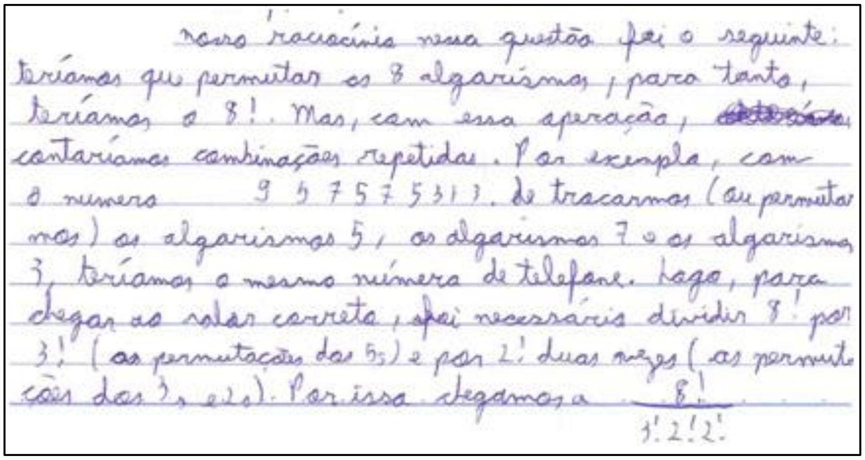
VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

argumentando, por exemplo, no item b que uma possibilidade de tamanho para a fotografia seria 12x12cm, já que uma imagem com essas medidas resultaria uma área de 144cm². Mesmo com questionamentos do professor e de colegas (discussão coletiva), esses alunos demonstravam dificuldade em perceber o equívoco. Uma estratégia encontrada pelo professor foi projetar uma foto retangular no *software* GeoGebra associada a controles deslizantes relacionados às suas medidas (lados e área), cuja manipulação evidenciou em que circunstâncias a(s) imagem(ns) era(m) proporcionais.

A tarefa "Telefone Celular", por sua vez, tem como objetivo o desenvolvimento de conhecimentos de combinatória com repetição. Ela foi pensada após a resolução de outra tarefa, na qual foi abordada a combinatória simples, em que os alunos foram instigados a diferenciar permutações, arranjos e combinações. O contexto da tarefa envolve a inclusão do nono dígito nos números de telefone celular, e as questões versam sobre a quantidade de números de celular que podemos obter considerando algumas condições. Assim, a tarefa refere um contexto real. As três questões que compõe a tarefa estão intencionalmente encadeadas, de acordo com o(s) objetivo(s): a primeira envolve arranjo com repetição; a segunda solicita a quantidade de subconjuntos formados respeitando certas condições, o que envolve permutação com repetição; e na terceira, os alunos são convidados a pensar/elaborar uma questão que envolva combinação com repetição. Essa última questão permite uma avaliação do desenvolvimento dos alunos, visto que eles precisam perceber que neste contexto a combinação não faz sentido (números de telefone precisam ser ordenados) e justificar por que as questões anteriores não configuram casos de combinação. O encadeamento das ideias que permeiam cada item da tarefa foi pensado, portanto, também numa perspectiva indutiva.

A tarefa possibilita que os alunos a resolvam de várias formas, uma vez que seu(s) enunciado(s) não indica(m) modos de resolução, o que a caracteriza como aberta, mas ao alcance dos alunos. As estratégias de resolução que podem emergir nesta tarefa envolvem a representação da árvore de possibilidades, estimativas aritméticas e representações algébricas. Assim os alunos podem, a partir de seus conhecimentos anteriores, analisar as condicionantes da situação e relacioná-las aritmeticamente – as permutações que representam uma mesma possibilidade (Figura 2).

ISBN 978-84-945722-3-4



Nosso raciocínio nessa questão foi o seguinte: teríamos que permutar os 8 algarismos, para tanto, teríamos o 8!. Mas, com essa operação, contaríamos combinações repetidas. Por exemplo, com o numero 9 5 7 5 7 5 3 1 3. Se trocarmos (ou permutarmos) os algarismos 5, os algarismos 7 e os algarismos 3, teríamos o mesmo número de telefone. Logo, para chegar ao valor correto, foi necessário dividir 8! por 3! (as permutações dos 5s) e por 2! duas vezes (as permutações dos 3s e 7s). Por isso chegamos a $\frac{8!}{3!2!2!}$

Figura 10: Resolução de um dos grupos de alunos ao item 2 da Tarefa: "Telefone Celular”.

Para potencializar a busca por justificativas e explicações, em cada item da tarefa é solicitado aos alunos que expliquem seu raciocínio e/ou justifiquem suas afirmações. Dessa forma, valoriza-se o desenvolvimento da resolução proposta pelo aluno e não o seu produto final, priorizando os raciocínios e as estratégias empregadas.

Essa constante busca por explicações é promovida também pela ação do professor (especialmente, nas fases de desenvolvimento e discussão coletiva), que busca instigar os alunos a questionar o que estão fazendo e a colaborar uns com os outros, interpondo e defendendo suas ideias, bem como ouvindo e tentando compreender o(s) outro(s). Isso favorece a identificação e o estabelecimento de relações que os auxiliam no processo de resolução. O professor, portanto, assume papel essencial na aula de incentivar, inquirir e apoiar os alunos na busca por resoluções que promovam a (re)elaboração de conhecimentos. A ação do professor ao “ilustrar” os raciocínios empregados indevidamente na tarefa “Fotografia” recorrendo ao GeoGebra, por exemplo, ilustra outra ação semelhante com vistas ao reconhecimento de equívocos relacionados ao raciocínio proporcional, evidenciando a importância da ação do professor nessa prática.

É importante ainda salientar a relação entre a particularidade da situação envolvida na(s) tarefa(s) e a dimensão generalizante da(s) aprendizagem(ns) objetivada(s). É possível que os alunos, baseando-se em conhecimentos anteriores – fração como parte-todo e combinatório sem repetição – e a partir das intervenções feitas pelo professor, resolvam a(s) questão(ões) de forma restrita ao contexto da tarefa. Podem ainda apresentar procedimentos generalizantes restritos a fórmulas previamente conhecidas, sem evidências de compreensão ou

ISBN 978-84-945722-3-4

justificativas. Contudo, deve-se ter em conta que a dinâmica empregada (envolvendo a tarefa e as interações professor-aluno e aluno-aluno) pressupõe a aprendizagem a partir do trabalho que os alunos realizam no contexto particular da situação apresentada, cuja contraposição de ideias e estratégias e o estabelecimento de relações e distinções deve criar condições para a generalização das ideias, conceitos e procedimentos em causa. Isso sublinha a dimensão complexa desse tipo de prática e, especialmente, a relevância da fase de sistematização das aprendizagens como espaço privilegiado de (re)elaboração de conhecimento(s), suportado pelas demais fases da aula. Os erros emergentes nos últimos itens das tarefas, por exemplo, oferecem indícios das relações (não) estabelecidas entre situações particulares da tarefa e dimensões gerais das ideias em causa. As justificativas apresentadas para concordar com a afirmação de João ("Fotografia") evidenciam a (in)compreensão do raciocínio proporcional necessário para a significação da fração como operador e superação da ideia restrita à parte-todo. Do mesmo modo, a (possível) situação apresentada pelos alunos como um caso de combinação com repetição ("Telefone Celular") sugere tanto confusões na utilização deste conceito no processo de resolução de outras questões (por exemplo, entre a posição do algarismo no número e as restrições na quantidade de possibilidades – item 2) quanto entre arranjo e combinação. Essas confusões mostram-se comuns entre os alunos e pouco acessíveis ou inteligíveis em práticas tradicionais pautadas em exercícios de aplicação.

Conclusões

As análises realizadas sugerem uma lista de aspectos que necessitam ser considerados ao elaborar/adaptar/selecionar tarefas matemáticas e na condução de aulas no EEM.

Quanto às tarefas, os resultados evidenciam a importância de contextos significativos aos alunos, cuja estrutura de itens que a compõem, encadeados intencionalmente, devem priorizar o raciocínio indutivo e possibilitar a mobilização de formas de pensamento com diferentes níveis de complexidade – apoiadas em desenhos, na aritmética e na álgebra, por exemplo. Dessa forma, é preciso que a tarefa deixe para os alunos parte importante do trabalho de exploração e elaboração do conhecimento, de forma a configurar, em alguma medida, um desafio e instigar seu engajamento na resolução. É esperado, portanto, algum nível de abertura que favoreça o emprego de estratégias e registros de resolução diversos, com diferentes níveis de sofisticação matemática. Contudo, é essencial destacar que a tarefa

ISBN 978-84-945722-3-4

por si não garante a efetivação da atividade matemática intentada. A ação do professor é fundamental, tanto no que se refere à provocação para justificações, clarificações e ampliações de ideias, quanto para a colaboração e negociação de significados nos processos de estabelecimento de estratégias resolutivas e generalização de ideias, procedimentos e conceitos.

Esses aspectos circunstanciam, portanto, alguns atributos das tarefas que precisam ser considerados na fase de "antecipar" e monitorados no decorrer da aula, ao mesmo tempo em que evidenciam aspectos essenciais da prática do professor quando orquestra aulas na perspectiva exploratória.

Referências

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática, 115*, 11-17.

Chapman, O., & Heater, B. (2010). Understanding change through a high school mathematics teacher's journey to inquiry-based teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education 13*(6), 445-458.

Cyrino, M. C. C. T. (Ed.). (2016). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática*: *elaboração e perspectivas*. Londrina, Brasil: EDUEL.

Lima, C. N. M. F. & Nacarato, A. M. (2009). A investigação da própria prática: mobilização e apropriação de saberes profissionais em matemática. *Educação em Revista*, Belo Horizonte, *2*(2), 241-266.

NCTM. (1994). *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática*. Lisboa: APM e IIE.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (Ed.). (2014). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Lisboa: IEUL.

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313-340.

ANEXO - Tarefas que subsidiaram as análises do artigo

TAREFA: *"FOTOGRAFIA"*

Você tem uma fotografia em seu computador e, com um recurso de editor de imagem, a transforma em outra, com $\frac{3}{4}$ de seu tamanho original.

a) Quais comandos matemáticos você pode dar ao computador/editor para que a fotografia volte ao tamanho original? Explique o(s) raciocínio(s) empregado(s).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

b) A fotografia inicial tinha as dimensões 12x16cm. Como se deve proceder para que a fotografia fique com o tamanho de 144cm², sem deformá-la? Quais serão suas dimensões?

c) Analisando a situação, João fez a seguinte afirmação: *"Se a figura inicial foi reduzida a* $\frac{3}{4}$ *do tamanho original, basta aumentar esta nova figura em* $\frac{1}{4}$ *que ela voltará ao tamanho original"*. Você concorda com João? Explique seu raciocínio.

TAREFA: *"TELEFONE CELULAR"*

Por uma decisão da Anatel, através da Resolução nº 553, publicada em 14 de dezembro de 2010, para que haja um aumento de disponibilidade de números de telefones móveis (celulares) no Brasil e assim atender à crescente demanda de novos usuários e também para padronizar a numeração da telefonia móvel em todo o país, os números de celular passarão a ter o nono dígito. O nono dígito que será utilizado é fixo, o algarismo 9, que será o primeiro dígito do número de celular.

1. Antes da implantação do nono dígito os números de celular iniciavam com 7, 8 ou 9. Com a implantação do nono dígito, o único formato permitido é o 9AXXX-XXXX. O algarismo A poderá assumir valores de 1 a 9 (o algarismo 0 é reserva técnica da Anatel), e os demais algarismos podem assumir quaisquer valores de 0 a 9. Quantos números de celulares podem ser disponibilizados a mais com a implantação do nono dígito? Explique seu raciocínio.

2. Ao considerarmos um número de telefone móvel que já possui o nono dígito, todos seus algarismos são ímpares, possui o algarismo 5 repetido exatamente três vezes, os algarismos 3 e 7 repetidos duas vezes cada um deles e os demais algarismos distintos, quantas possibilidades temos de formação deste número de telefone móvel? Explique seu raciocínio.

3. Considerando a implantação do nono dígito e o formato permitido para os números telefônicos com essa inclusão, é possível elaborar uma questão envolvendo o conceito de combinação com repetição? Se sim, elaborem e apresentem a resolução de uma questão, e se não, justifiquem por que não é possível.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-776

UNIENDO CONTINENTES CON LAS MATES

Juan Francisco Hernández Rodriguez
juanfisicahr@hotmail.com
Colegio Hispano Inglés de Tenerife

Abigail Sarahi Trujillo Hernández
sarah.trujilloh@gmail.com
Colegio Americano de Tabasco, México.

Núcleo temático: Matemáticas y su integración con otras áreas.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Tericiario o Bachillerato (16 a 18 años)
Palabras clave: ABP, Flipped Classroom

Resumo

La socialización en el aula, dentro y fuera de ella, es una de las claves para poder lograr una comunidad de aprendizaje positiva. Pero, ¿Qué pasa si cruzamos fronteras y vemos más allá de nuestro centro laboral? En este documento se relata la experiencia sobre el trabajo colaborativo entre un colegio en Tenerife, España y un colegio en Tabasco, México y se muestra como sin importar la distancia y la diferencia horaria se pueden lograr resultados asombrosos. Los docentes involucrados en este trabajo compartimos el compromiso por mostrar a nuestros estudiantes una cara de las matemáticas pocas veces trabajada en los centros escolares y fue utilizando las metodologías del Flipped classroom, aprendizaje basado en proyectos y diversas herramientas TIC (como Geogebra, padlet, Genially) que se logró realizar dos trabajos que fortalecieron la capacidad de análisis e investigación en nuestros alumnos así como reforzar el pensamiento crítico. El primer trabajo se enfocó al análisis de estructuras piramidales de diversas culturas antigua las cuales se relacionaron con la geometría analítica; en el segundo trabajo se ligó el arte y la ciencia a la belleza de los poliedros.

Introducción. El presente trabajo no solo constituye una experiencia más en la enseñanza de las matemáticas, si no que representa una muestra de que los límites físicos no existen y que el trabajo cooperativo entre docentes brinda resultados muy satisfactorios. Al trabajar en este intercambio de proyectos se vivió de manera directa las estrategias colaborativas, lo que permitió una mejora en el desarrollo de las habilidades cognitivas y sociales de los alumnos, para lograrlo se utilizaron herramientas digitales, tales como: la plataforma padlet para la muestra de trabajos, recursos del flipped classroom para orientar a los estudiantes, y Skype para establecer vínculos de comunicación en tiempo real.

A través de esta investigación se busca que más docentes reflexionen sobre la práctica colaborativa y se sumen a crear redes de enseñanza-aprendizaje que favorezcan la asimilación de conocimientos en los alumnos.

ISBN 978-84-945722-3-4

Marco Teórico.

Reflexionando en la vida de hace un par de décadas, observamos cómo nuestra sociedad ha sufrido un cambio radical basado esencialmente en las tecnologías de la información y comunicación, lo que ha provocado una creciente globalización en prácticamente todas las disciplinas humanas. La educación no ha permanecido al margen de estos cambios, los avances tecnológicos de este siglo generan una proyección hacia una educación virtualizada, educación soportada por medios digitales, internet, videoconferencias, redes sociales y bibliotecas en línea, entre otros elementos, con un enfoque dinámico y ubicuo. Dentro de este contexto la Comisión Europea crea el programa eLearning, donde la principal línea de actuación consiste en el hermanamiento electrónico de centros escolares, permitiendo al profesorado de éstos participar en proyectos educativos comunes gracias a las posibilidades que ofrecen las TIC, movimiento denominado eTwinning.

Existen diversas definiciones de innovación educativa, por ejemplo, la propuesta por Hord (1987) cuando afirma que innovación es, cualquier aspecto nuevo para un individuo dentro de un sistema. El informe del seminario de la OCDE de 1969 define la innovación como la búsqueda de cambios, que de forma consciente y directa tiene como objetivo la mejora del sistema educativo. Esta segunda definición está relacionada con el concepto de cambio y de mejora, elementos que podrían inducir a pensar en la similitud existente entre innovación y reforma. Como señalan Walling y Berg (1983), no puede considerarse que con estos dos conceptos se trate de una misma cosa, ya que una reforma es un cambio a gran escala, siendo la innovación de un carácter más concreto y limitado.

El profesor Lorenzo Delgado (2005) ha sistematizado un tema de tanta actualidad. El título de su último trabajo refleja la situación: "Escuelas en red: Aprender juntos. Las Comunidades de Aprendizaje." En esta obra se indica la relación entre redes y comunidades de aprendizaje, como dos elementos que dependen entre sí, ya que "un grupo de personas que se comunican entre sí y comparten su actividad y objetivos constituyen una comunidad". Este hecho provoca que cada vez esté más extendida una coincidencia conceptual y práctica entre redes y comunidades de aprendizaje

En cuanto a las redes virtuales, se definen como "entornos de aprendizaje en los que educadores y alumnos con residencia en lugares distintos trabajan juntos en la producción de conocimiento y habilidades relacionadas con un tema particular" (Harasim, L. 2000).

ISBN 978-84-945722-3-4

Una de las mayores ventajas de Internet es la eliminación de barreras físicas para la trasmisión de la comunicación. Se podrían crear así, de manera sumamente sencilla, grupos de trabajo formados por alumnos de centros educativos que se encuentren en países o regiones distintas. Esto permitiría de manera adicional que se estableciesen vínculos entre los alumnos de distintos centros, lo que aporta una dimensión multicultural al proceso de enseñanza-aprendizaje.

Tomando como base esta idea, fue que se realizó el presente trabajo de investigación-acción, donde solo una de las escuelas involucradas pertenece a la Comunidad Europea y la otra escuela corresponde a un país latinoamericano.

Desarrollo. El primer paso que se realizó para llevar a cabo esta investigación-acción fue conversar el tema de manera informal, entre los docentes, usando la aplicación de whatsapp, de manera libre, sin presión, donde se explicó a grandes rasgos en qué consistían los proyectos realizados en el Colegio Americano de Tabasco y en el Colegio Hispano Inglés, se intercambiaron opiniones en relación a los contenidos abordados y a la manera en la que se podía llevar a cabo el trabajo colaborativo y sus posibles alcances en el aprendizaje y desarrollo de las habilidades sociales.

Los proyectos que se intercambiaron fueron los siguientes:

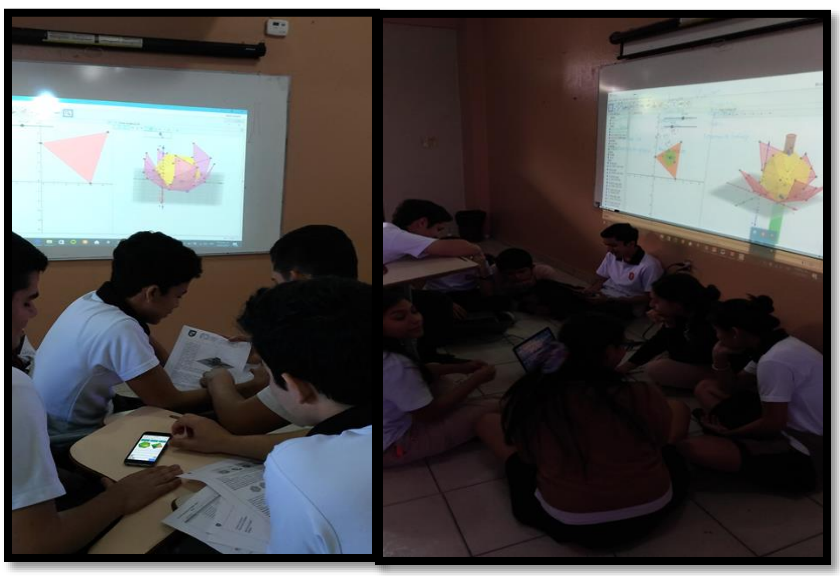
Poliedros. Autor: Juan Francisco Hernández Rodríguez.

Análisis de estructuras piramidales. Autor: Abigail S. Trujillo Hernández.

Los docentes mostraron a sus respectivos alumnos el proyecto en el cuál se trabajaría. Se les explicó que esta investigación-acción se llevaría a cabo con alumnos de una de otra escuela y que el reto sería cumplir con los objetivos que había propuesto el otro docente.

ISBN 978-84-945722-3-4

Fuente: Captura de pantalla de la web: http://www.xn--colegio-hispano-ingls-u5b.es/es/newss/161-diciembre-2016/2268-15-12-proyecto

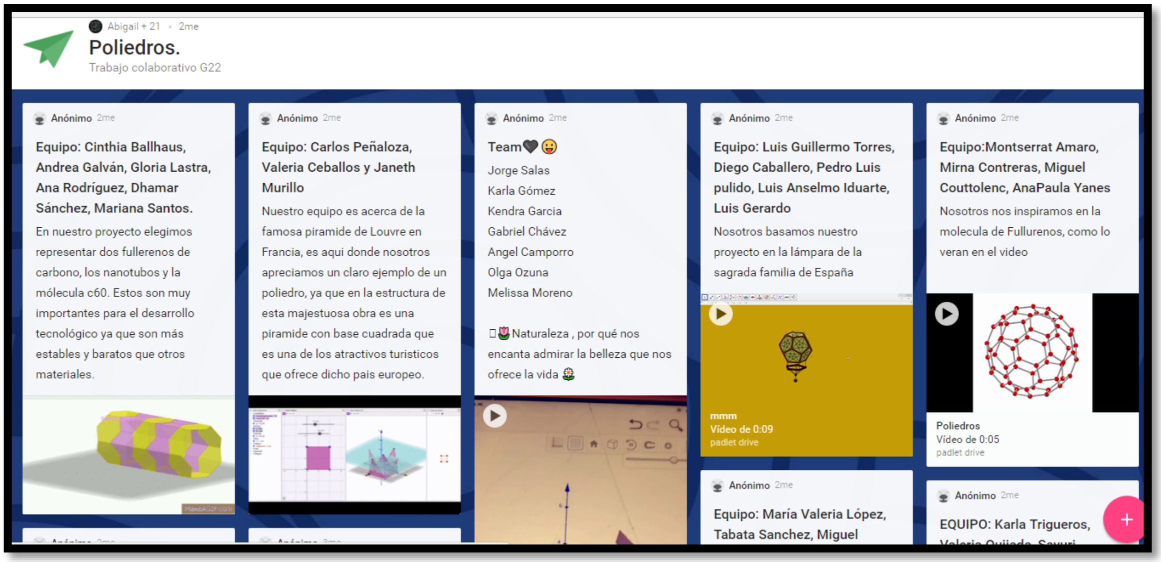


Trujillo, A. (2017) Trabajo en el aula. [Fotografías]. Recuperado de: Colección personal.

Las reacciones no se hicieron esperar en los alumnos, se expresaron sentimientos de incredulidad, de miedo a lo desconocido, de emoción por trabajar/conocer a estudiantes de su misma edad pero que estaban no solo en otra escuela si no que vivían en ciudades que no sabían mucho sobre su existencia.

ISBN 978-84-945722-3-4

Posteriormente se ejecutó en cada centro escolar las actividades propuestas, las cuales tuvieron como plataforma común Geogebra, utilizando comandos en 2D y el análisis de imágenes y comandos 3D. Se recopilaron los trabajos en plataformas como Padlet y Youtube



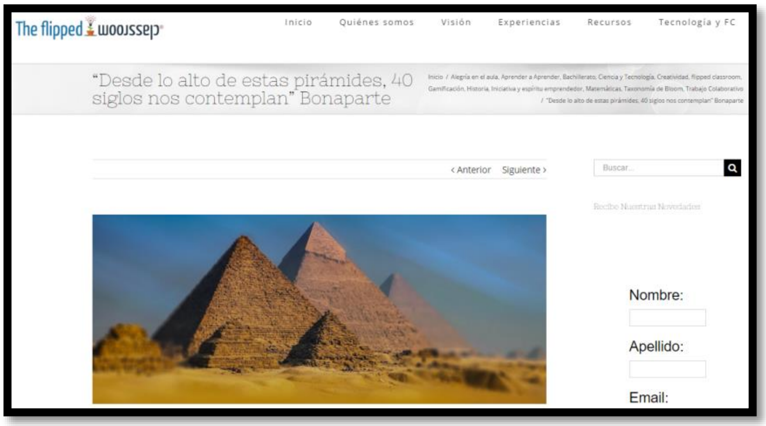
Fuente: Captura de pantalla de la web: https://padlet.com/atrujillo5/poliedros

Fuente: Captura de pantalla de la web: https://www.estonoentraenelexamen.com/2017/01/17/geometry-and-the-pyramids/

El maestro Juan Francisco escribió sobre este intercambio y red colaborativa en la página de The Flipped Classroom así como en el portal del Colegio Hispano Inglés. Por su parte en el

ISBN 978-84-945722-3-4

Colegio Americano se realizó la difusión de la actividad a través de la gaceta institucional y en la cuenta de Facebook de la escuela.



Fuente: Captura de pantalla de la web: http://www.theflippedclassroom.es/desde-lo-alto-de-estas-piramides-40-siglos-nos-contemplan-bonaparte/

Fuente: Captura de pantalla de la web: https://m.facebook.com/story.php?story_fbid=863110303831825&id=100003985900276

ci s no sólo nota alta dentro de la clase, ahora ellos querían trabajar a su máxima capacidad para poder mostrarle a sus pares de la otra escuela de lo que son capaces de crear.

El aprendizaje temático fue más allá de memorizar datos o realizar cálculos, se aplicaron los conceptos estudiados en geometría analítica para fortalecer el pensamiento crítico y proponer hipótesis respecto a la semejanza entre pirámides. Al realizar el trabajo de poliedros, no solo se trabajó en la investigación como un "copy-paste" de internet, si no que los alumnos reflexionaron sobre su aplicación en la vida real ya sea como parte de piezas de arte o como creaciones de la naturaleza en algún organismo.

Conclusiones.

ISBN 978-84-945722-3-4

Actualmente muchos de los docentes a cargo de los estudiantes de educación media y superior han adquirido sus competencias en TIC en cursos de capacitación, el problema es que no fueron formados en este ambiente de aprendizaje y por tal motivo existe un gran desconocimiento de las aplicaciones educativas que existen en Internet.

Crear redes educativas implica un cambio pedagógico en el que se promueve la comunicación de un modo real y supone que los estudiantes interactúen entre sí, comprendiendo, compartiendo y produciendo materiales, es, por tanto, un paso para hacer a los alumnos responsables de su propio aprendizaje

Estamos buscando la educación integral de los estudiantes para que puedan enfrentarse a una sociedad cada vez más digital, el incluir en nuestro quehacer cotidiano ambientes de aprendizaje utilizando este tipo de aplicaciones, además de favorecer las habilidades digitales de los jóvenes, representa un reflejo de estar viviendo el tiempo y en el lugar correcto y no en un momento atrasado con herramientas que han quedado obsoletas

Referencias bibliográficas

Baptista, A. B. (2017). Propuesta educativa: Captación del profesorado en nuevas tecnologías a través de la participación de proyectos de innovación dentro de espacios colaborativos (es-co) de aprendizajes/EDUCATIONAL PROPOSAL: TEACHER TRAINING IN NEW TECHNOLOGIES THROUGH... Tendencias Pedagógicas, (29).

Forés Miravalles, A., Sánchez i Valero, J. A., & Sancho Gil, J. M. (2014). Salir de la zona de confort. Dilemas y desafíos en el EEES. Tendencias Pedagógicas.

Harasim, L. y otros (2000): Redes de aprendizaje. Guía para la enseñanza y aprendizaje en red. Gedisa. Barcelona.

Hernández, F. (1988). La globalización mediante proyectos de trabajo. Cuadernos de pedagogía, 155, 54-59.

Hernández, J.F. (2016). Proyecto común con el Colegio Americano de México. 18/12/2016, de Colegio Hispano Inglés Sitio web: http://www.xn--colegio-hispano-ingls-u5b.es/es/newss/161-diciembre-2016/2268-15-12-proyecto

Hernández, J.F. (2017). “Desde lo alto de estas pirámides, 40 siglos nos contemplan” Bonaparte. 1 Febrero 2017, de The flipped Classroom Sitio web: http://www.theflippedclassroom.es/desde-lo-alto-de-estas-piramides-40-siglos-nos-contemplan-bonaparte/

Hernández, J.F. (2017). Geometry and the pyramids. 18/01/2017, de Esto no entra en el examen Sitio web: https://www.estonoentraenelexamen.com/2017/01/17/geometry-and-the-pyramids/

Hernández, J.F. (2017). Proyecto pirámides. 28/1/2017, de Colegio Hispano Inglés Sitio web: http://www.xn--colegio-hispano-ingls-u5b.es/es/newss/162-enero-2017/2312-27-01-piramides

Hernández, J.F. (2017). Viendo los trabajos de los alumnos del Colegio Americano de Tabasco. 22/02/2017, de Colegio Hispano Inglés Sitio web: http://www.xn--colegio-hispano-ingls-u5b.es/es/newss/164-febrero-2017/2343-21-02-tabasco

Hord (1987): Evaluating Educational Innovation. Croom Helm. Nueva York.

Lorenzo Delgado, M. (2005): Variables organizacionales del aprendizaje: El liderazgo reticular en la sociedad del conocimiento. La organización y dirección de redes educativas. Grupo Editorial Universitario. Granada.

Moreno Peña B. (2007). La dimensión europea de la educación: una investigación evaluativa en torno al programa eTwinning. Editorial de la Universidad de Granada.

Moreno Peña, B. (2008). La acción etwinning: situación actual y necesidades formativas del profesorado. Didáctica, Innovación y Multimedia, no. 12.

Trujillo Torres, J. M., Cáceres Reche, M. P., Hinojo Lucena, F. J., & Aznar Díaz, I. (2011). Aprendizaje cooperativo en entornos virtuales. El proyecto Redes Educativas y Organizativas Interuniversitarias. Educar, 47(1), 0095-119.

ISBN 978-84-945722-3-4

Trujillo, A. (2017). Poliedros. 20/02/2017, de Padlet Sitio web: https://padlet.com/atrujillo5/poliedros

Trujillo, A. (2017). Evidencias de trabajo en el aula, De Colección personal. Base de datos.

Walling, E. y Berg, G (1983): Research into the School as an Organization. En Scandinavia Journal of Education, Rev. 27

CB-777

CONSTRUCCIÓN DE UN INSTRUMENTO PARA CARACTERIZAR EL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR DE INFANTIL

Antonio Ángel Guerrero Bey – Juan Antonio Prieto Sánchez – Francisco Manuel Moreno Pino
antonio.bey@uca.es – juanantonio.prieto@uca.es - franciscomanuel.moreno@uca.es
Universidad de Cádiz, España

Núcleo temático: Formación del profesorado en Matemáticas
Modalidad: CB
Nivel educativo: 5. Formación y actualización docente
Palabras clave: conocimiento lógico – matemático, cuestionario, estudiante para profesor de educación infantil

Resumen

Debemos facilitar la elaboración de nuevas conceptualizaciones e instrumentos más sensibles, que permitan captar las principales características del problema del conocimiento matemático para enseñar. Por tanto, se hace necesario elaborar un instrumento adecuado para realizar las mediciones correspondientes; es por ello, que planteamos el siguiente objetivo, construir un instrumento para evaluar aspectos relevantes sobre el conocimiento lógico – matemático que muestran los estudiantes de Educación Infantil de la Universidad de Cádiz.

En esta comunicación pretendemos reflejar el proceso de diseño, construcción y validación de un cuestionario que permita caracterizar aspectos del conocimiento profesional que poseen dichos estudiantes en relación al conocimiento lógico – matemático que consideramos adecuado y necesario para su futura labor profesional.

La elaboración del cuestionario comprendió varias fases, desde el diseño inicial del cuestionario, hasta la construcción de la versión final del mismo.

El proceso desarrollado nos ha permitido reconsiderar las propuestas iniciales, y el cuestionario final, actualmente, lo hemos usado para recopilar datos que nos permitan

ISBN 978-84-945722-3-4

obtener información sobre el estado actual del conocimiento lógico – matemático, que tienen los estudiantes para profesor de Educación Infantil.

Introducción

Este trabajo tiene como finalidad presentar el proceso de elaboración de un instrumento que permita caracterizar el conocimiento lógico – matemático de futuros profesores de Educación Infantil, enmarcado en el desarrollo de una investigación en torno a la formación de docentes en Educación Infantil.

Siguiendo los principios asociados a los estudios evolutivos del desarrollo, cabe señalar la etapa de Educación Infantil como un campo de acción que incide de forma significativa en la construcción del pensamiento matemático (Ruesga, 2003).

En este sentido, existe una clara ausencia de investigaciones que nos informen sobre el dominio de los docentes en Educación Infantil en este campo del conocimiento, aspecto que como formadores consideramos clave para incidir en la mejora de dichos procesos de comprensión (Carpenter, Fennema, Franke, Levi & Empson, 1999).

Es por ello, que los formadores de profesores debemos facilitar la elaboración de nuevas conceptualizaciones e instrumentos más sensibles, que permitan captar las claves de las características del problema del conocimiento matemático para enseñar (Hill, Ball y Schilling, 2008), teniendo en cuenta la idea de que el conocimiento del profesor de matemáticas es especializado, pues proviene de su profesión (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013). En este sentido, y desde nuestra posición de formadores de Maestro en el Grado de Educación Infantil, nos planteamos la siguiente cuestión general: Evaluar significados personales que, sobre el conocimiento lógico – matemático, poseen futuros profesores para la enseñanza infantil.

Para conseguir dicho objetivo se hace necesario y se requiere elaborar un instrumento adecuado para realizar las mediciones correspondientes, es por ello, que en primer lugar planteamos el siguiente objetivo: Construir un instrumento para evaluar aspectos relevantes del conocimiento lógico – matemático que muestran los futuros profesores de Educación Infantil.

El conocimiento práctico profesional deseable del profesor

En el campo de la investigación en educación matemática se ha puesto de manifiesto la importante relación entre la teoría y las ideas educativas de los docentes y su práctica (García,

ISBN 978-84-945722-3-4

Sánchez, Escudero y Llinares, 2006; García, Sánchez y Escudero, 2007). En general, se aprecia que el docente enseña de la misma forma en la que fue enseñado y no podemos olvidar que en un contexto formativo es necesario considerar que el medio es el mensaje, pues es importante promover la elaboración de referentes prácticos a los futuros docentes (Azcárate y Cuesta, 2005).

Para promover la elaboración de un conocimiento profesional que les permita superar los obstáculos procedentes de su etapa como discente, es necesario que integre tanto los distintos ámbitos relacionados con el acto educativo, la cultura educativa, el sistema metodológico-curricular como intervención práctica, el contexto y lo relacionado con los propios sujetos de enseñanza, así como los problemas vinculados a la construcción del conocimiento lógico-matemático (González, 2000).

Desde los diferentes grupos académicos, donde tratan, reflexionan y discuten a cerca de los distintos modelos de formación del profesorado, donde cada uno de ellos mantiene su propia relación con el conocimiento profesional, que describen cómo se concibe el saber característico de la profesión docente, optamos por caracterizarlos como un conocimiento práctico profesional, vinculado a la práctica y a los procesos de investigación (Azcárate, 1995; Porlán, Rivero & Martín del Pozo, 1998; 2000; Azcárate & Cardeñoso, 1998; Porlán & Rivero, 1998; Azcárate, Martín del Pozo & Porlán, 1998; Azcárate, 1999; Martín del Pozo & Porlán, 1999; Azcárate & Cuesta, 2005; Porlán et al., 2010; Rivero et al. 2011; Porlán et al., 2011; Cuesta & Azcárate, 2012).

Desde esta perspectiva, Porlán, Rivero y Martín del Pozo (1997) describen un esquema donde se puede apreciar las distintas dimensiones y componentes del conocimiento del profesor, para ello, véase el Anexo 1.

En este sentido se considera que el conocimiento del profesor tiene dos dimensiones: una epistemológica y otro psicológica. Con respecto a la primera dimensión, la dimensión epistemológica, a su vez, presenta una dicotomía entre conocimiento racional y experiencial; y con respecto a la segunda dimensión, la dimensión psicológica, se aprecia una dicotomía explícito / tácito que configuran diferentes tipos de saberes de naturaleza y fuentes diversas. Centrándonos en los saberes académicos, son aquellos referidos tanto a los saberes disciplinares relacionados con los contenidos de la materia a enseñar propio de la disciplina, como a los de las ciencias de la educación; los cuales se generan en la formación inicial del

ISBN 978-84-945722-3-4

sujeto. Dentro de estos saberes nos referimos al subsistema constituido por el contenido del conocimiento de la materia a enseñar, es decir, el conocimiento disciplinar asociado a los contenidos. Estas ideas son aspectos básicos del sistema de saberes integrados que configuran el conocimiento práctico profesional deseable del profesor.

Conocimiento disciplinar básico: El contenido del conocimiento de la materia

En el contexto de la Universidad de Cádiz, la formación especializada en el ámbito del conocimiento lógico – matemático comienza con la asignatura de segundo curso "El Conocimiento Matemático en Educación Infantil". Pretendemos analizar la evolución de su conocimiento (práctico profesional deseable y especializado sobre el conocimiento lógico – matemático) del contenido tras este primer paso de su formación y que ha de promover en el desarrollo de los alumnos de las primeras edades.

Teniendo en cuenta este posicionamiento, pasamos a describir los contenidos de dicho conocimiento disciplinar básico, que deben adquirir los estudiantes – profesores en nuestras aulas. Para el estudio nos hemos focalizado en dos dimensiones de entre las posibles (ver Anexo 2).

Diseño, construcción y validación de la versión piloto del cuestionario sobre el conocimiento lógico-matemático del profesor de Educación Infantil

Para la recogida de información optamos por la elaboración de un cuestionario que permita aproximarnos a conocer, identificar y valorar los conocimientos que poseen los futuros profesores de Educación Infantil, sobre el conocimiento lógico – matemático para su implementación en las aulas de Infantil, en particular, los referidos a las dimensiones a las que hemos hecho referencia.

La elaboración del cuestionario comprendió varias fases: 1) Diseño del cuestionario desde referentes teóricos. Construcción de la versión piloto. 2) Análisis de la claridad, validez e importancia del contenido de la versión piloto del cuestionario mediante el juicio de expertos. 3) Aplicación de la versión piloto del cuestionario y recolección inicial de la información. 4) Determinación de la fiabilidad de la versión piloto del cuestionario. 5) Construcción de la versión final del cuestionario.

Fase 1). Diseño del cuestionario. Construcción de la versión piloto.

ISBN 978-84-945722-3-4

A partir de la revisión de la literatura de investigación y de la experiencia en el aula de los que suscriben esta comunicación, determinamos las variables para la construcción del cuestionario con los ítems necesarios acordes a la temática tratada y dimensiones abordadas. Respecto a la elaboración de las preguntas (subítems) del cuestionario, tuvimos como base las distintas situaciones problemáticas planteadas que implique poner en relieve los aspectos más relevantes del ámbito del conocimiento lógico y el ámbito del conocimiento espacial y geométrico, y que además permitan una evaluación y un análisis sobre el conocimiento lógico – matemático.

En total se recopilaron siete ítems, los ítems 1, 2, 3 y 4 son propios de la Dimensión 1, y los ítems 5, 6 y 7 son propios de la Dimensión 2. Cada ítem se subdividen en varios subítems, quedando en un total de 32.

Fase 2). Análisis de la claridad, validez e importancia del contenido de la versión piloto del cuestionario mediante el juicio de expertos.

Seleccionamos un grupo de cinco profesionales todos ellos relacionados con la Educación Infantil, siendo, dos de ellos maestras en ejercicio de Educación Infantil, y otros tres profesores de facultades de Ciencias de la Educación, e investigadores de relevancia en Didáctica de la Matemática; a cada uno de ellos se les envió, vía correo electrónico, los siguientes documentos:

- Una versión piloto del cuestionario.
- Una carta donde se les explicaba cuál era el objetivo principal de la investigación y para qué se precisaba de su colaboración.
- Un cuestionario de validación para que pudieran valorar el grado de adecuación que tiene cada uno de los ítems que conforman el cuestionario en cada dimensión propuesta según su claridad, validez e importancia, con los comentarios que consideraran oportunos. Los jueces calificaron los tres aspectos comentados anteriormente de cada ítem y subítem atendiendo a una escala de valoración entre 1 y 6, donde 1 significaba ninguna, 2 muy poca, 3 alguna, 4 bastante, 5 mucha y 6 totalmente.

Respecto a la valoración de los jueces, para la claridad, validez e importancia de los ítems del contenido del cuestionario, realizamos una distribución de frecuencias y calculamos la

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

moda; posteriormente revisamos y reevaluamos valores inferiores al 100 % de aceptabilidad en el ítem y en el subítem.

Los resultados obtenidos al calcular la moda, podemos observarla en el Anexo 3.

En conclusión, encontramos una valoración positiva, ya que ningún subítem obtuvo una calificación de 1 en ninguna de las variables a estudiar y la mayoría obtuvo una calificación de tres o superior.

Aún así, , se procedió a realizar cambios en la redacción de algunos ítems, lo que dio lugar a una segunda versión piloto del cuestionario que fue sometida a una validación empírica.

Fase 3). Aplicación de la versión piloto del cuestionario y recolección inicial de la información.

Previamente seleccionamos la población y una muestra que debía cumplimentar el instrumento; para este caso la población la conformaron los estudiantes – profesores de tercer curso del Grado de Maestros de Educación Infantil de la Universidad de Cádiz. De una población total de 186 estudiantes – profesores en condiciones para realizar la versión piloto del cuestionario, obtuve una muestra no probabilística y por conveniencia de 65 estudiantes – profesores, quienes voluntariamente aceptaron participar en el estudio. Aplicamos la versión piloto del cuestionario para analizar, aspectos tales como la comprensión de enunciados y grado de dificultad, ambigüedad de las preguntas, control del tiempo estimado para la cumplimentación del instrumento características del formato, claridad, etc.

El análisis de este estudio piloto también permitió configurar la propia estructura del cuestionario y/o instrumento.

Sobre los datos obtenidos se realizó un análisis cuantitativo en el siguiente sentido, que permitió estudiar las variables *respuesta adecuada al ítem* y *grado de dificultad* (que lo definimos como el cociente entre el número de aciertos / número de respuestas (Muñiz, 1994)). En el Anexo 4 se observan los valores obtenidos para el cuestionario.

En general los resultados obtenidos fueron positivos, puesto que hubo una adecuada comprensión de los distintas formulaciones y situaciones, con escasa ambigüedad en las cuestiones planteadas, con un tiempo empleado (un máximo de 90 minutos) adecuado y suficiente y además con un formato correcto. Por tanto, este estudio piloto, nos sirvió para reelaborar la versión piloto del cuestionario reformulando aquellos ítems que consideramos oportuno.

Fase 4). Determinación de la fiabilidad de la versión piloto del cuestionario.

El análisis para la determinación de la fiabilidad del cuestionario (determinar su capacidad para acreditar la estabilidad y la consistencia interna en sus resultados) utilizamos el coeficiente alpha de Cronbach. En nuestro caso, consideramos una aceptable consistencia interna si el valor del coeficiente alpha de Cronbach fuese superior a 0,60 y una buena consistencia interna cuando fuera superior a 0,7. Este análisis lo realizamos haciendo uso del paquete estadístico SPSS, versión 21.

En este caso calculamos el valor del coeficiente alpha de Cronbach para el cuestionario completo y además para el grupo de ítems que conforman cada dominio (ver Anexo 5).

Observamos que mediante el coeficiente alpha de Cronbach obtuvimos la consistencia interna de la versión piloto del cuestionario completo con un valor de 0,93, lo cual consideramos extremadamente bueno. Con respecto a los dominios, obtuvimos una consistencia interna de ambos con valores superiores a 0,6.

Fase 5). Construcción de la versión final del cuestionario.

Finalmente, después de realizar un análisis teniendo en cuenta las fases anteriores, relacionadas directamente con la construcción y validación del instrumento, conseguimos refinar nuestros cuestionario final, a través de una revisión, reformulación, reevaluación, adecuación y selección definitiva de los ítems y/o subítems, lo que ha dado lugar a un cuestionario final conformado por siete ítems entre las dos dimensiones.

Consideraciones finales.

El instrumento elaborado y validado, es decir, el cuestionario final que ha dado como resultado, y que por cuestiones de espacio no puede ser presentado en su totalidad, ha sido aplicado a una muestra de 180 alumnos del Grado de Educación Infantil de la Universidad de Cádiz. Los datos obtenidos, actualmente en proceso de análisis, esperamos que nos permitan identificar, los aspecto más destacables del conocimiento lógico-matemático que presentan los estudiantes-profesores. Como indicábamos al principio, nuestra problemática de investigación está orientada a la caracterización del conocimiento que muestran los futuros profesores en formación, sobre el contenido que han de enseñar en Educación Infantil.

Referencias bibliográficas

Azcárate, P. (1995). *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad. Su estudio en el caso de la Educación Primaria.* Tesis Doctoral,

ISBN 978-84-945722-3-4

Universidad de Cádiz.

Azcárate, P. (1999). Conocimiento profesional. Naturaleza, fuentes, organización y desarrollo. *Quadrante*, 8, 111-138.

Azcárate, P. y Cardeñoso, J. M. (1998). La formación inicial de profesores de matemáticas: finalidades, limitaciones y obstáculos. *Investigación en la Escuela*, 35, 75-86.

Azcárate, P., & Cuesta, J. (2005). El profesorado novel de secundaria y su práctica. estudio de un caso en las áreas de ciencias. *Enseñanza De Las Ciencias, 23*(3), 393-402.

Azcárate, P., Martín del Pozo, R. y Porlán, R. (1998). Una perspectiva epistemológica para analizar y transformar la formación inicial del profesorado. En Banet y De Pro (Ed.). *Investigación e Innovación en la Enseñanza de las Ciencias*.

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively guided instruction.* ERIC.

Carrillo, J., Climent N., Contreras L.C., & Muñoz-Catalán, M.C. (2013). Determining Specializad Knowledge for Mathamatics Teaching. En B. Ubuz, C. Haser, & M.A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2985-2994). Antalya, Turquía: Middle East Technical University, Ankara.

Cuesta, J. y Azcárate, P. (2012). Factores que facilitan el cambio en el profesorado novel de secundaria. *Revista de Educación*, 357, 327-350.

García, M., Sánchez, V., Escudero, I., & Llinares, S. (2006). The dialectic relationship between research and practice in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *9*(2), 109 - 128.

García, M., Sánchez, V., & Escudero, I. (2007). Learning through reflection in mathematics teacher education. *Educational Studies in Mathematics, 64*(1), 1-17.

González Maura, V. (2000). La educación de valores en el curriculum universitario: Un enfoque psicopedagógico para su estudio. *Educación Médica Superior*, 14(1), 74-82.

Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education,* 39(4) , 372-400.

Martín del Pozo, R. y Porlán, R. (1999). Tendencias en la formación inicial del profesorado sobre los contenidos escolares. *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado,*35, 115-128.

Muñiz, J. (1994). *Teoría clásica de los tests.* Madrid: Pirámide.

ISBN 978-84-945722-3-4

Porlán, R., Martín del Pozo, R., Rivero, A., Harre, J., Azcárate, P. Y Pizzato, M. (2010). El cambio del profesorado de ciencias I: Marco teórico y formativo. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(1), 31-46.

Porlán, R., Martín del Pozo, R., Rivero, A., Harre, J., Azcárate, P. Y Pizzato, M. (2011). El cambio del profesorado de ciencias II: Itinerarios de progresión y obstáculos en estudiantes de magisterio. *Enseñanza de las Ciencias*, 29(3), 353-370.

Porlán, R. y Rivero, A. (1998). *El conocimiento de los profesores.* Sevilla: Diada.

Porlán, R., Rivero, A. y Martín del Pozo, R. (1997). Conocimiento profesional y epistemología de los profesores (I): Teoría, métodos e instrumentos. *Enseñanza de las Ciencias*, 15 (2), 155-171.

Porlán, R., Rivero, A. & Martín del Pozo, R. (1998). Conocimiento profesional y epistemología de los profesores (II): Estudios empíricos y conclusiones. *Enseñanza de las Ciencias*, 16 (2), 271-289.

Porlán, R., Rivero, A. & Martín del Pozo, R. (2000). El conocimiento del profesorado sobre la ciencia, su enseñanza y aprendizaje. En F. J. Perales Palacios y P. Cañal de León (Directores). *Didáctica de las Ciencias Experimentales*,507-533. Alcoy: Marfil.

Rivero, A., Azcárate, P., Porlán, R., Martín del Pozo, R. Y Harres, J. (2011). The progression of prospective primary teachers´conceptions of the methodology of teaching. *Research is Science Education*, 41(5), 739-769.

Ruesga, P. (2003). *Educación del razonamiento lógico matemático en educación infantil*. Tesis Doctoral, Universidad de Barcelona.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-779

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ESCOLA COMO ESPAÇO PÚBLICO

Roger Miarka – Filipe Santos Fernandes
romiarka@gmail.com – fernandes.fjf@gmail.com
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (Brasil)
Universidade Federal de Minas Gerais (Brasil)

Modalidad: CB
Nivel educativo: 7 - Sem especificar
Núcleo temático: I - Ensino e aprendizagem da matemática em diferentes modalidades e níveis educacionais.

Palavras-chave: Filosofia da educação matemática, Filosofia da diferença, Matemática Escolar, Escola como refúgio

Resumo

A escola tem sido alvo de diversas acusações, tais como servir como um dispositivo ideológico ou ao capital que, dentre tantas tarefas, aliena, restringe, coage, neutraliza e que, por isso, se mostra ineficiente e de pouca utilidade, sendo a crise dessa instituição amplamente assumida. Simons e Masschelein (2014) assumem que a escola apenas se mostra em crise por não tratar do que lhe é próprio, a dizer, ser um refúgio, um espaço para práticas que se distingue dos mundos social e laboral dos sujeitos da educação. No rastro dessas ideias, junto a esses autores, Larrosa (2014) institui a escola como espaço público, na qual materialidades, linguagens e subjetividades são dispostas publicamente para serem operadas. Este artigo visa apropriar-se desse referencial para poder discutir modos de pensar a matemática e a educação matemática na escola entendida como espaço público. Para isso, mobilizamos uma discussão junto a uma atividade didática ocorrida em sala de aula de matemática, na qual uma ação, que poderia ser assumida como um erro, se mostra como possibilidade para práticas inventivas.

A escola como espaço público

> De todos os órgãos do corpo, a orelha é o único cuja forma ultrapassa a função. Todos os órgãos têm uma forma adequada à sua finalidade – mais da metade das curvas e nichos da orelha são desnecessários. São, portanto, puro exibicionismo. A complexidade interna do ouvido – seus labirintos e artelhos – se justifica. Nada justifica as viravoltas externas da orelha, as falsas entradas, os cornichos, as cavernas, desafios à lógica e ao cotonete. Alguns órgãos do corpo chegam ao barroco, só a orelha dá o passo fatal, que acabou com o Renascimento, para o rococó. A orelha denuncia uma perigosa tendência na criação para o excesso, para o ornamentalismo vazio. Achei que deveria fazer este alerta.
>
> Luís Fernando Veríssimo, *A Orelha*

ISBN 978-84-945722-3-4

De todas as instituições, talvez a escola seja aquela de maior visibilidade – e, portanto, de maior crítica e controle – na atualidade. Recaem sobre ela diferentes acusações, sendo usada, questionada e contestada por diferentes regimes de verdade, como os de ordem política, social, econômica e, mais recentemente, cultural. Ocorre que, de todas as instituições, a escola talvez seja aquela que mais se aproxima da *orelha* como exposta por Veríssimo. Como elemento fundamental de uma sociedade, sua funcionalidade se perde diante de *viravoltas externas*, sendo seu sentido e relevância diluído entre *falsas entradas*, *cornichos* e *cavernas* que, no limite, procuram exibir uma função da escola na relação com os mundos social e laboral.

Neste texto, pretendemos problematizar a *escola* dissociando-a desses diferentes regimes de verdade. Nossa principal ideia é restituí-la de seu sentido de *tempo livre*, como sugere sua raiz etimológica, para pensar a escola como espaço público no qual diferentes linguagens, subjetividades e materialidades possam participar de um processo de construção coletiva sem o compromisso de responder a demandas prévias. De tudo isso, propomos pensar a educação matemática.

Em sua origem junto às cidades-estados gregas, a escola era entendida como fonte de tempo livre para o estudo e para a prática daqueles que, pela dinâmica da ordem social, não teriam o direito de reivindicá-lo. O sentido desse tempo livre, porém, não era associado a um tempo produtivo e ao bem individual, mas a um tempo não produtivo relacionado à abertura para o mundo e à possibilidade de envolvimento desse mundo com a vida, em uma dimensão coletiva. Nessa abertura, a escola seria aquela que permitiria o implicar-se com algo, sendo esse o principal objetivo do tempo escolar. A educação escolar pretenderia, pois, proporcionar tempo livre em torno daquilo que se manifesta e que promove implicações, sem a necessidade de associação ao mundo laboral ou social, à fábrica ou à família, mas justamente desvinculando-se deles (Simons & Masschelein, 2014).

Assim, insinua-se um sentido para *escolar* no qual os regimes de verdade usualmente impostos à escola – como aqueles que dizem que deve capacitar o indivíduo com competências e habilidades para o mercado de trabalho ou os que defendem a escola como meio de preparação de sujeitos para convivência em sociedade – se veem fragilizados. O sentido de *tempo livre* traz para o espaço escolar o tempo de estudo e de prática por si mesmos

ISBN 978-84-945722-3-4

e, com isso, busca *profanar* as diferentes linguagens, subjetividades e materialidades que participam da educação escolar. Assim, a escola teria o papel de liberar, separar, desatar os conhecimentos e destrezas de seus usos sociais e práticos mais notórios buscando profaná-los, tornando-os disponíveis e convertidos em *bem comum*. O tempo livre pressupõe, então, a centralidade da *disposição* no lugar da *finalidade*: trata-se de *dispor* diferentes elementos com os quais os sujeitos da educação possam se implicar e, nesse processo, suspender o passado e o futuro, abrindo uma brecha intempestiva na qual se chocam e se aproximam vetores dispersos que compõem o que somos, o que não somos, o que poderíamos ter sido e o que podemos vir a ser. Nas palavras de Masschelein & Simons (2014, pp. 36-37, tradução nossa):

> A escola é o tempo e o espaço em que os estudantes podem abandonar todo tipo de regras e expectativas relacionadas com o sociológico, o econômico, o familiar e o cultural. Em outras palavras, dar forma à escola (fazer a escola) tem a ver com uma espécie de suspensão do peso de todas as regras. Uma suspensão, por exemplo, das regras que ditam e explicam porque alguém – e seu grupo ou sua família – cai em certo degrau na escala social. Ou da regra que afirma que as crianças de alojamentos sociais não têm interesse por matemática […]. A escola cria igualdade precisamente na medida em que produz tempo livre, ou seja, na medida em que consegue suspender ou adiar (temporalmente) o passado e o futuro, criando assim uma brecha no tempo linear.

De tal modo, as acusações que se impõem à escola não recam sobre a caracterização da escola *em si*, mas aos modos como foi capturada e convertida em um dispositivo de caráter privado, em prol do tempo produtivo e do bem individual. Defendemos, aqui, a escola em outra perspectiva, uma escola como *espaço público*.

Pardo (2010) assume a escola como um dispositivo de acolhimento e de proteção do encontro de um espaço público com um tempo livre, no viés contrário dos espaços que priorizam aspectos privados, de bens individuais e tempo produtivo. Para este autor, a escola pode ser tomada como um *refúgio*, um espaço de acolhimento, que separa dois outros espaços, cujos emblemas são a família, entendida como espaço da comunidade natal junto a seus mecanismos identitários e sociais, e a fábrica, compreendida como o mundo laboral e o lugar dos vínculos econômicos.

Tomando-a desse modo, a escola mostra seu grande papel, o de exercer algo que não seja nem a extensão da família, nem a preparação para o fábrica, ainda que elementos de uma e

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

de outra estejam nela presentes. Aliás, esses elementos não estão só presentes como são necessários, pois possibilitam que a escola seja um espaço para praticá-los. Mas, afinal, o que são esses elementos?

Esses elementos da família e da fábrica são as diferentes linguagens, subjetividades e materialidades que nesses mundos são operados. Por conseguinte, são elementos anteriores à escola, no sentido de que já têm seu lugar no mundo, sendo operados cotidianamente. A escola, por sua vez, permite sua entrada para que sirvam aos seus exercícios de práticas.

Aqui vale um destaque. Na escola, tais elementos podem ser – e espera-se que sejam – operados diferentemente dos mundos social e laboral, da família e da fábrica. Se esses mundos agem como mecanismos de manutenção de certos territórios, na escola eles servem à prática e à invenção. Com isso, a escola estabelece uma relação outra com o mundo que, além de tornar possível o encontro de um tempo livre com um espaço público, assume uma dimensão pública ao pô-lo e dispô-lo publicamente sobre a mesa (Masschelein & Simons, 2014, Larrosa, 2016), em suas linguagens, subjetividades e materialidades, convertendo-o em matéria de estudo para ser operado das mais diversas maneiras. *Público*, pois, por um lado expõe esses elementos publicamente e, por outro, por tornar públicas as práticas sobre suas matérias de estudo.

Estando à disposição e grávidos de sua mundaneidade ao mesmo tempo que dela suspensos, o mundo convertido em matéria de estudo pode ser operado e profanado, com a potência de inventar novos mundos. Em suma, a escola como espaço público constitui-se como um espaço de práticas, em que diferentes linguagens, subjetividades e materialidades são postas, dispostas e suspensas publicamente sobre a mesa, como matéria de estudo para ser praticada. Com isso, duas forças se mostram: a de conservação e a de renovação do mundo. Cabe a escola, então, estabelecer-se nessa região fronteiriça.

Com isso a potência fronteiriça da escola se destaca. Fronteira entre o antigo e o novo. Fronteira entre a manutenção e a renovação. A escola como espaço público se mostra como uma baliza que atende ao que Hannah Arendt considera como pedra angular da educação, brecha intempestiva do tempo.

> A Educação é o lugar em que se decide se se amam suficientemente as nossas crianças para não as expulsar do nosso mundo deixando-as entregues a si próprias, para não lhes retirar a possibilidade de realizar qualquer coisa de novo, qualquer coisa que não tínhamos previsto, para, ao

ISBN 978-84-945722-3-4

invés, antecipadamente as preparar para a tarefa de renovação de um mundo comum. (Arendt, 2011, p. 247)

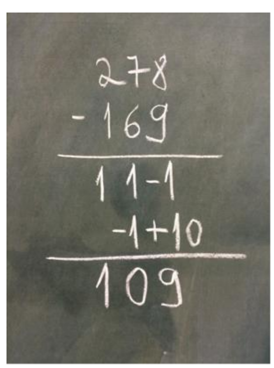
Na esteira dessa concepção de escola, Masschelein & Simons (2014) destacam questões centrais que a colocam em movimento. A escola como espaço público é uma questão de suspensão do mundo (ou de liberar, separar, desatar, colocar entre parênteses), de profanação (ou de tornar algo disponível, convertendo o mundo em um bem público comum), de atenção ao mundo (ou de abrir, criar interesse, trazer à vida), de tecnologia (ou de praticar, estudar, tornar a técnica uma extensão), de igualdade (ou de ser capaz de começar e de praticar), de amor (ou de presença, maestria, paixão pela matéria), de preparação (de estar em boa forma, estar bem preparado, testar os limites) e de responsabilidade (de assumir os elementos sobre a mesa).

Posto isso, sigamos adiante. Se assumimos a escola como tal, como pode operar uma educação matemática?

Educação matemática e a escola como espaço público

Como opera uma educação matemática na escola tomada como espaço público? Qual matéria é posta sobre a mesa? O que se faz com a matéria sobre a mesa? Não expliquemos… operemos.

> Adriana foi minha aluna quando, anos atrás, eu dava aulas particulares. Pelo método da Adriana, [duzentos e setenta e oito menos cento e sessenta e nove dá um, um, menos um]. Como resultado inicial temos [um, um, menos um]. Como não dá para ficar menos um aqui nas unidades, somamos dez unidades. Dez mais o menos um, igual a nove. Já que somei dez unidades, tiro uma dezena do [um] do resultado inicial, que vira [zero dezenas]. Então, o resultado final é [cento e nove]. (Rotondo & Cammarota, 2016, p. 6)



VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 1: Método da Adriana
Fonte: produção própria

Uma subtração é proposta publicamente, é posta sobre a mesa. Ali está para ser praticada. O professor espera um processo, Adriana apropria-se daquela linguagem historicamente constituída, dos modos como se constituiu até então junto à matemática e da materialidade que se mostra nos rabiscos sobre seu caderno.

Acontece uma guerra entre o sacro, o modo já legítimo de subtrair, e o profano, modos outros de praticar uma subtração. A produção que se segue difere daquela que conhecemos e que é tomada como matematicamente rigorosa. 278, 169 e 109 são números. Mas 11-1 e -1+10 não, pelo menos não em sua forma agrupada. Uma transformação de número para agrupamento de números e novamente para número.

O algoritmo da subtração é profanado. A resposta final converge para a solução matemática, mas e o processo?

> [...] pode isto?; pode-se inventar métodos?; como o método da Adriana funciona? Em respostas, questões: os métodos do empréstimo e da compensação já existiam ou foram inventados?; como funciona o da Adriana? (Rotondo & Cammarota, 2016, p. 6)

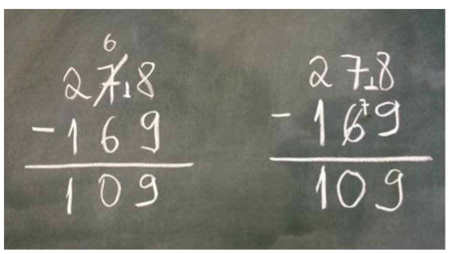


Figura 2: Subtração pelo Método do Empréstimo e pelo Método da Compensação
Fonte: produção própria.

Os elementos são matemáticos: números em uma base decimal, a operação da subtração. Que matemática acontece? Ou melhor seria perguntar: que prática acontece nessa profanação? Acontece uma prática que desloca um algoritmo que se mantinha no conjunto dos números naturais (o da “compensação” ou o do “empréstimo”) para um outro que invade o conjunto dos números inteiros.

Mas, o método funciona? Funciona! Mas não por fornecer um resultado correto…

> Funciona, por operar com a maquinaria dos objetos matemáticos e com o fazer pensar nascendo no pensamento e com a processualidade da formação Adriana. Respostas junto à maquinaria da produção matemática tornando-se outra. (Rotondo & Cammarota, 2016, p. 6)

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Aqui vale um destaque. Não qualificamos a prática inventada como um produto dos elementos postos sobre a mesa. Fazer isso seria construir outro território identitário. Não se trata disso. Trata-se da potência da profanação de um mundo convertido em matéria de estudo posto publicamente sobre a mesa. O encanto do método de Adriana está naquilo que não pode ser capturado pela matemática. A beleza do método de Adriana pode ser vista na profanação do rigor matemático, na magia de rasgar seus elementos inventando um mundo próprio.

Na escola como espaço público, a matemática é posta sobre a mesa em toda a sua mundaneidade, prenha de seu papel no cotidiano e das suas possibilidades de uso no mundo laboral. No entanto, não é a serviço desses papeis que tal matéria ali está. Ao ser suspensa e liberada de seus usos mundanos, uma matemática surge para ser operada. Brecha do tempo… Sobre a mesa, a matemática e sua linguagem. Sobre a mesa, a matemática e os modos como sujeitos são constituídos junto a ela. Sobre a mesa, a matemática e seus elementos que se mantém tradicionalmente ao longo da história e lhe dão alguma materialidade. Tais elementos matemáticos sobem à mesa em sua sacralidade disciplinar, em trajetórias históricas e epistemológicas traçadas, e, na escola como espaço público, pedem por profanação. Ainda que elementos matemáticos sejam postos sobre a mesa a partir de sua disciplinaridade, sua suspensão permite sua transdisciplinaridade. Não estão sobre a mesa somente postos, mas *dis-postos*, à espera de que sua *posição* sacra seja *deslizada*. Aqui, a possibilidade da invenção.

Nessa escola, metodologias deixam de ter seu foco sobre a *aquisição do conteúdo* para promoverem *práticas*. Trata-se mais de preparação de corpo para o manejo desses elementos do que de modos mais ou menos certeiros para garantir alguma aprendizagem. Aliás, nessa prática, não se pode saber previamente como alguém aprende ou por quais elementos uma implicação pode acontecer. Como nos ensina Deleuze (1988), “nunca se sabe de antemão como alguém vai aprender – que amores tornam alguém bom em Latim, por meio de que encontros se é filósofo, em que dicionários se aprende a pensar” (p. 270). Uma aprendizagem que, nas palavras de Arendt (2011, p. 40), situa-se em uma brecha intempestiva que:

> […] bem pode ser a região do espírito, ou antes, a trilha plainada pelo pensar, essa pequena picada de não-tempo aberta pela atividade do

ISBN 978-84-945722-3-4

> pensamento através do espaço-tempo de homens mortais e na qual o curso do pensamento, da recordação e da antecipação salvam o que quer que toquem da ruína do tempo histórico e biográfico. Este pequeno espaço intemporal no âmago mesmo do tempo, ao contrário do mundo e da cultura em que nascemos, não pode ser herdado e recebido do passado, mas apenas indicado; cada nova geração, e na verdade cada novo ser humano, inserindo-se entre um passado infinito e um futuro infinito, deve descobri-lo e, laboriosamente, pavimentá-lo de novo.

A educação nessa perspectiva está, então, atenta aos modos como respondemos às diferentes linguagens, subjetividades e materialidades *dis-postas*, como construímos nossa *respons-abilidade*[14]. Uma responsabilidade educacional sem conhecimento daquilo pelo qual se é responsável, “que não diz respeito ao que já conhecemos”, “que exclui e contradiz o cálculo” (Biesta, 2013, p. 100). Assim,

> […] não há, afinal, nenhuma garantia de que as pessoas responderão, nenhum mecanismo que possa nos fazer responder. É apenas uma possibilidade. Talvez sejamos seres vulneráveis, mas a vulnerabilidade nunca se traduz automaticamente em responsabilidade e ação responsiva. (Biesta, 2013, p. 100)

Adriana, vulnerável, responde. *Dis-põe* elementos reconhecíveis e inventa outros não antecipáveis. Pratica *uma* matemática e produz práticas nessa matemática. Toma elementos sacros e os profana, inventando sentidos numéricos e operatórios que, em suas micropolíticas, respondem. Aqui, a *respons-abilidade* de uma educação matemática em uma escola como espaço público: aquela “que não diz respeito ao que já conhecemos”, “que exclui e contradiz o cálculo” (Biesta, 2013, p. 100), mas que exige a tarefa laboriosa de pavimentar um caminho em espaço desconhecido: *como produzir e ser produzido nesse movimento?*

Referências bibliográficas

Arendt, H. (2011). *Entre o passado e o futuro*. São Paulo: Perspectiva.

Biesta, G. (2013). *Para além da aprendizagem:* educação democrática para o futuro humano. Belo Horizonte: Autêntica.

[14] Na tradução em português, busca-se adorar o jogo de palavras como em *response-ability*, capacidade de resposta. O autor discute, contudo, que a capacidade não é a essência última, a intencionalidade da educação escolar. Não é tornar alguém capaz, mas atentar-se para o modo como é capaz de responder; não se trata de epistemologia e metafísica, mas de ética e política (Biesta, 2013).

ISBN 978-84-945722-3-4

Deleuze, G. (1988). Diferença e repetição. Rio de Janeiro: Graal.

Larrosa , J. (2016). Dar la cara: notas sobre la escuela como espacio público. En Kohan, W.; Lopes, S. y Martins, F. (Eds.), *O ato de educar em uma língua ainda por ser escrita*, pp. 269-290. Rio de Janeiro: Nefi.

Pardo, J. L. (2010) Carta Abierta a Richard Sennet a propósito de 'La corrosión del carácter'. En Pardo, J. L. *Nunca fue tan hermosa la basura.* Madrid: Galaxia Gutenberg.

Rotondo, M. A. S. y Cammarota, G. (2016) Subtrair: escola-pesquisar produzindo formação. En *Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática*, 12, São Caetano do Sul, 2016. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática.

Simons, M. y Masschelein, J. (2014). *Defensa de la Escuela:* una cuestión pública. Buenos Aires: Mino y Dávila.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-781

ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA POR MEIO DE TEMAS GERADORES NO CONTEXTO DE UM BANCO COMUNITÁRIO

Renata Cristina Geromel Meneghetti - Douglas Felipe Giaquinto

rcgm@icmc.usp.br – douglas.giaquinto@gmail.com

Universidade de São Paulo - Brasil

Modalidad: CB
Nível educativo: Educação de Adultos
Núcleo temático: III Aspectos socioculturais da Educação Matemática
Palabras clave: Temas Geradores, Etnomatemática, Economia Solidária, Banco Comunitário

Resumo

Este artigo aborda o processo de ensino e aprendizagem de matemática integrado às ações de um Banco Comunitário (BC) e à comunidade local. Através desse processo busca-se por meio de uma abordagem contextualizada favorecer a emancipação das mulheres (membros desse grupo). A metodologia de investigação segue uma abordagem qualitativa, caracterizada como estudo de caso, e se dá por meio de oficinas pedagógicas desenvolvidas com base em uma proposta de um tema gerador, socialmente significativo ao grupo, a partir do qual ocorrem discussões e elaboração de situações-problema envolvendo elementos desse contexto. Tais oficinas têm por objetivo tornar o processo de ensino e aprendizagem de matemática desafiador e próximo à realidade dessas mulheres, incentivando a busca por formas diferentes de solução para as situações enfrentadas. Como principal resultado, observou-se que as oficinas de Educação Matemática foram importantes tanto em relação a uma melhor compreensão dos conhecimentos matemáticos como também para auxiliar estas mulheres a adquirirem maior autonomia nas atividades junto ao BC e à comunidade da qual fazem parte. Notou-se também que o ensino através da proposta de um tema gerador e de situações-problema neste contexto foi uma estratégia didática que potencializou a aprendizagem de matemática das envolvidas.

Introdução e pressupostos teóricos

Este trabalho é parte de um projeto maior da primeira autora em Educação Matemática no contexto da ES (Economia Solidária), que se dá em parceria com o NuMI-EcoSol: Núcleo Multidisciplinar e Integrados de Estudos, Formação e Intervenção em Economia Solidária da Universidade Federal de São Carlos/SP (UFSCar), responsável pela inserção e

ISBN 978-84-945722-3-4

acompanhamento de Empreendimentos Econômicos Solidários (EES). Neste artigo focamos um caso particular deste projeto, que se refere à continuidade de uma pesquisa de Educação Matemática no contexto da ES que está sendo desenvolvida junto a um Banco Comunitário (BC), a qual aborda o processo de ensino e aprendizagem de matemática de forma contextualizada focando novos conteúdos de matemática e visando sanar dificuldades específicas de suas colaboradoras no que se refere aos conhecimentos matemáticos, buscando uma melhora na capacidade de articular esses conteúdos com as atividades financeiras do banco.

A ES é uma alternativa para geração de trabalho/renda e fortalecimento social, pois privilegia o trabalho coletivo, a autogestão e o cooperativismo. Segundo Singer e Souza (2000, citado por Meneghetti, 2016, p.24) a ES possui base na propriedade coletiva do capital e na liberdade individual, valorizando igualmente os trabalhadores e tendo como resultado a solidariedade e a igualdade. Desta forma, a ES é entendida sinteticamente como: "[...] o conjunto de atividades econômicas- de produção, distribuição, consumo, poupança e crédito – organizadas e realizadas solidariamente por trabalhadores e trabalhadoras sob a forma coletiva e autogestionária." (Brasil, 2006, p.11).

Este artigo refere-se à presença das mulheres na ES, no contexto do BC, e ao papel desempenhado pela Educação Matemática neste empreendimento. O BC é uma organização sem fins lucrativos, criado com apoio do NuMI-EcoSol como meio para o desenvolvimento territorial, social e econômico do bairro no qual está localizado e entorno, através da ampliação do acesso de seus moradores a serviços financeiros solidários a baixo custo. Este banco é gerenciado por quatro mulheres e oferece serviços financeiros solidários para estimular e tornar mais acessíveis à geração de trabalho e renda. Além disso, o BC caracteriza-se como um instrumento de organização e estímulo ao desenvolvimento local; é ainda um empreendimento autônomo que se organiza de forma autogestionária.

> Por autogestión, en el sentido lato, se entiende el conjunto de prácticas sociales que se caracteriza por la naturaleza democrática de las tomas de decisión, que favorece la autonomía de un "colectivo". En un ejercicio de poder compartido, que califica las relaciones sociales de cooperación entre personas y/o grupos, independientemente del tipo de estructuras organizativas o actividades, dado que expresan intencionalmente relaciones sociales más horizontale. (Albuquerque, 2004, p. 39)

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Como nem todas as mulheres possuem um vínculo empregatício, o BC proporciona trabalho e renda essencial para as envolvidas. Nesse contexto, propomos um trabalho em que a Educação Matemática ocorra de forma democrática e com participação dos educandos no processo educativo. Assim, buscamos utilizar o saber matemático como meio de favorecer a emancipação deste grupo, abordando processos (de ensino e aprendizagem de matemática) integrados às ações do BC e às necessidades da comunidade local. Considera-se relevante destacar que a análise do contexto no qual as mulheres estão inseridas contribuiu para o seu processo de ensino e aprendizagem. Tendo em vista estas considerações, o diálogo e a relação horizontal entre pesquisador e sujeitos de pesquisa permite uma reflexão para a construção de momentos de discussões que geram questionamentos acerca de como funcionarão as oficinas de Educação Matemática e o conteúdo matemático que será abordado. Considerando e valorizando os saberes de cada mulher, o uso da Resolução de Problemas possibilitou que as oficinas de Educação Matemática ocorressem de forma de forma diferenciada, pois era possível apresentar os conceitos e sua aplicabilidade, concomitantemente.

> A Resolução de Problemas é um método eficaz para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem podem ser desenvolvidos através de desafios, problemas interessantes que possam ser explorados e não apenas resolvidos. (Lupinacci & Botin, 2004, p. 1).

Atrelada à resolução de problemas, fez-se uso de alguns dos pressupostos teóricos da Etnomatemática, ao reforçar a aproximação do educador e educando, respeitando e levando em consideração os interesses culturais e sociais das mulheres do BC. De acordo com D'Ambrosio, a Etnomatemática é compreendida como a arte ou técnica de entender a realidade, dentro de um contexto cultural próprio. A cultura diz respeito a um conjunto de conhecimentos compartilhados e comportamentos compatibilizados sobre a realidade (o *matema*) que se manifesta nas maneiras (nas *ticas*) próprias ao grupo, à comunidade (ao *etno*), isto é, na sua Etnomatemática (D'Ambrosio, 1996, 2001). Ainda sobre D'Ambrosio, a Etnomatemática pode ser definida como a: "[...] matemática praticada dentro de um grupo cultural identificável, tal como sociedades nacionais tribais, grupos de trabalho, categorias de crianças de uma certa faixa etária, classes profissionais, classes trabalhadoras, etc." (D'Ambrosio , 1990, p.18).

ISBN 978-84-945722-3-4

Entendemos, tal como destacado em Meneghetti (2013), que atuações em Educação Matemática para EES podem estar respaldadas na Etnomatemática ao se abordar a matemática de forma contextualizada e respeitando os interesses culturais e sociais dos membros de cada EES. Nesse processo, compreende-se “[...] que a aprendizagem pode se dar de forma significativa, porque respeita os anseios dos grupos, suas necessidades e parte dos conhecimentos utilizados em seus afazeres junto aos EES.” (Meneghetti, 2013, p.547). Uma maneira que encontramos de se trabalhar nesta direção foi através de temas geradores. De acordo com Paulo Freire, temas geradores são como uma proposta de método de ensino. Para o autor,

> [...] O que se pretende investigar, realmente, não são os homens, como se fossem peças anatômicas, mas o seu pensamento-linguagem referido à realidade, os níveis de sua percepção desta realidade, a sua visão do mundo, em que se encontram envolvidos seus "temas geradores. (Freire, 1987, p. 49).

Aspectos metodológicos

A metodologia de investigação segue uma abordagem qualitativa, caracterizada como estudo de caso (Lüdke & André, 1986) e se dá por meio de oficinas desenvolvidas junto às mulheres do BC no contexto da Educação Matemática em sua vertente Etnomatemática, além de se considerar a resolução de problemas em um contexto de trabalho desafiador e motivador; dados que se encontram registrados no diário de campo do pesquisador. As oficinas em Educação Matemática, planejadas e discutidas pelos autores desse trabalho, foram realizadas com as quatro mulheres do BC, no período de março a dezembro de 2016, com duração de 3 horas semanais e tiveram como principal finalidade, com base nos princípios da Etnomatemática, ensinar conceitos matemáticos necessários, através de um tema gerador, de modo a contribuir para a autonomia, autoconfiança e poder de decisão dos membros desse EES. Os dados foram registrados em diário de campo do pesquisador aplicador[15] (segundo autor deste trabalho).

Desenvolvimento

Desenvolvemos empiricamente resolução de problemas baseada num núcleo familiar fictício, no qual foi proposto às quatros mulheres a construção do orçamento mensal de uma família. Este foi, portanto, o tema gerador da proposta ora apresentada. Ao longo das oficinas em

[15] O segundo autor está atuando junto ao BC por meio de projeto de iniciação científica sob orientação da primeira como apoio da Pró-Reitoria de Graduação da USP.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Educação Matemática, situações do próprio cotidiano das mulheres foram suficientes para despertar o interesse delas em conhecer mais sobre juros e descontos, assuntos que foram abordados de forma a se trabalhar matemática financeira, tão necessária ao contexto do BC. A proposta da oficina era mostrar que a Educação Financeira é parte indispensável da formação de qualquer cidadão. Com ela é possível se ter um planejamento familiar estruturado. Não muito distante da realidade destas mulheres, a matemática financeira é uma ferramenta útil na análise de algumas alternativas de investimento ou até mesmo para se efetuar um empréstimo no BC. Para melhor compreensão de assuntos que envolvam matemática financeira, alguns conceitos, como porcentagem e regra de três simples foram trabalhados incialmente como uma revisão, visto que já haviam sido abordados em oficinas anteriores. Com a revisão feita, para a nova proposta, o passo inicial foi fazer a leitura da tabela do suposto quadro familiar e discutir se a família teria uma renda extra, se a casa seria alugada, quais os possíveis gastos desta família, etc.

Tabela 1 – Núcleo Familiar

Membro	Idade	Profissão	Salário
Augusto (Pai)	51	Garçom	1800,00
Pamela (Mãe)	46	Doméstica	850,00
Rafael (Filho)	11	Estudante	0
Vitória (Filha)	7	Estudante	0

Fonte: Própria: tabela proposta no início da oficina pedagógica

Em relação à renda, o grupo de mulheres do BC propôs que além das listadas no quadro acima a família também recebia R$150,00 de aluguel da garagem da casa. Com isso a receita familiar era de R$ 2.800,00 mensais. Para que fosse elaborada uma tabela com os gastos mensais desta família, solicitou-se que elas levantassem primeiro seus próprios gastos familiares mensais, como por exemplo, conta de luz, agua, IPTU (Imposto Predial e Territorial Urbano), aluguel, entre outros, como base para poder sugerir possíveis valores de gastos da tal família. A ideia era evidenciar que não é preciso ter uma formação sólida em matemática ou um diploma para aprender a controlar as finanças de uma família, algo que elas já estão habituadas e lidam com frequência, porém faz-se importante fazer isso com consciência e reflexão. O passo seguinte se dava por um cálculo simples, somar o quanto se ganha e subtrair deste valor o quanto se gasta. Assim, era possível descobrir se a família está desembolsando mais do que ganha, o que visivelmente poderia acarretar em possíveis dívidas, ou se a renda superava as despesas, o que permitiria introduzir conceitos de poupar e investir. Para tal, propôs-se a elaboração de um planejamento financeiro, para se ter um controle de todo dinheiro que entra e sai durante o mês de forma clara e transparente. Para isso, fez-se uso de tabelas a fim de organizar possíveis gastos em categorias: gastos

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

fixos[16], gastos variáveis[17] e gastos arbitrários[18]. A partir disso, foram pensados em conjunto com elas quais seriam as prioridades de gastos e juntas chegaram à conclusão que são os itens relacionados à sobrevivência, ou seja, todas as despesas de moradia e alimentação foram classificadas como as mais importantes. Porém, existem gastos que uma familia não tem necessariamente todos os meses, e por isso foi criado uma categoria como gastos arbitrários que muitas vezes estão relacionados com o bem estar da familia. Custos de bem estar estão relacionados à manutenção da saúde, às necessidades de lazer e pequenos agrados. Eleger os itens mais importantes teve um papel significativo, pois foi possível através de um gráfico de setores visualizar os percentuais de cada categoria e seria possível configurá-lo caso retirassem alguns gastos. Além disso, nesta atividade, foi possível também, introduzir a ideia do uso de planilhas (confeccionadas por meio do Excel) para registro dos gastos.

Quadro 1 – Orçamento familiar

Gastos Fixos	**Valores**
Doação para uma ONG	20,00
Mensalidade Celular	40,00
Mensalidade Notebook	120,00
Cursos	80,00
Seguro do Carro	112,00
IPTU	57,00
Mensalidade do Carro	475,00
IPVA	82,00
Gastos Variáveis	
Padaria	100,00
Alimentação	600,00
Luz	128,00
Água	55,00
Internet	30,00
TV	30,00
Telefone fixo	10,00
Telefone celular	30,00
Gás	34,00
Gasolina	110,00
Gastos Arbitrários	
Mesada para os filhos	20,00
Viagens	100,00
Restaurante	120,00
Presentes	100,00
Dentista	200,00
Total	**2653,00**

[16] Nesta categoria incluem-se todas as despesas que têm o mesmo montante mensalmente.
[17] Refere-se às contas que se paga todo mês, mas que podem ter valores diferentes.
[18] Gastos que não precisam ser feitos mensalmente.

ISBN 978-84-945722-3-4

Fonte: Própria: elaborada durante a aplicação da oficina pedagógica

Com esta tabela teve-se dados do quanto esta família gastava por mês. Considerando apenas os gastos fixos e variáveis a família teria uma sobra de R$ 687,00. Por outro lado, se fossem considerados os gastos fixos, variáveis e arbitrários a familia teria uma sobra de R$ 147,00. A partir disso, foi decidido entre as mulheres que R$100,00 mensais seriam destinados para a poupança da família fictícia, o que representaria menos de 4% da renda mensal. A proposta era estimular que as próprias mulheres terminassem de construir a história para a família fictícia, no entanto, houve certo estranhamento, pois elas estavam acostumadas a trabalhar com atividades mais direcionadas. Por conta disso, o pesquisador propôs que se completasse a atividade considerando a seguinte situação:

Se passaram 2 anos e infelizmente a mãe perdeu o emprego. Como sua vizinha vende artesanato na feira da praça XV e é associada à Economia Solidária, achou interessante e procurou conhecer um pouco mais. Como é moradora do bairro Jd. Gonzaga viu a possibilidade de pedir um empréstimo no BC para criar algum empreendimento e quem sabe vender seu produto na praça XV. Mas não tinha ideia do que fazer, então decidiu esperar um pouco mais até porque estava no seguro desemprego válido por 4 meses. Para piorar a situação, a família recebeu uma multa por dirigir sem a CNH (Carta Nacional de Habilitação). Planeje o orçamento da família e recalcule seu objetivo se necessário, não esqueça que a família poupava um dinheiro todo mês e a juros compostos de 5% a.a. Com isso talvez seja necessário fazer cortes no orçamento para continuar juntando o mesmo valor do dinheiro na poupança.

A partir disso analisou-se quanto a família fictícia tinha guardado no banco ao longo dos dois anos e se o que ela tinha reservado seria suficiente para abrir empreendimento e em que área, se seria necessário emprestar do banco ou não, etc. A realização desta atividade permitiu que as mulheres notassem que esse tipo de operação matemática era feito dentro de suas casas, com isso ficou evidente que o adulto, independente da sua bagagem conceitual, possui um conhecimento fundamentado em suas experiências de vida, a qual pode ser considerada em atividades educacionais.

Resultados e considerações finais

Com as oficinas de Educação Matemática, notou-se que é possível potencializar o ensino e a aprendizagem de matemática quando esta se apresenta vinculada a sua utilidade para os sujeitos em aprendizagem. A abordagem utilizada, que se deu através de um tema gerador (sócio culturalmente significativo ao grupo) e por meio de situações-problema nesse

ISBN 978-84-945722-3-4

contexto, tem se mostrado como uma estratégia didática que potencializa o ensino e a aprendizagem de matemática. As oficinas de educação matemática, com a abordagem utilizada, auxiliou o grupo no desenvolvimento de autonomia, poder de decisão e confiança para as atividades desempenhadas no BC.

Acreditamos e notamos que, projetos tal como o focado neste trabalho, refletem numa mudança que poderá gerar transformações positivas de como desempenhar as mesmas atividades de uma forma mais significativa e trazendo benefícios para o BC e ainda fazendo diferença na vida presente e futura dessas mulheres, pois o trabalho dentro do BC causa um impacto positivo na vida de muitos moradores da comunidade local.

Agradecimentos: Os autores agradecem à Pró-reitoria de Graduação da Universidade de São Paulo (Programa Unificado de Bolsas de Estudos); e a todos que participaram diretamente ou indiretamente deste trabalho, principalmente à aluna Bianca Denadai, que aplicou situações-problema envolvendo orçamento financeiro no contexto escolar através do programa PIBID (Programa de Institucional de Bolsa à Iniciação à Docência) e que inspirou uma aplicação neste novo contexto.

Referencias bibliográficas

Albuquerque, P. (2004). Autogestión. In A. D. Catanni (Org.) *La otra economia* (pp. 39-46). Traducción: Lucimeire Vergilio Leite. Revisión de la edición en español: Susana Hintze. Argentina: Editorial Altamira.

Brasil. Ministério do Trabalho e Emprego (2006). *Atlas da Economia Solidária no Brasil 2005*. Brasília: MTE/SENAES.

Cóser Filho, M. S. Aprendizagem da matemática financeira no Ensino Médio: uma proposta de trabalho a partir das planilhas eletrônicas (2008). Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Recuperado em 20 de janeiro de 2016, de http://www.mat.ufrgs.br/ppgem/produto_didatico/sequencias/coser/dissertacao_coser.pdf

D'Ambrosio, U. (1996). *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus.

D'Ambrosio, U. (2001). *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Minas Gerais: Autêntica.

ISBN 978-84-945722-3-4

D'Ambrosio, U. (1990). *Etnomatemática: Arte ou técnica de explicar e conhecer*. São Paulo: Ática.

Freire. P (1987). *Pedagogia do oprimido* (17a ed.). Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Lupinacci, M. L. V., & Botin, M. L. M. (2004). Resolução de problemas no ensino de matemática. In *8 Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-5). Recife, PE.

Meneghetti, R. C. G. (2013). A Teoria da Auto-organização, a Economia Solidária e a Etnomatemática: a aprendizagem como fator comum**.** *Acta Scientiae***,** *15*(3), 535-550.

Meneghetti, R. C. G. (2016). *A Educação Matemática no Contexto da Economia Solidária* (1a ed.). Curitiba: Appris.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-785

UNA EXPERIENCIA SOBRE EL USO DEL FORO ONLINE EN CURSOS DE ALGEBRA UNIVERSITARIA: UNA POSIBILIDAD PARA FAVORECER LAS COMPETENCIAS DE COMUNICACIÓN Y ARGUMENTACIÓN

Aurora Olivieri – Sabrina Garbin
olivieri@usb.ve– sgarbin@usb.ve
Universidad Simón Bolívar - Venezuela

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y el aprendizaje
Modalidad: CB
Nivel educativo: Universitario
Palabras clave: Álgebra, foro, argumentación, comunicación

Resumen

En esta comunicación presentamos a partir de un estudio de caso, parte del análisis de una experiencia realizada con un grupo de estudiantes universitarios de matemáticas y física, que cursaron Álgebra I, II y III a través de una metodología mixta: clase formal en aula y apoyo tecnológico a través de las plataformas OSMOSIS. Nos motiva el estudio, los pocos trabajos exploratorios que hemos encontrado en cuanto al beneficio del uso específico del foro online en Álgebra universitaria, para discutir conjeturas, resolver problemas algebraicos o demostrarlos, y por la resistencia manifiesta de profesores en cuanto al uso del foro por la complejidad de la escritura simbólica formal a partir de un procesador de palabras. Ante la hipótesis, que la etapa en que comienzan los alumnos en Álgebra I, es la de transición entre el PME y el PMA (Tall, 1995, 2013), con necesidad de adquirir mayor competencia en cuanto a comunicación matemática y argumentación, hemos encontrado indicios que la variedad de lenguajes, notaciones algebraicas e instrumentos usados por los estudiantes en el foro para superar dificultades, favorece dichas competencias matemáticas y hacen que las notaciones formales resulten más significativas.

Fundamento teórico del estudio

La experiencia se circunscribe en el segundo año de Universidad, en los cursos de Álgebra I, II y III para matemáticos y físicos. Los estudiantes tienen edades comprendidas entre 18 y 20 años aproximadamente. Considerando el tipo de educación matemática del sistema escolar venezolano y estas edades, podemos afirmar que los alumnos involucrados en la experiencia, se encuentran en la franja cognitiva llamada de transición entre el Pensamiento Matemático Elemental (PME) y el Avanzado (PMA) (Garbin, 2005, 2015). Esto es particularmente importante debido a que, desde el punto de vista cognitivo, estos alumnos requieren de un

ISBN 978-84-945722-3-4

proceso de reconstrucción, que supone por un lado, el paso de "describir" a "definir", y por otro, el paso de "convencer" a "demostrar" (Tall, 1995). Tall (2013), retoma este proceso, reconociendo el desarrollo diferente de la demostración aritmética a la algebraica. Afirma que a la larga, la demostración simbólica se hace más complicada, debido a que en la aritmética muchas propiedades pueden deducirse de las propiedades de números, muchas manipulaciones algebraicas son basadas en "reglas aritméticas". Sin embargo, en el nivel avanzado las estructuras son definidas basándose en axiomas y deducciones de la teoría de conjuntos que conducen a la prueba formal.

Esta transición, requiere además de lo dicho, un paso de construcción y reconstrucción en el tipo de argumentación matemática, en un uso específico de símbolos y formalidades comunicativas. La argumentación puede en un principio apoyarse o presentarse en generalizaciones aritméticas, usarse técnicas pictóricas, argumentos visuales. Este tipo de demostración es llamada por Tall (2013, p. 196) "embodied proof", y que podríamos traducir "demostración representada", no responde a la rigurosidad que los matemáticos desean con la "demostración formal".

Dumas y McCarthy (2007) en su libro Transition to Higher Mathematics, Structure an Proof, en efecto, reconociendo la transición afirman "Los matemáticos han alcanzado, después de milenios de luchas y argumentos, un acuerdo generalizado (si no universal) sobre lo que constituye un argumento matemático aceptable (…) en este libro, trataremos de enseñarle qué es una prueba: qué nivel de argumento se considera convincente, qué se considera excesivo y qué nivel de detalle se considera demasiado (…) El propósito de este libro es presentarles la cultura, el lenguaje y el pensamiento de los matemáticos" (p.2)

Nuestros estudiantes, se encuentran entonces, en la etapa que Tall expresa como un paso desde la mezcla entre la experiencia simbólica y "demostración representada" presente en la matemática teórica, a una estructura de pensamiento basada en las definiciones formales y la demostración formal, propio de la matemática formal.

ISBN 978-84-945722-3-4

Esto nos hace considerar como hipótesis, sumado a la dificultad de escribir en lenguaje matemático en un foro en línea, que el uso de esta herramienta es un potencial para favorecer el paso de un estadio a otro, “apremiar” en los estudiantes el aprendizaje y el uso de diferentes argumentaciones y representaciones para poder comunicarse, e impulsar el aprendizaje del uso formal riguroso en su justa medida.

Algunos referentes y antecedentes

Además de la importancia cognitiva antes mencionada en cuanto a su reconstrucción, si nos centramos en las competencias a desarrollar en la formación del matemático, el proyecto Tuning América Latina (2007) (http:// tuning.unideusto.org./tuningal) nombra entre otras, en cuanto a las competencias genéricas: Habilidades en el uso de las TIC´s; y específicas: capacidad para construir y desarrollar argumentaciones lógicas con una identificación clara de hipótesis y conclusiones, capacidad para expresarse correctamente utilizando el lenguaje de la matemática y capacidad para formular problemas en lenguaje matemático, de forma tal que faciliten su análisis y solución. Por nuestro interés de la etapa universitaria no nombramos la importancia que el NCTM (2000) le ha dado a la introducción de las TIC´s en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y para el desarrollo de habilidades y destrezas de los estudiantes en todas las etapas hasta la preuniversitaria,

Lo que si podemos afirmar es que en los últimos años se ha dado mucha importancia en ambas etapas, escolaridad preuniversitaria, y en la universitaria a raíz del proyecto Tuning, el uso de redes de computadoras, software como el Cabri, Geogebra, Sketchpad, Matlab, entre otros y en especial el Internet y más recientemente el uso de ciertas plataformas educativas que cada universidad ha evaluado, en la nuestra Aula Virtual a través de Osmosis.

Sin embargo, si bien hay bastante bibliografía sobre el tema de las TIC’s, hemos encontrado poca en Iberoamérica, pero no hemos encontrado en relación al Álgebra formal en el nivel Universitario en relación al caso específico del uso del foro.

Juárez, Chamoso y González (2015) recogen y citan algunos antecedentes dentro de un contexto de foro virtual, y aunque ni el tipo de matemática ni estudiantes corresponden a los

ISBN 978-84-945722-3-4

nuestros, podemos resaltar algunos de los hallazgos. Nason y Woodruff (2003) afirman que en un contexto de este tipo, enriquece en los estudiantes la comprensión de la naturaleza y el discurso de las matemáticas, y la búsqueda de la compresión colectiva de los conceptos claves matemáticos.

Juárez, Chamoso y González (2015) se interesan en analizar las interacciones de estudiantes de ingeniería al realizar una actividad de modelación matemática. Se basan en algunos trabajos de Llinares y Valls (2009) y Silva y Gross (2007), específicamente en los modelos de interacción de Llinares y Valls, adaptado. Evidenciaron niveles bajos y medios de interacción, pero confirman los resultados de Nason y Woodruff antes nombrados, y la necesidad de introducir elementos para poder obtener mayores interacciones entre los estudiantes.

Roig, Llinares y Penalva (2011) en el área de investigación de la formación de profesores en matemáticas, analizan estructuras argumentativas, pero referidas a la competencia docente "mirar con sentido". Recopilan líneas de investigación que se interesan a tratar de categorizar los patrones de discusión matemáticas (Cobb y Bauersfeld, 1995), o a caracterizar los tipos de iteración que se establece en el aula de clases (Voigt, 1995). Roig , Llinares, y Penalva, tratan de llevar en el contexto online de un foro, la búsqueda de caracterización de la estructura argumentativa en un debate en línea, lo cual ha sido su resultado. Llinares, (2012) extiende y profundiza los desafíos que deja a la didáctica de la matemática la incorporación de entornos en línea, o entornos b-learning, en todo lo relacionado a las interacciones, estructuras argumentativas, construcción del conocimiento matemático, enfocado a la mirada de las competencias de un profesor de matemáticas. Los resultados alientan la importancia del uso de este tipo de estrategias para poder desarrollar la competencia que a los autores interesa en la investigación.

Metodología

Contexto y participantes

La experiencia se desarrolla durante tres trimestres en los que se imparten los programas de Álgebra I, II y III, del segundo año de Universidad, para matemáticos y físicos. El primer

ISBN 978-84-945722-3-4

programa corresponde a Álgebra Abstracta (Números y Polinomio) y los dos últimos a Álgebra Lineal. Cada trimestre dura 12 semanas, con tres clases semanales de 2 horas cada una, 2 de teoría y 1 de práctica. Los tres cursos se dictaron en modalidad mixta (b-learning), con el apoyo de un Aula Virtual de la Universidad. La plataforma utilizada es GNU/Osmosis, un Sistema para la Gestión del Aprendizaje (SGA) basado en las versiones estables de Dokeos y Caroline, que permite escribir ecuaciones matemáticas en Latex. Los foros se destinan como un espacio de práctica voluntario y no evaluado, organizados con la estructura del temario en tres espacios independientes, uno para cada asignatura. En los 3 cursos formales participaron en total 68 alumnos. En la siguiente tabla se muestra la variación de alumnos en cuanto a permanencia e incorporación en las materias.

1er trimestre (47)	**2do trimestre (33)**	**3er trimestre (31)**
47	22 *desde Algebra I*	14 *desde Algebra I*
	11 *Nuevos*	7 *desde Algebra II*
		10 *Nuevos*

Metodológica de análisis

Para analizar la experiencia se elige el estudio de casos (Stake, 1998), el carácter es exploratorio, de tipo interpretativo y descriptivo. Stake afirma que en este tipo de metodología, el investigador elige varios casos de situaciones extremas de un contexto de objeto de estudio. Al maximizar sus diferencias, se hace que afloren las dimensiones del problema de forma clara. Para poder elegir los estudiantes objeto de estudio, se utilizan todas las interacciones de los estudiantes, guardadas en el foro de la plataforma virtual. Al estructurarlas y organizarlas se evidencia que la participación de los estudiantes fueron variadas. Las más relevantes se han categorizado en: (a) expresar una duda sobre el enunciado del problema; (b) preguntar sobre alguna estrategia para comenzar; (c) proponer una solución parcial o completa del problema; (d) comentar alguna solución propuesta por otro compañero para apoyarla o disentir del razonamiento propuesto. Con relación al tipo de comunicación usada se evidencia: (a) Envía foto de cuaderno, pizarra o lugar de trabajo; (b) Envía documento en cualquier editor o en latex, usa una nube, (c) Usa el editor del foro directamente y (d) Interactúa de forma relevante. Tomando en cuenta las diferencias que se observan en los estudiantes, en cuanto a la variedad de pertenencias o no a las categorías antes mencionadas, los elegidos para el estudio:

ISBN 978-84-945722-3-4

Marco: Participa en los tres cursos. Hace un uso excepcional del editor. Para la presentación de sus ejercicios se vale de imágenes, Latex y el resaltado de ideas, apoyándose en el cambio de fuente, letra itálica o negrillas. Luis Leonel: Participa en los tres cursos. Se mantiene con el uso del editor del foro. Usa la descripción de los símbolos, en lugar de latex, o una notación propia para responder. Mantiene una participación elevada durante los tres cursos. Héctor: Participa en los tres cursos. Sus intervenciones son más frecuentes en el primero de ellos. Destaca porque siempre responde con documentos en pdf, pero se vale de diferentes plataformas para presentar sus respuestas, entre ellas: blog, google drive y página web. Daniel: participa en los tres cursos. La mayoría de sus intervenciones son realizadas usando fotos de una pizarra donde sacaba sus cuentas, utiliza también el editor de texto del foro y latex. Yaher: se integra en álgebra 2. Tiene alta participación y desde el principio presenta sus documentos con el uso de Latex. Su participación destaca porque atiende las observaciones que se le hacen y presenta el documento con ellas. Siria: Ella se une al grupo en álgebra 3. Su participación es elevada y en todas ellas utiliza el editor del foro.
Estas dos últimas estudiantes, fueron elegidas para evidenciar que la participación de los estudiantes no está sujeta a que se habitúe a la herramienta o el aprendizaje natural del grupo.

Algunos hallazgos a modo de conclusión

A raíz de la poca extensión del artículo, no podemos dar ejemplos de todos los hallazgos. Presentamos sólo algunos y apoyándonos en los anexos. La metodología de análisis y la elección de los estudiantes, ya nos describe algunos hallazgos. El no conocer el uso del Latex no frena necesariamente las interacciones de los usuarios en el foro, no necesariamente obliga a los estudiantes a usarlo y tampoco influencia el aprendizaje natural del grupo, a pesar de la complicada simbología algebraica formal.

Por otra parte el análisis de las interacciones muestra que usar lenguajes distintos, formales, naturales, representaciones, hace dudar al usuario si una demostración es cierta o no, aunque los argumentos sean los mismos. Un ejemplo es el caso de Héctor y María, que intentan demostrar "*Si (a,b)=1, a|1 y b|c entonces ab|c*" (Anexo 1). A través del foro se confirman.

ISBN 978-84-945722-3-4

Una vez que se avanza en el tema comunicativo y el uso de los lenguajes, los estudiantes aprenden a corregirse entre ellos, a darse sugerencias; y a responder un mismo problema. Interesante, es el caso en que se quiere demostrar usando inducción que "*si* $a \equiv b$ *(mod n) y* $m>0$ *entonces* $a^m \equiv b^m$ *(mod n)*", con Hector, María y Linfray (Anexo 2).

No todos los problemas planteados, se logran resolver en la misma discusión. Por ejemplo, la demostración de "*Demuestre que si A pertenece a* $\mathrm{M}_{nxn}(\mathbb{F})$ *satisface AB = BA para todo B*$\in \mathrm{M}_{nxn}(\mathbb{F})$, *entonces A es un múltiplo escalar de la identidad*" necesitó varias semanas de discusión en el foro y en clase (Anexo 3). Es un ejemplo de la importancia de la modalidad mixta (b-learning) y refuerza lo que afirma Llinares (2012) en cuanto a la importancia de los entornos en línea, en todo lo relacionado a las interacciones, estructuras argumentativas, pero en nuestro caso, de la construcción del conocimiento algebraico de alumnos de matemáticas y física.

Hasta ahora hemos observado indicios que van confirmando nuestra hipótesis. Para terminar la experiencia se solicitó a los estudiantes que dieran su opinión. Marco escribió:

> "El estudio del álgebra requiere cierto grado de madurez, es decir, la manera en que el estudiante escribe es fundamental. Antes de cursar álgebra no hay muchas oportunidades para desarrollar la formalidad de la escritura matemática. En álgebra aprendemos a escribir matemáticas, y con el "feedback" en los foros, los estudiantes podemos corregir nuestros errores. Las actividades en el foro me han ayudado a mejorar mi escritura, practicar con diversos ejercicios de todo tipo de complejidad y he empleado el lenguaje LaTeX que considero, es fundamental que todo matemático lo domine".

Queríamos ver si el uso de la herramienta del foro favorece el paso del PME al PMA. Hemos visto que hay indicios que hacen pensar que ciertamente el uso del foro "apremia" el uso y discusión de diferentes argumentaciones y representaciones para poder comunicarse, e impulsar el aprendizaje del uso formal riguroso en su justa medida para esta etapa de enseñanza y aprendizaje.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Referencias bibliográficas

Cobb, P. y Bauersfeld, H. (eds.) (1995), *The emergence of Mathematical meaning: interaction in classroom cultures.* Hillsdale: NJ, Erlbaum.

Dumas, B. y Mc. Carthy. (2007). *Transition to higher mathematics.* New York, NY: McGraw-Hill.

Garbin, S. (2005). ¿Cómo piensan los alumnos entre 16 y 20 años el infinito? La influencia de los modelos, las representaciones y los lenguajes matemáticos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *8* (2), 137-153.

Garbin, S. (2015). Investigar en pensamiento matemático avanzado. En Ortiz J. y Iglesias, M. (Eds.), *Investigaciones en educación matemática. Aportes desde una unidad de investigación* (pp. 137-153). Maracay, Venezuela: Universidad de Carabobo.

Juárez, J., Chamoso, J.M. y González, M.T. (2015). La interacción en foros virtuales en el desarrollo del proceso de modelación matemática 2 con estudiantes de ingeniería. XIV CIAEM-IACME. Chiapas, México. Recuperado de http://ciaem-redumate.org/memorias-ciaem/xiv/pdf/Vol4Tech.pdf.

Llinares, S., y Valls, J. (2009). The building of pre-service primary teachers' knowledge of mathematics teaching: interaction and online video case studies. *Instructional Science*, *37* (3), 247-271.

Llinares, S. (2012). Construcción de conocimiento y desarrollo de una mirada profesional para la práctica de enseñar matemáticas en entornos en línea. *AIEM. Avances de investigación en Educación Matemática*, (2), 53-70.

Nason, R., & Woodruff, E. (2003). Fostering Authentic, Sustained, and Progressive Mathematical Knowledge-Building Activity in Computer Supported Collaborative Learning (CSCL) Communities. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, *22* (4), 345-363.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Proyecto Tuning América Latina (2007). Recuperado de http://tuning.unideusto.org./tuningal/

Roig, A., Llinares, S. y Penalva, M.C. (2011). Estructuras argumentativas de estudiantes para profesores de matemáticas en un entorno en línea. *Educación Matemática*, *23* (3), 39-65.

Silva, J., y Gros, B. (2007). Una propuesta para el análisis de interacciones en un espacio virtual de aprendizaje para la formación continua de los docentes. *Revista Electrónica Teoría de la Educación: Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, *8* (1), 81-105.

ISBN 978-84-945722-3-4

Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.

Tall, D. (1995). Cognitive Growth in Elementary and Advanced Mathematical Thinking. *Plenary lecture, Proceedings of PME 19*. Recife, Brasil. I, 61– 75. Recuperado de http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/pdfs/dot1995b-pme-plenary.pdf

Tall, D. (2013). *How humans learn to think mathematically.* Cambridge: University Press.

Voigt, J.(1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. En P. Cobb y H. Bauersfeld (Eds.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in class-room cultures* (pp. 163-199). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates, Pub.

UNA EXPERIENCIA SOBRE EL USO DEL FORO ONLINE EN CURSOS DE ALGEBRA UNIVERSITARIA: UNA POSIBILIDAD PARA FAVORECER LAS COMPETENCIAS DE COMUNICACIÓN Y ARGUMENTACIÓN

Anexo 1

Problema 1: Si (a,b)=1, a|c y b|c entonces ab|c.

Héctor respondió: "No lo puedo colocar bien aquí.... vayan a demostracionesmath.blogspot.com". En el blog, se puede ver una imagen con la siguiente demostración: "(…) Tenemos una demostración tipo directa; desarrollamos la tesis tomando como cierta la hipótesis, así: ab|c sii ∃ k ∈ Z / c=abk, a,b ∈ Z. Por hipótesis, (a,b)=1 → 1|a y 1|b, 1|(sa+tb) con s,t ∈ Z luego 1=sa+tb. Por hipótesis, a|c y b|c → sii c=aq (1) y c=bi (2) con q,i ∈ Z.

(1) c=aq (por definición)
    bc=baq (multiplicación en Z, por b)
    bc=abq (conmutativa en Z)

(2) c=bi (por definición)
    ac=abi (multiplicación en Z, por a)

Así, bc=abq → ab|bc (por definición, análogamente)
    ac=abi → ab|ac (por definición)

Luego, ab|(sac+tbc) (por definición) con s,t ∈ Z

Finalmente, ab|(sac+tbc)=c(sa+tb)=c(a)=c → ab|c (…)".

ISBN 978-84-945722-3-4

María respondió: “Yo lo demostré de una manera distinta, me gustaría saber si está bien. Si a|c, b|c y (a,b)=1 entonces ab|c. Primero, por hipótesis tenemos que: c=ak, c=bq, as+bt=1; con k,q,s,t enteros. Ahora de la identidad de Bezout obtenemos: cas+cbt=c (multiplicamos por c), pero sabemos que c se puede escribir de dos maneras distintas que incluyen tanto a "a" como a "b" (por hipótesis de divisibilidad). Si sustituimos convenientemente los valores en la ecuación nos queda algo de la forma: c= (bq)(as)+(ak)(bt). Por propiedad conmutativa en los enteros tenemos que: c=(ab)(qs)+(ab)(kt). También sabemos que: ab|(ab)(qs) y que ab|(ab)(kt) y por propiedad (a|b y a|c entonces a|sb+tc ; s,t enteros) tenemos que: ab|(ab)(qs)+(ab)(kt)=c . Por tanto queda demostrado que ab|c.”

Problema 2: Sea (a,b)=d y d=as+bt. Entonces (s,t)=1.

María respondió: “Yo lo pensé así (…) Primero si dividimos la identidad de Bezout por "d" (se puede hacer porque tanto "a" como "b" son divisibles entre "d") nos queda: 1=(a/d)s+(b/d)t . Ya sabemos que (a/d, b/d)=1, pero si consideramos que tanto a/d como b/d son enteros cualquiera y los llamamos así: a/d=k y b/d=q, obtenemos lo siguiente 1=ks+qt y como lo demostramos en clase esto implicaría que "s" y "t" son coprimos. Yo lo veo como que el 1 no sólo es una combinación lineal de "k" y "q" sino que también es, al mismo tiempo, una combinación lineal de "s" y "t".”

Héctor respondió, en el mismo blog, así: “(…) Por hipótesis, (a,b)=d entonces d|a y d|b (por definición). Si d|a entonces a=dk (1) y si d|b entonces b=ds (2) con a,b,k,s ∈ Z (…)

sumamos (1) y (2) término a término: ax=dxk, by=dys. Así, ax+by=dxk+dys → ax+by=d(xk+ys) (factor común d). Luego, d|(ax+by) y por hipótesis d=d(xk+ys) como d no es nulo, se puede cancelar. xk+ys=1 → (x,y)=1(…)”

Anexo 2.

Problema: Demuestre usando inducción que si $a \equiv b (mod\, n)$ y m>0, entonces $a^m \equiv b^m (mod\, n)$.

Héctor respondió: “Hay una demostración para esta propiedad de congruencia en http://hectortorresguzman.wix.com/matematicas”. En esa dirección se podía obtener un documento con el siguiente contenido: “(…) Comprobemos

(m=1) $a \equiv b\ (mod\, n)$ (Cierto por hipótesis inicial)

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

(m=k) $a^k \equiv b^k (mod\ n)$ (Hipótesis inductiva) (…)

(m=k+1) ¿ $a^{k+1} \equiv b^{k+1}(mod\ n)$? $\leftrightarrow n|a^{k+1} - b^{k+1}$

Es conocido que $a^{k+1} - b^{k+1} = (a-b)\sum_{q=0}^{k} a^q\, b^{k-q}$ (1).

De (1) $a^{k+1} - b^{k+1} = (a-b)\sum_{q=0}^{k} a^q\, b^{k-q}$=$(a -$

$b)\left[a\sum_{q=0}^{k-1} a^q b^{k-1-q} + \sum_{q=0}^{0} a^q b^{k-q}\right] =$

$= a(a^k - b^k) + b^k(a-b)$

(…) Como por hipótesis inductiva $a^k \equiv b^k(mod\ n)$ entonces $n|a^k - b^k$ y por hipótesis inicial $a \equiv b\ (mod\ n)$ entonces $n|a-b$. Así que *n* divide a cualquier combinación lineal de estas diferencias, en particular $n|a(a^k - b^k) + b^k(a-b)$ entonces $n|a^{k+1} - b^{k+1}$. Así $a^{k+1} \equiv b^{k+1}(mod\ n)$ (…)"

Linfray respondió utilizando notación de latex y ninguna ecuación que escribió se compiló. Esto es parte de su intervención: "Para el caso en que [tex] m = 1[/tex] es vidente pues es nuestra hipótesis (…) Supongamos que la afirmación es cierta para [tex] m=p [tex] es decir [tex] a^p\equiv b^p \mod{n} [tex] Demostremos que es cierto para [tex] m=p+1 [tex] Por hipótesis inductiva (…) a^p-b^p=m k_1 \k_1\in\mathbb{Z} [tex]." En este punto, Linfray confundió el "m" con el "n", que es el módulo correcto. Ella continua su argumento, para ello multiplica (a+b) a ambos lados: "(…) tenemos [tex](\a+b)(\a^{p}-b^{p})=(\a+b) m k_1 \Rightarrow\ a^{p+1}-b^{p+1}= (\a+b)m k_1\ Rightarrow\a^{p+1}-b^{p+1}=(\(\a+b)k_1)m\ (…) así queda demostrado para m=p+1 (…)". El profesor intervino: "Hola, Linfray. Debes tener cuidado porque $(a^{p-1} - b^{p-1})(a+b)$ no es igual a $a^p - b^p$." Linfray concluyó su argumento así: "Recordemos que (…) a=nu+b (…) Por hip. (…) a^{p}=ns+b^{p} (…) (a^{p}-b^{p})(a+b)= n.k (a+b) (…) Sustituyendo a=nu+b y [tex] a^{p}=ns+b^{p} (…) a^{p+1}-b^{p+1} = n((k(a+b))+b^{p}u-sb) (…) por lo tanto [text] \ a^{p+1} \equiv b^{p+1}\ mod{n} \ [/tex] y a si la afirmación es cierta".

María respondió: "No sé si pueda considerarse una forma completamente distinta a la de Linfray, pero yo lo hice así. Partí del caso k=1 que es evidente porque es la hipótesis de nuestro problema. Ahora se asegura que para un cierto n>1 también se cumple la congruencia. Es decir, $n|a^n-b^n$ y lo que queremos probar es que $n|a^{n+1}-b^{n+1}$. Partimos entonces

ISBN 978-84-945722-3-4

de nuestras 2 hipótesis: a-b= nk_1 y a^n-b^n=nk_2, con k_1 y k_2 pertenecientes a los enteros. Ahora agarramos la primera ecuación y la multiplicamos por a^n.

a^n(a-b)=$a^n nk_1$ de manera que, a^{n+1}-ba^n=$a^n k_1 n$ Ahora multiplicamos la segunda por b: b(a^n-b^n)=bnk_2 esto implica que: ba^n-b^{n+1}=bnk_2. Ahora sumamos ambas ecuaciones: (a^{n+1}-ba^n)+(ba^n-b^{n+1})=n($a^n k_1$+bk_2). De este modo: a^{n+1}-b^{n+1}=nq donde q pertenece a los enteros. Es decir, n|a^{n+1}-b^{n+1} y, por lo tanto, queda demostrado."

Anexo 3:

Problema: Demuestre que si A pertenece a $M_{nxn}(\mathbb{F})$ satisface AB = BA para todo B∈ $M_{nxn}(\mathbb{F})$, entonces A es un múltiplo escalar de la identidad.

Gerardo pidió alguna sugerencia: "Hola, no sé cómo abordar este problema. No sé si suponer que la matriz A es igual un escalar por la matriz identidad desde el inicio y desde ahí continuar con la demostración. Es decir A=a*In donde a es el escalar y después (a*In)B=B(a*In)." El profesor le recomendó que empezara con matrices 2x2, dándole valores a B, para conocer condiciones para A. Joseph interpretó la sugerencia, enviando una foto de un cuaderno donde planteó con incógnitas las entradas de la matriz A, con la pregunta: "¿Sería algo así?". El profesor lo animó a continuar con un mensaje que decía: "Exacto, Joseph. Pero ahora te recomiendo que pruebes con una matriz B con números, los que quieras (…)". Yaher respondió con un mensaje: "Hola, no tenía idea de cómo abordar este problema; por lo que comentó Joseph, pude hacer esto" a lo que le adjuntó un documento con la respuesta, donde había sacado su conclusión utilizando B=$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. El profesor, una vez que comprobó que la intervención de la estudiante era correcta, alentó al grupo a plantear el caso general con una sugerencia: "(…) Qué pasa si la matriz por la que multiplican es, una matriz de permutación.". Yaher en una segunda intervención mostró un avance: "(…) P_{ij} una matriz elemental en la que se realiza el intercambio de la fila i por la columna j que satisface: PijA = APij (…) con i, j =1,2, $\dots, n$ a la misma matriz A obtenemos que tiene la forma: A = $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{12} \\ a_{12} & a_{11} & \cdots & a_{12} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{12} & a_{12} & \cdots & a_{11} \end{pmatrix}$ (…)". Luego de algunas discusiones en clase, Yaher colocó otro documento: "Usando una de las matrices que recomendó un chico de la clase creo que ya

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

está listo.” En su respuesta expone: “Sea B=$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$ (…) Como AB = BA sigue que: $a_{12} = 0$ (…) Por lo tanto, A es un múltiplo escalar de la matriz identidad.”

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

CB-786

ARTICULAÇÃO ENTRE CONTEÚDO E PROFUNDIDADE DA REFLEXÃO ESCRITA PRESENTE NOS RELATÓRIOS FINAIS DE ESTÁGIO DE FUTUROS PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Cristina Martins – Manuel Vara Pires – João Sousa
mcesm@ipb.pt – mvp@ipb.pt – jsergio@ipb.pt
Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal

Núcleo temático: Formação de Professores de Matemáticas
Modalidade: CB
Nível educativo: Formação e atualização de ensino
Palavras-chave: formação de professores, reflexão escrita, conteúdo da reflexão, profundidade da reflexão

Resumo
O estudo em curso apresenta, como principais objetivos, identificar, analisar e sistematizar o conteúdo e a profundidade das reflexões escritas por futuros professores nos seus Relatórios finais de estágio (RF), no Mestrado em ensino do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico lecionado na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Bragança (ESE-IPB), Portugal, e focadas em experiências de ensino e aprendizagem (EEA) desenvolvidas na área da Matemática. Numa primeira fase realizámos uma análise de conteúdo transversal a um corpus constituído por doze RF. Definimos três categorias: Planificação; Desenvolvimento; e Aprendizagens efetuadas na EEA. A maior percentagem de ocorrências da reflexão incidiu em Desenvolvimento da EEA, sendo notória uma preponderância da reflexão escrita na atividade do professor e na atividade do aluno. A segunda fase centrou-se na análise da profundidade alcançada nas reflexões. Seguimos três categorias a priori: Nível de recordação; Nível de racionalização; e Nível de reflexividade. A profundidade da reflexão evidenciou a presença de todos os níveis, sendo percetível alguma variação conforme a categoria ou subcategoria em que essa reflexão incidiu. Neste texto pretendemos cruzar os resultados: Que relações são possível estabelecer entre o conteúdo e a profundidade da reflexão escrita?

1. Fundamentação e contexto do estudo

A assunção de que uma postura reflexiva e investigadora deve ser uma atitude presente e constante na prática profissional de um professor ou futuro professor para melhor poder enfrentar e lidar com situações problemáticas que constantemente surgem nas suas atuações encontra-se na origem da realização deste estudo. A reflexão apresenta-se como uma das vertentes fundamentais na área da formação de professores dada a sua importância na renovação do conhecimento profissional, como bem destaca Shulman (1993) quando afirma

ISBN 978-84-945722-3-4

que “sem um exame disciplinado e sistemático das próprias experiências, o ensino converte-se em rotina com escassas oportunidades de aprender e crescer. Como tem sido repetido tantas vezes, não aprendemos da experiência, aprendemos da reflexão sobre a nossa experiência” (p. 60).

Para nós, a reflexão é entendida como um processo mental de tentar estruturar ou reestruturar uma experiência, um problema, ou o conhecimento existente, conduzindo à compreensão destes e constituindo-se como um processo contínuo de análise e refinamento da prática. O caráter recursivo e a natureza cíclica definem sumariamente a forma como se processa (Rodgers, 2002).

Além disso, sugerir que os professores e futuros professores precisam de ser profissionais reflexivos evoca a questão de saber sobre o que refletem. Para Lee (2005), não se defende apenas “pôr” os professores a refletir, mas interessa ter em consideração os aspetos que essa reflexão inclui (conteúdo) e, em simultâneo, a avaliação que sobre eles é feita (profundidade), considerando-os intimamente relacionados. É neste contexto que Meireles (2005), referindo-se à elaboração de programas de formação inicial de professores, destaca que “não podemos correr o risco de nos deixarmos levar pela preocupação de pôr os estagiários a refletir, relegando para o segundo plano o conteúdo da sua reflexão” (p. 231). Num sentido semelhante, Day (2001) realça que considerar apenas a existência da reflexão como um meio de aprendizagem não evidencia a profundidade, o alcance ou o objetivo do processo.

Em Portugal, no âmbito do processo de Bolonha, a formação de profesores e educadores de infância mereceu particular atenção, o que levou à publicação do Decreto-Lei n.º 43/2007, de 22 de fevereiro, alterado pelo Decreto-Lei n.º 79/2014, de 14 de maio, que regulamenta o regime jurídico da habilitação profissional para a docência, destacando a importância da iniciação à prática profissional. Nos mestrados, esta área culmina com a prática de ensino supervisionada (PES), correspondente ao estágio de natureza profissional e objeto de relatório final, a apresentar em provas públicas.

Na nossa instituição, entre outros aspetos, este relatório deve apresentar e refletir sobre experiências de ensino e aprendizagem realizadas nos ciclos de ensino e nas disciplinas de docência. O Regulamento da PES da ESE-IPB dá orientações para a elaboração do RF. No seu artigo 8.º, refere que os futuros professores devem, no seu relatório final, “apresentar, de

ISBN 978-84-945722-3-4

forma contextualizada, experiências de ensino e aprendizagem realizadas ao longo do estágio, abrangendo os vários níveis de educação ou ciclos de ensino e disciplinas do domínio de habilitação, e reflexão crítica sobre as mesmas. Esta reflexão deve ser sustentada na literatura científica, pedagógica e investigativa de referência e em dados da prática".

Neste contexto, desenvolvemos um estudo de identificação, análise e sistematização das vertentes – conteúdo e profundidade – das reflexões escritas apresentadas por futuros professores nos seus relatórios finais de estágio, realizados no ano letivo de 2014-15, num total de doze, no âmbito do Mestrado em ensino do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico lecionado na ESE-IPB, centrando-nos especificamente nas experiências de ensino e aprendizagem desenvolvidas na área da Matemática.

Foi possível, até ao momento, verificar que, de entre as três categorias de análise definidas: (i) planificação da EEA; (ii) desenvolvimento da EEA; e (iii) aprendizagens efetuadas na EEA, a percentagem maior de ocorrências do conteúdo da reflexão incidiu na categoria *Desenvolvimento da EEA*. Relativamente à profundidade ficou evidenciada a presença de todos os níveis de reflexão, sendo que a maior percentagem de cada nível considerado, a saber: (i) nível de recordação; (ii) nível de racionalização; e (iii) nível de reflexividade, corresponde a uma categoria distinta.

Neste texto, é nossa intenção analisar as relações que se verificam na incidência da reflexão escrita nas duas vertentes da reflexão consideradas: conteúdo e profundidade.

2. Relacionando conteúdo e profundidade da reflexão

As etapas anteriores deste estudo conduziram à determinação de categorias e subcategorias analíticas, bem como de indicadores, que permitiram indexar os diferentes segmentos encontrados às referidas categorias e subcategorias definidas aprioristicamente e às que resultaram da análise dos textos. O objetivo da análise nesta fase foi fundamentalmente de transcender a análise realizada e determinar o tipo e forma das representações dos sujeitos em relação aos itens definidos na fase de categorização (Carley & Palmquist, 1992).

Estando a segmentação e atribuição categórica já resolvida nos trabalhos anteriormente referidos, restou nesta fase a atribuição dos segmentos definidos e previamente codificados a cada uma das áreas de indicadores já definidas. Foi, por uma questão de coerência, decidido manter a "frase e conjuntos de frase" como unidade de análise. Para tal foram utilizados

ISBN 978-84-945722-3-4

recursos informáticos adequados, especificamente NVivo (QSR International Pty Ltd., 2012), para fazer o levantamento e tratamento estatístico da informação recolhida e todos os segmentos encontrados foram codificados em função das duas vertentes da reflexão – conteúdo e profundidade. Procedeu-se em seguida a uma análise de tipo relacional, categorizando cada segmento previamente codificado em função do indicador utilizado para essa categorização, e, dentro de cada indicador, a expressão alcançada por cada um dos níveis de reflexão considerados.

Recordem-se as etapas do estudo em desenvolvimento. Numa primeira etapa desta investigação, analisámos o conteúdo das reflexões escritas a partir da definição de três categorias de análise do conteúdo: (i) planificação da EEA; (ii) desenvolvimento da EEA; e (iii) aprendizagens efetuadas na EEA, e das subcategorias a considerar em cada uma (ver tabelas 1, 2 e 3). A segunda etapa centrou-se na análise da profundidade alcançada nas reflexões. Para isso, seguimos três categorias *a priori*, baseadas na categorização definida por Lee (2005) e na validação por pares, respeitantes aos níveis de profundidade da reflexão escrita, a saber: (1) nível de recordação: verificado quando o futuro professor descreve o que experiencia e interpreta a situação recordando as suas experiências, sem considerar explicações alternativas; (2) nível de racionalização: verificado quando o futuro professor procura relações entre partes das suas experiências, interpreta a situação racionalmente, procura justificações para os acontecimentos e generaliza as suas experiências ou produtos com princípios orientadores; e (3) nível de reflexividade: verificado quando o futuro professor aborda as suas experiências com a intenção de mudar ou melhorar no futuro, analisa as suas experiências a partir de várias perspetivas e é capaz de ver a influência dos professores orientadores nos seus valores, comportamento e realizações.

Neste etapa do estudo, e concretamente neste artigo, é nossa intenção dar respostas à questão: *Que relações se verificam na incidência da reflexão escrita nas vertentes do conteúdo e da profundidade em cada uma das categorias definidas?*. Para tal apresentamos os dados em três tabelas, cada uma referente a cada categoria, seguindo-se a respetiva leitura e interpretação.

Tabela 1: Incidência no conteúdo e na profundidade, em percentagem, na categoria *Planificação da EEA*

ISBN 978-84-945722-3-4

Subcategorias	Indicadores	Incidência do conteúdo	Incidência da profundidade		
			N1	N2	N3
Caminho percorrido	- etapas seguidas na planificação	11,90	00,00	80,00	20,00
	- em que se baseou a planificação	28,57	41,67	41,67	16,67
	- seleção de objetivos, conteúdos, tarefas, recursos, gestão da sala de aula, gestão do trabalho dos alunos em sala de aula (individualmente, em pares, em grupo)	16,67	28,57	57,14	14,29
Avaliação global	- importância da planificação realizada	14,29	16,67	33,33	50,00
	- dificuldades sentidas ao planificar	7,14	0,00	00,00	100,00
	- cumprimento ou não da planificação	21,43	44,44	55,56	00,00

Legenda: N1 – Nível de recordação, N2 – Nível de racionalização; N3 – Nível de reflexividade.

Na categoria *Planificação da EEA*, a nível do conteúdo, os indicadores "em que se baseou a planificação", da subcategoria Caminho percorrido, e "cumprimento ou não da planificação", da subcategoria Avaliação global, atingem percentagens acima dos 20%. Os restantes indicadores não alcançam esta percentagem, situando-se três deles entre 11% e 17%, aproximadamente, e verificando-se que o indicador "dificuldades sentidas ao planificar" não alcança 10%. Contudo, não há indicadores com incidência nula.

É importante referir que os indicadores sobre os quais incide mais a reflexão, ou seja, aqueles que manifestam maior percentagem a nível da incidência do conteúdo, se dispersam pelos diferentes níveis de profundidade. Concretamente, "em que se baseou a planificação" incide nos três níveis: em igual percentagem nos níveis de recordação e racionalização (47,67%) e bastante menor no nível de reflexividade (16,67%), e o "cumprimento ou não da planificação", outro dos indicadores mais refletidos na componente do conteúdo, incide no nível de racionalização com uma percentagem de 55,56% e no nível de recordação com uma percentagem de 44,44%, não se manifestando no nível de reflexividade. Em contraponto, o indicador "dificuldades sentidas ao planificar" é pouco expressivo a nível da componente do conteúdo, não se revelando nos níveis de recordação e de racionalização da profundidade e concentrando-se, desta feita, no nível de reflexividade.

Tabela 2: Incidência no conteúdo e na profundidade, em percentagem, na categoria *Desenvolvimento da EEA*

Subcategorias	Indicadores	Incidência do conteúdo	Incidência da profundidade		
			N1	N2	N3
	- referência às etapas da aula	7,84%	55,00	45,00	0,00

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Estrutura e organização da EEA	- sequência da aula	10,45%	65,52	31,03	3,45
Organização e gestão da sala de aula	- contexto da turma	0,75%	100,00	0,00	0,00
	- organização do tempo	0,00%	0,00	0,00	0,00
	- organização do espaço	1,49%	50,00	50,00	0,00
	- organização do trabalho em sala de aula (individual, em pares, em grupo)	7,09%	61,90	38,10	0,00
Comunicação na sala de aula	- questões surgidas	5,22%	57,14	35,71	7,14
	- debates	8,58%	59,09	40,91	0,00
	- discussão e partilha de ideias	4,85%	92,31	0,00	7,69
Atividade do aluno – Tarefas	- referência ao enunciado e à resolução das tarefas	6,72%	88,89	0,00	11,11
	- papel dos alunos nos vários momentos da EEA	9,33%	95,83	4,17	0,00
	- estratégias de resolução utilizadas	5,60%	87,50	12,50	0,00
	- produções dos alunos	0,75%	66,67	33,33	0,00
	- utilização e exploração de recursos materiais	0,37%	100,00	0,00	0,00
Atividade do aluno – Atitudes	- atitudes	3,36%	50,00	50,00	0,00
	- envolvimento	4,48%	75,00	25,00	0,00
	- modo de estar na sala de aula	0,37%	0,00	100,00	0,00
	- dificuldades em relação ao proceso	1,49%	20,00	40,00	40,00
Atividade do professor	- papel do professor nos vários momentos da aula	13,06%	71,43	28,57	0,00
	- atitudes	2,61%	71,43	28,57	0,00
	- envolvimento	4,10%	80,00	20,00	0,00
	- modo de estar na sala de aula	0,37%	0,00	100,00	0,00
	- dificuldades em relação ao proceso	1,12%	66,67	33,33	0,00

Legenda: N1 – Nível de recordação, N2 – Nível de racionalização; N3 – Nível de reflexividade.

Na categoria *Desenvolvimento da EEA*, a nível do conteúdo, destacam-se os indicadores "papel do professor nos vários momentos da aula", pertencente à subcategoria Atividade do professor, com 13,06% e "sequência da aula", da subcategoria Estrutura e organização da EEA, com 10,45%. Os restantes indicadores têm menos de 10% de incidência na componente do conteúdo e o indicador "organização do tempo" não regista qualquer incidência.

Nesta categoria importa referir que os indicadores sobre os quais incide mais o conteúdo da reflexão manifestam-se mais em dois dos três níveis de profundidade considerados (recordação e racionalização). O indicador "papel do professor nos vários momentos da aula", da subcategoria Atividade do professor, incide em apenas dois níveis - recordação e racionalização, com respetivamente 71,43% e 28,57%. Já o indicador "sequência da aula", da subcategoria Estrutura e organização da EEA, manifesta-se nos três níveis, com 65,52%

ISBN 978-84-945722-3-4

no de recordação, com 31,03% no de racionalização e reflexividade apenas 3,45% no de reflexividade. Consideramos conveniente assinalar que nos indicadores não assinalados, por não serem os mais expressivos a nível da componente do conteúdo, é, sobretudo, evidente a percentagem nula no nível de reflexividade.

Na categoria *Aprendizagens Efetuadas na EEA* (ver tabela 3), a nível do conteúdo, destaca-se o indicador “o que os alunos terão aprendido sobre a Matemática”, da subcategoria Aprendizagens dos alunos, com 38,89%, seguindo-se os indicadores com menos de 20%: “fatores que contribuíram ou dificultaram a aprendizagem” (18,06%), “o que aprendeu o professor com esta EEA”, da subcategoria Aprendizagens do professor, e “dificuldades sentidas” (15,28%), “fatores que contribuíram ou dificultaram a aprendizagem” (11,11%), da subcategoria Aprendizagens dos alunos, e, com bastante menos expressividade, “dificuldades sentidas” (1,39%), da subcategoria Aprendizagens do professor.

Tabela 3: Incidência no conteúdo e na profundidade, em percentagem, na categoria *Aprendizagens Efetuadas na EEA*

Subcategorias	Indicadores	Incidência do conteúdo	Incidência da profundidade		
			N1	N2	N3
Aprendizagens dos alunos	- o que os alunos terão aprendido sobre a Matemática	38,89	75,00	10,71	14,29
	- dificuldades sentidas	15,28	90,91	9,09	0,00
	- fatores que contribuíram ou dificultaram a aprendizagem	11,11	12,50	62,50	25,00
Aprendizagens do professor	- o que aprendeu o professor com esta EEA	15,28	0,00	27,27	72,73
	- dificuldades sentidas	1,39	0,00	0,00	100,00
	- fatores que contribuíram ou dificultaram a aprendizagem	18,06	0,00	30,77	69,23

Legenda: N1 – Nível de recordação, N2 – Nível de racionalização; N3 – Nível de reflexividade.

Nesta categoria importa referir que indicador “o que os alunos terão aprendido sobre a Matemática”, da subcategoria Aprendizagens dos alunos, a profundidade da reflexão se situa nos três níveis, embora não com igual eloquência, pois o nível de recordação apresenta uma percentagem de incidência de 75,00%, ficando os níveis de racionalização e reflexividade pelos 10,71% e 14,29%, respetivamente. Nos restantes cinco indicadores nos quais incidiu o conteúdo da reflexão importa relevar que em quatro deles houve sempre algum nível de reflexão nulo. Concretamente, nos referentes à subcategoria Aprendizagens do professor, os indicadores “fatores que contribuíram ou dificultaram a aprendizagem” e “o que aprendeu o

ISBN 978-84-945722-3-4

professor com esta EEA" registaram 0% no nível de recordação e, respetivamente, 30,77% e 27,27% no nível de racionalização e 69,23% e 72,73% no nível de reflexividade. O indicador "dificuldades sentidas" manifesta-se na sua totalidade no nível de reflexividade.

Na subcategoria Aprendizagens dos alunos, o indicador "dificuldades sentidas" manifestou incidência nula no nível de reflexividade e 90,91% no nível de reflexividade e 9,09% no nível de racionalização. O indicador "fatores que contribuíram ou dificultaram a aprendizagem" manifesta-se em todos os níveis: nível de recordação (12,50%), nível de racionalização (62,50%) e nível de reflexividade (25,00%). Nesta categoria destaca-se o nível de reflexividade, sobretudo, nos indicadores da subcategoria Aprendizagens do professor, atingido percentagens próximas ou acima de 70%.

3. Reflexão final

Nesta etapa do estudo foi intencional servirmo-nos da análise de incidência das vertentes do conteúdo e da profundidade nos indicadores contidos em cada subcategoria para procurar verificar, de forma mais profunda, a articulação manifestada entre as referidas vertentes da reflexão escrita presente nos relatórios finais de estágio de futuros professores de Matemática.

Na categoria Planificação da EEA, verificou-se que os indicadores que manifestam maior percentagem a nível da incidência do conteúdo se dispersam pelos diferentes níveis de profundidade. Esta evidência é generalizada a todos os indicadores, mesmo os que não se revelam com maior expressividade na vertente do conteúdo. Acrescenta-se que foi possível apurar que num indicador ("dificuldades sentidas ao planificar") houve concentração da reflexão num único nível - reflexividade.

Na categoria Desenvolvimento da EEA, os indicadores com maior expressividade na vertente da reflexão concentram-se, sobretudo, em dois níveis de profundidade – recordação e racionalização – e verifica-se a existência de indicadores com algum dos níveis de reflexão nulo.

Na categoria Aprendizagens Efetuadas na EEA, os futuros professores refletiram sobre todos os indicadores. Dos mais expressivos na vertente do conteúdo, evidencia-se a quase generalização da existência de algum nível de reflexão nulo. Além disso, nesta categoria destaca-se o nível de reflexividade.

ISBN 978-84-945722-3-4

Assim, nas três categorias consideradas é notória a existência de diferenças quando analisada a articulação entre o conteúdo e a profundidade das reflexões escritas dos futuros professores.

Referências bibliográficas

Carley, K., & Palmquist, M. (1992). Extracting, representing and analyzing mental models. *Social Forces*, *70*(3), 601-636.

Day, C. (2001). *Desenvolvimento profissional de professores: Os desafios da aprendizagem permanente*. Porto, Portugal: Porto Editora.

Lee, H. (2005). Understanding and assessing preservice teachers' reflective thinking. *Teaching and Teacher Education*, 21, 699-715.

Meireles, M. (2005). Formação inicial de professores: a reflexão dos professores e a pedagogia da escrita. In I. Alarcão, A. Cachapuz, T. Medeiros & H. Jesus (Orgs.), *Supervisão: investigações em contexto educativo*, pp. 217-232. Ponta Delgada; Portugal: Universidade de Aveiro & Direção Regional de Educação dos Açores.

Rodgers, C. (2002). Seeing student learning: teacher change and the role of reflection. *Harvard Educational Review*, *72*(2), 230-253.

Shulman, L. S. (1993). Renewing the pedagogy of teacher education: the impact of subject-specific conceptions of teaching. In L. Montero & J. Vez (Eds.), *Las didácticas especificas en la formación del profesorado*, pp. 53-69. Santiago de Compostela, España: Tórculo Edicións.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-787

AÇÕES COLABORATIVAS DE FORMAÇÃO CONTINUADA DO PROJETO MAPEAMENTO: REFLEXÕES DE EDUCADORES MATEMÁTICOS NOS CONTEXTOS DE BRASIL E PORTUGAL[19]

Sueli Liberatti Javaroni – Maria Teresa Zampieri[20]
suelilj@fc.unesp.br – maite.zampieri@gmail.com
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - Brasil

Núcleo temático: IV - Formación del Profesorado
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: GeoGebra; atividades investigativas; insubordinação criativa

Resumo

O objetivo dessa comunicação é discorrer sobre as ações colaborativas de formação continuada de educadores matemáticos para fomentar o uso de tecnologias digitais em aulas de Matemática, que ocorreram dentro de um projeto temático que vem sendo desenvolvido no Brasil. Tais ações focalizaram o desenvolvimento de atividades investigativas de conteúdos matemáticos com o software GeoGebra. Busca-se ainda relacionar as discussões e novas atividades que emergiram nessas ações, sendo 6 delas realizadas no Brasil, e uma em Portugal. Tais ações são cenários de investigação de pesquisas de mestrado e doutorado vinculadas a esse projeto, as quais são de cunho qualitativo. Esse trabalho embasa-se em um referencial que defende a valorização da colaboração na formação dos educadores, bem como a postura crítica, e em alguns momentos subversiva, quando emergem entraves ao processo de aprendizagem, em particular os que envolvem burocracia advindas com políticas públicas. Os encontros dessas ações foram gravados, e ao serem analisados, evidenciou-se que para que o professor se aproprie do uso de softwares na sua prática docente, ações colaborativas devem ser promovidas para que haja interlocução com outros educadores matemáticos, possibilitando compreender as potencialidades e dificuldades que o uso do software pode trazer para a sua prática.

Introdução

[19] O presente trabalho foi realizado com o apoio do Programa do Observatório da Educação (OBEDUC), da CAPES, entidade do Governo Brasileiro voltado para a formação de recursos humanos.
[20] Bolsista de doutorado da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo nº 2014/27166-9. As opiniões, hipóteses e conclusões ou recomendações expressas neste material são de responsabilidade do(s) autor(es) e não necessariamente refletem a visão da FAPESP.

ISBN 978-84-945722-3-4

Nessa comunicação temos o propósito de discutir as ações de formação continuada para fomentar o uso de tecnologias digitais em aulas de Matemática, que foram oferecidas a professores que atuam na Educação Básica (alunos de 11 a 17 anos), sendo 6 delas contextualizadas dentro do Estado de São Paulo, Brasil, e a outra em Coimbra, Portugal. Tais ações se referem a cursos de extensão universitária, que de modo geral, tiveram o intuito de integrar o software de Matemática Dinâmica GeoGebra[21] a atividades de caráter investigativo, em que tentativas e erros são condicionadas pelo feedback das tecnologias posibilitando criação e investigação de conjecturas (Borba & Villarreal, 2005). Além disso, visamos entrelaçar as reflexões que emergiram acerca de tais ações, com um referencial teórico sobre insubordinação criativa na Educação Matemática (D'Ambrosio & Lopes, 2015).

Essas ações foram desenvolvidas como parte das atividades de um projeto temático de grande envergadura, que vem sendo desenvido dentro dessa área de conhecimento, tendo como coordenadora a primeira autora desse artigo, contando com o apoio de distintos colaboradores, os quais pertencem aos seguintes segmentos: professores universitarios, professores da rede pública, pesquisadores de iniciação científica, mestrado e doutorado. A segunda autora é uma colaboradora desse projeto, e está desenvolvendo uma pesquisa de doutorado, cujo cenário de pesquisa aborda duas do total das sete ações que foram desenvolvidas no projeto.

Esse projeto se chama "Mapeamento[22] do uso das tecnologias de informação nas aulas de Matemática do Estado de São Paulo", e foi aprovado sob o número 16429 no Edital 049/2012/CAPES/INEP/OBEDUC. Ele aborda seis distintas regiões localizadas no Estado de São Paulo, Brasil, que ficam ao entorno das cidades de: Bauru, Guaratinguetá, Limeira, Presidente Prudente, Registro e São José do Rio Preto. Tais regiões estão estrategicamente localizadas, de modo a contemplar diferentes pontos geográficos, conforme representado na figura 1, a seguir.

[21] https://www.geogebra.org/ . Último acesso em 12.04.2017.
[22] No decorrer do texto nos referiremos ao projeto apenas como "Mapeamento", para dar maior fluidez ao texto.

ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 1 – Mapa do Estado de São Paulo, e indicações da atuação do projeto.

Fonte: http://www.educacao.sp.gov.br/central-de-atendimento/Map_ISP_Diretoria.asp Acesso em 04.05.2017.

Além das ações realizadas nessas localidades, houve também outras pesquisas que investigaram as condições físicas dos laboratórios de informática dentro das escolas dessas regiões, bem como pesquisas que se pautaram em entrevistas com professores de Matemática de tais escolas. Dentro de todas esas pesquisas, constata-se o pouco uso das tecnologias de modo geral, e quando esse uso ocorre, muitas vezes está vinculado a estratégias que os professores tem que adotar, que no nosso modo de ver, convergem para o que D'Ambrosio e Lopes (2015) pontuam sobre insubordinação criativa, conforme detalhado a seguir.

Insubordinação criativa e os educadores matemáticos

D'Ambrosio e Lopes (2015) defendem que haja uma parceria colaborativa entre educadores matemáticos, atuantes em diferentes níveis de escolaridade, seja no âmbito escolar ou acadêmico, de modo que eles consigam lidar e superar distintos empecilhos que são colocados a frente de suas práticas no dia a dia. Tais empecilhos se caracterizam, principalmente, pela dificuldade em exercer seus trabalhos de forma criativa e com

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

autonomia, uma vez que estão "engessados" pelas políticas e filosofías da universidade e da escola.

Diante disso, as autoras pontuam a importância da insubordinação criativa para contornar essas dificuldades. Segundo essas autoras, esse termo surgiu em 1981, dentro de um estudo (Morris et al., 1981) desenvolvido em escolas de Chicago, como referência a uma maneira de enfrentamento da burocracia educacional, quando ela representava empecilho aos processos de ensino e aprendizagem dentro de tais escolas.

Em relação a essa pesquisa, especificamente, D'Ambrosio e Lopes (2015) reiteram que os autores posicionaram a insubordinação criativa como atitudes de gestores de escolas, que para preservar valores como moral, ética e justiça dentro de suas escolas, às vezes desobedeciam algumas diretrizes provenientes de instâncias superiores. Mais tarde, segundo as autoras, esse termo foi apropriado por outras áreas do conhecimento. Na Educação Matemática, a insubordinação criativa emerge a partir de uma postura reflexiva que os educadores assumem, com o propósito de ir além do que está posto nas diretrizes que embasam a academia e a escola.

Para elucidar com mais detalhes acerca das insubordinações criativas dos professores, há alguns exemplo apontados no trabalho de Gutierrez (2016), que dentre todos, destacamos: chamar a atenção para a incerteza dessa disciplina; debater preconceitos; colocar os alunos no centro dos processos de ensino e aprendizagem. A insubordinação criativa, segundo essa autora, emerge quando nós, enquanto professores, nos questionamos se estamos fazendo pela educação o que tínhamos em mente quando assumimos o compromisso de seguirmos essa profissão. Caso a resposta a esse questionamento seja negativa, ela sugere que então repensemos sobre como lidar com isso, sobre o que planejamos fazer em relação a isso.

Assim, alguns educadores matemáticos tomam decisões que resultam em práticas pedagógicas diversificadas, de cunho exploratório, com o intuito de possibilitar uma apropriação significativa acerca de conteúdos matemáticos utilizados em diferentes circunstâncias da vida humana. Esse tipo de ação pode ser caracterizado como insubordinação criativa, pois assume-se a imprevisibilidade no processo de produção do conhecimento, "ao invés de dar ouvido às diretrizes pré-estabelecidas pelas instituições" (D'Ambrosio & Lopes, 2015, p.13).

ISBN 978-84-945722-3-4

Já em relação aos pesquisadores em Educação Matemática, elas elencam algumas posturas de insubordinação criativa, perante às seguintes situações: incogruências entre resultados de pesquisa e a prática; rigidez metodológica; ações políticas que se contradizem com o discurso que se apregoa; se preocupar com avaliações quantitativas de produções científicas; posições dos pesquisadores como detentores exclusivos do conhecimento (D'Ambrosio & Lopes, 2015).

Dessa forma, as autoras argumentam que dentro de uma perspectiva colaborativa para ações profissionais entre professores que atuam na Educação Básica e em pesquisas acadêmicas, há a abertura de espaços para uma produção de conhecimento de forma associada ao contexto educativo real. Um exemplo disso seria a constituição de grupos de pesquisa ou estudos que são formadas por meio de um propósito comum, onde predominam o trabalho colaborativo, cujas publicações elucidam uma produção intelectual que entrelaça autonomia, reflexão e criatividade (D'Ambrosio & Lopes, 2015).

Diante do exposto, cabe destacar que as ações de formação continuada desenvolvidas pelo projeto Mapeamento foram planejadas e depois realizadas de acordo com perspectivas teóricas em sintonia com as ideias aqui apresentadas.

As ações de formação continuada dentro do Mapeamento

Os cursos realizados em Bauru, Limeira, Registro e São José do Rio Preto e alguns de seus resultados convergentes e divergentes foram discutidos em Andrade, Zampieri e Javaroni (2016), e são cenários de pesquisas qualitativas vinculadas ao Mapeamento, pois se concentram em aspectos epistemológicos referentes aos sujeitos de pesquisa e suas relações com o uso do GeoGebra. Os encontros de cada um desses cursos foram gravados, e os pesquisadores envolvidos também relataram todas as suas impressões em diários de campo.

Em relação aos resultados convergentes entre esses cursos, Andrade, Zampieri e Javaroni (2016) destacam que a colaboração permeou as fases de planejamento e de desenvolvimento de todos eles. Em relação a esse primeiro momento, houve um trabalho intenso na elaboração e revisão das atividades, que envolveu boa parte de todos os colaboradores do projeto, que apresentavam suas considerações acerca de tais atividades semanalmente por meio de reuniões virtuais realizadas no Adobe Connect[23]. E ao longo do desenvolvimento de tais cursos, a

[23] http://help.adobe.com/pt_BR/connect/8.0/using/WSF9B47EF0-FD92-4536-BEB5-C74AC0E30C1D.html . Último acesso em 13.04.2017.

ISBN 978-84-945722-3-4

colaboração de fez presente pelo próprio modo como os cursos foram organizados, buscando incentivar o diálogo e a análise crítica dos professores acerca das atividades.

Outro ponto enfatizado por esas autoras foi em relação aos rumos distintos que cada curso tomou, em termos de discussões, de sugestões diferenciadas de abordagens de conteúdos, sugestões de abordagens de mais conteúdos em uma mesma atividade, etc., o que traz à tona a necessidade de que sejam propostas mais ações contextualizadas ao invés de ações com propostas fechadas e padronizadas sem levar em conta a diversidade, principalmente quando estamos tratando do contexto brasileiro, onde cada estado por si só já é bastante heterogêneo.

Algo preocupante que emergiu em todos eles foi o desabafo dos participantes acerca da precariedade em que se encontram as escolas em que atuam, em particular as condições de infraestrutura dos laboratorios de informática e, também da necessidade de cumprimento do currículo a qualquer custo, elementos esses que dificultam muito a proposta de qualquer enfoque metodológico diferenciado, segundo Andrade, Zampieri e Javaroni (2016).

Sobre essa questão da necessidade de cumprimento do currículo, evidenciamos algo similar em relação ao curso desenvolvido em Coimbra, Portugal, no início de 2016. Esse curso foi fruto de uma parceria estabelecida entre o Prof. Dr. Jaime Carvalho e Silva e a coordenadora do Mapeamento, com o propósito de relacionar as ações que já vinham ocorrendo nas cidades brasileiras já mencionadas, com as ações envolvendo o uso das tecnologias, que esse professor vem desenvolvendo há décadas em Portugal.

A proposta do curso se deu de forma análoga as que ocorreram no Brasil, também por escolha dos próprios professores, que demonstraram também interesse em estudar o GeoGebra para abordar conteúdos matemáticos dos níveis de escolaridade em que atuavam (alunos de 11 a 17 anos). Esse curso também compõe o cenário da pesquisa de doutorado da segunda autora desse artigo, e fez parte das atividades de estágio doutoral que ela realizou nesse país. O único empecilho relatado pelos professores foi o currículo muito extenso, que não permite a aplicação dessas atividades em sala de aula, de modo que os alunos manuseiem o software, segundo eles. Para contornar isso, a postura de insubordinação criativa deles era de pensar no uso do GeoGebra em aulas expositivas, aliado ao quadro interativo (lousa digital), para que os alunos tivessem a oportunidade de visualizar algumas propiedades matemáticas que os professores acreditam que a dinamicidade do software teria o potencial de destacá-las, propiciando aos alunos que atribuíssem significado a tais propiedades.

ISBN 978-84-945722-3-4

Ainda no ano de 2016, outros dois cursos vinculados ao Mapeamento aconteceram, um em Guaratinguetá, e o outro em Presidente Prudente. Ambos ainda estão sendo analisados pelos pesquisadores que os conduziram, por meio da transcrição dos vídeos dos encontros. Neles também foram abordadas atividades matemáticas atreladas ao GeoGebra.

Cabe destacar ainda que em relação aos cursos realizados no Brasil, em particular o realizado em Bauru, Zampieri, Javaroni e Silva (2016) pontuaram alguns fatores que contribuíram para que cinco professores participantes desenvolvessem atividades com o GeoGebra em suas aulas, levando os alunos ao laboratório de informática de tais escolas. São esses fatores: a parceria colaborativa que se constituiu entre todos os educadores matemáticos no curso; os momentos de discussões coletivas ao final da realização de cada atividade, onde eram levantadas críticas e ideias de adaptações das atividades com o intuito ou de abarcar mais conteúdos, ou para atender outros objetivos de aprendizagem em relação aos conteúdos abordados; o próprio modo flexível que o curso foi constituído, visando atender as demandas de conteúdos e de abordagens que haviam sido elencados por eles no primeiro encontro; a disponibilidade de todos os proponentes de atender aos professores, inclusive fora do horário do curso; e o forte interesse por explorar o software GeoGebra.

Diante do exposto, cabe ainda ressaltar os fatores que independeram do curso, e que se referem intrinsicamente aos professores e respectivos gestores das escolas em que atuam. Destacamos dois fatores fundamentais: a insubordinação criativa desses cinco professores, por enfrentarem os empecilhos já mencionados, e por se mobilizarem a trabalhar com uma abordagem diferenciada em sala de aula porque acreditavam que poderiam potencializar a aprendizagem matemática; e a insubordinação dos gestores de suas respectivas escolas, que concederam todo o suporte técnico necessário para que essas aulas acontecessem, não seguindo à risca algumas diretrizes superiores que exigem a abertura de chamados para a concessão de suporte técnico, o que poderia demorar dias e inviabilizaria o uso do laboratorio.

Considerações finais

De modo geral, tendo em mente as regiões dentro do Estado de São Paulo em que o Mapeamento vem atuando, junto com as impressões advindas com o estágio doutoral em Portugal, percebemos distintas atitudes de insubordinação criativa. Cabe destacar ainda que

ISBN 978-84-945722-3-4

em ambos os casos, os professores também se posicionam criticamente perante a esses empecilhos se articulando politicamente por meio de suas sociedades científicas, sindicatos e associações, como a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), Sindicato dos Professores e Ensino Oficial do Estado de São Paulo (APEOESP), Associação de Professores de Matemática (APM), no caso de Portugal, entre outras. Contudo, diante dos empecilhos elencados por eles, as melhorias que conseguem ainda são poucas.

Por fim, enquanto não há uma relação harmoniosa entre pesquisadores, professores e políticas públicas, pelo menos no que se refere ao uso das tecnologias nas aulas de Matemática, esperamos que haja mais ações de formação continuada que propiciem aos professores que se apropriem delas e que vislumbrem como que elas podem potencializar a aprendizagem matemática. Ainda, que nessas ocasiões eles tenham a oportunidade de debater questões que permeiam esse uso. Assim, almejamos que a insubordinação criativa se manifeste entre os educadores matemáticos, e continue posibilitando mobilizações dentro do cenário escolar e também do acadêmico.

Referencias bibliográficas

Andrade, P. F., Zampieri, M. T., & Javaroni, S. L. (2016). Cursos de formação continuada vinculados ao Mapeamento: percepções e expectativas. *Atas do IV Congresso internacional TIC e Educação,* 194-204.

Borba, M. C., & Villarreal. M. E. (2005). *Humans-with-Media and the reorganization of mathematical thinking:* information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005. 232 p. (Mathematics Education Library, 39).

D'Ambrosio, B. S., & Lopes, C. E. (2015). Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. *Bolema, Rio Claro (SP),* v. 29, n. 51, 1-17.

Gutiérrez, R. *(2016).* Strategies for Creative insubordination in Mathematics Teaching. *Mathematics Education:* Through the Lens of social Justice. V. 7, n. 1, 52-60, Arizona.

Javaroni, S. L., & Zampieri, M. T. (2015). O uso das TIC nas práticas dos professores de Matemática da rede báica de ensino: o projeto Mapeamento e seus desdobramentos. *Bolema*, Rio Claro (SP) v. 9, n. 23, 998-1022.

Morris, V.C., Crowson, R.L., & Hurwitz JR., E., & Porter-Gehrie, C. (1981). The urban principal. *Discretionary decision-making in a large educational organization*. Disponível em: <http://eric.ed.gov/?id=ED207178>. Acesso em: 24/04/2017.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Zampieri, M. T., Javaroni, S. L., & Silva, J. C. (2016). Formação continuada em ambientes de geometria dinâmica e seu impacto em sala de aula. *Anais do XXVII Seminário de Investigação em Educação Matemática (SIEM). Porto.*

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-788

ELEMENTOS EN LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS A PARTIR DE UN CASO DEL CONSUMO DE AGUA

Gloria Inés. Neira Sanabria – Manuel Castiblanco
nicolauval@yahoo.es; gneira@udistrital.edu.co; mcastiblanco7@yahoo.es
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Universidad Autónoma de Colombia.

Núcleo temático: Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas en las diferentes modalidades y niveles educativos
Modalidad: CB
Nivel educativo: Terciario o Bachillerato
Palabras clave: Modelación matemática, función parte entera, función por partes.

Resumen:
Esta investigación tiene como propósito identificar los elementos que emergen en la construcción de modelos matemáticos, a partir de un contexto del consumo de agua en Bogotá. El trabajo fue realizado con estudiantes de grado noveno de un colegio de educación pública, quienes se interesaron en estudiar una situación de su propio contexto desde la modelación matemática. Dentro del campo de la modelación se asumió una perspectiva realista que abordó un problema del entorno del estudiante. Este proceso de modelación se realizó en cinco fases: exploración de las situaciones de dependencia, elección de una situación particular, desarrollo del contenido programático, formulación del problema y formulación del modelo matemático y resolución del problema a partir del modelo matemático. Al concluir estas fases se obtuvo un modelo matemático construido por los mismos estudiantes que describe el costo de la factura del acueducto en función de los metros cúbicos consumidos, para los estratos socioeconómicos dos y tres. Del mismo modo, fue posible identificar los siguientes elementos: motivación, construcción de modelos originales, cultura, contexto, simplificación y experimentación.

Introducción

Esta comunicación breve, da cuenta de una investigación que tuvo como propósito identificar los elementos que emergen en la construcción de modelos matemáticos, a partir de un contexto del consumo de agua en Bogotá. Este trabajo fue realizado con siete estudiantes de grado noveno de un colegio de educación pública de Bogotá, quienes se interesaron en estudiar una situación de su propio contexto desde la modelación matemática. Dentro del

ISBN 978-84-945722-3-4

campo de la modelación se asumió una perspectiva realista, que concibe la modelación matemática como la actividad para dar solución a problemas aplicados, pertenecientes a situaciones de la vida real, en donde se abordó un problema del entorno del estudiante, así como una perspectiva del docente, desde la cual éste desempeñó un papel relevante en el desarrollo del proceso de modelación en el aula. Para esto fue necesario abordar las posturas en modelación matemática de Villa-Ochoa (2007), Biembengut (2004) y Borromeo & Blum (2009).

Metodología

Lo anterior, requirió implementar una metodología de investigación cualitativa como es el estudio de caso, donde se describió el proceso de construcción de un modelo matemático. Este proceso de modelación se realizó en cinco fases: En la primera fase, "exploración de las situaciones de dependencia", donde los estudiantes identificaron y recogieron de forma autónoma, situaciones que se pudieran cuantificar dado un contexto cercano como es el hogar y sus alrededores, relacionando a cada una ellas las variables de dependencia. Para la segunda fase, "elección y definición de una situación particular", se realizó la selección de una situación específica a modelar de las presentadas por los estudiantes. Mediante una tabla de frecuencia se pudo establecer que temas relacionados con las situaciones les representaba mayor interés estudiar. De los temas opcionales (consumo de víveres, consumo de agua y transporte) fue elegido por los estudiantes el consumo de agua y, más específicamente, el costo del mismo. En la tercera fase, "desarrollo del contenido programático y ejemplo análogo", con base en el fenómeno a estudiar, el docente-investigador identificó que los estudiantes requerían el concepto de función parte entera y función por partes para la construcción del modelo matemático. En este sentido, se planteó un ejemplo análogo en el que se trabajó la construcción de un modelo matemático con el fin de determinar qué tan favorable era para el cliente un plan prepago o postpago, según el servicio de telefonía celular, dado el consumo de minutos al mes. En el desarrollo del ejemplo análogo se hizo énfasis en la representación de la función. En la cuarta etapa se analizaron con los estudiantes los aspectos relacionados con el consumo de agua en el hogar en tareas cotidianas. Para la quinta fase, "delimitación y formulación del problema", se estudió la estructura tarifaria del recibo del acueducto como subsidios y costos relacionados con el consumo de agua por

ISBN 978-84-945722-3-4

estrato. En la quinta fase, "formulación del modelo matemático y resolución del problema a partir del modelo matemático", los estudiantes realizaron la construcción de un modelo matemático, que diera cuenta del comportamiento del costo de la factura del acueducto a partir del consumo de agua, para los estratos socioeconómicos dos y tres.

De otro lado, este trabajo de modelación matemática se realizó con estudiantes de grado noveno. En una etapa de exploración, inicialmente se contó con la participación de treinta y cinco estudiantes, de los cuales se eligieron siete porque tenían un interés en el tema de la modelación y un desempeño escolar alto. De allí que el tipo de metodología de investigación implementada fuera el estudio de caso, pues este supone el análisis de un caso particular en un contexto dado para una población determinada. Como categorías de análisis se tuvieron en cuenta los elementos de anteriores investigaciones de autores como Villa-Ochoa (2007) y Berrío (2011). Estos elementos son: el contexto, la experimentación, la cultura, el trabajo en equipo, el uso de modelos análogos y la simplificación.

Tal como lo enuncian Vasco (2003) y Murthy et al. (1990) la construcción de un modelo no es un proceso sencillo, más bien lo describen como un arte en el cual juegan un papel importante las habilidades del modelador tales como la creatividad, la intuición y la visión, así como la comprensión de la covariación de las variables del modelo matemático, de forma que simulen el comportamiento de la covariación de la variables del fenómeno que se intenta simular. Otro factor que hace compleja esta tarea es el de tratar de entender el problema del mundo real y llevarlo al mundo abstracto, estos es, al mundo de la matemática.

De acuerdo con lo anterior, para la implementación de la modelación en el aula, Biembengut & Hein (2004) parten de un tema sobre el cual se tiene interés y se realizan preguntas para definir qué aspectos se quieren estudiar del tema. Las preguntas planteadas deberán responderse utilizando un conjunto de herramientas matemáticas y un conocimiento previo del tema. El propósito inicial es que los alumnos puedan elegir un tema que sea de su interés para ser trabajado en clase bajo la orientación del profesor y así poder desarrollar el contenido programático. La modelación matemática, como proceso, debe considerar una serie de etapas para construir el modelo matemático, a saber: exploración de situaciones de dependencia, definición, exploración y delimitación del tema de una situación en particular,

ISBN 978-84-945722-3-4

desarrollo del contenido programático y ejemplo análogo, formulación del problema " Valor del servicio de acueducto a nivel residencial en función del consumo de agua potable", formulación de un modelo matemático y resolución del problema a partir del modelo, interpretación de la solución y validación del modelo.

En suma, esta investigación pretendió proponer la modelación matemática como una herramienta didáctica útil para el docente en función de la comprensión de los conceptos matemáticos por parte de los estudiantes.

Conclusiones

De otro lado, fue posible identificar los siguientes elementos propuestos por Villa-Ochoa (2007) y Berrío (2011): "Motivación", durante las distintas etapas los estudiantes se vieron motivados en el proceso de obtención del modelo matemático, gracias a la aplicación de la matemática en la resolución de problemas de su vida cotidiana en un contexto escolar; "Construcción de modelos originales", cada equipo de trabajo de estudiantes formuló un modelo matemático diferente utilizando notaciones particulares para llegar a la representación algebraica del modelo matemático; "Cultura", los hábitos y los esquemas culturales en los cuales se desempeñan los objetos de la sociedad definen en mucho los modos en que se entienden los fenómenos de la realidad, es así como el consumo de agua se encuentra atravesado por las creencias que tienen los usuarios de este servicio, como es el desperdicio o ahorro de agua; "Contexto", éste representa uno de los elementos más importantes a la hora de construir el modelo matemático, pues el trabajo con los estudiantes demostró que hay una alta incidencia del entorno en la comprensión de las diferentes etapas del modelo; "Simplificación", dada una situación de la vida cotidiana a estudiar es necesario hacer una acotación, de tal forma que el nivel de complejidad del problema a resolver esté acorde con el nivel escolar del estudiante, respecto a la cantidad de variables a manejar en el modelo y el tipo de modelo a construir; "Experimentación", la manipulación con el objeto de estudio como fue el consumo de agua llevó a los estudiantes a una mejor comprensión del concepto de función por partes y función parte entera, sobre una situación que en adelante podrá ser abordada desde una perspectiva matemática.

ISBN 978-84-945722-3-4

Referencias Bibliográficas

Berrio Arboleda, M. de J. A. (2011). Elementos que intervienen en la construcción que hacen los estudiantes frente a los modelos matemáticos. El caso del cultivo de café. (Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales). Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.

Biembengut, M.& Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. Educación Matemática, 16, 105 –125.

Blum, W., & Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt? Journal of Mathematical Modelling and Application, 1, No. 1, 45–58.

Villa-Ochoa. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Tecnológicas, 63–85.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-789

EDUCADORES MATEMÁTICOS COM GEOGEBRA, NOVOS MODOS DE PENSAR E SUAS CONSEQUÊNCIAS[24]

Maria Teresa Zampieri[25] - Sueli Liberatti Javaroni
maite.zampieri@gmail.com - suelilj@fc.unesp.br
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - Brasil

Núcleo temático: IV - Formación del Profesorado
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: GeoGebra; formação continuada; conhecimento profissional dos professores

Resumo

O objetivo dessa comunicação é destacar novas formas de pensar que emergiram em debates entre educadores matemáticos que participaram de duas ações colaborativas de formação continuada, voltadas para o estudo do software GeoGebra. Uma delas ocorreu na cidade de Bauru, Estado de São Paulo, no Brasil, e a outra na cidade de Coimbra, em Portugal. Ambas fazem parte do cenário de investigação de uma pesquisa de doutorado em andamento no Brasil, que por sua vez segue uma abordagem metodológica qualitativa. Nos referenciais teóricos que sustentam essa investigação, entende-se que o pensamento é fruto não somente de processos biológicos, mas também da participação de instituições sociais e de dispositivos técnicos, mesmo sendo estes dois últimos constituídos não só por seres-humanos. Ademais, baseia-se em um aporte que defende a importância do conhecimento profissional dos professores, e no modo como se transformam. Como resultado, evidencia-se que os conhecimentos dos professores sobre os conteúdos matemáticos e sobre as necessidades de aprendizagem de seus alunos, em conjunto com o modo como se apropriam das funcionalidades do GeoGebra, possibilitam a eles vislumbrar mudanças qualitativas na produção de conhecimento matemático em suas aulas.

Introdução

Novas formas de pensamento podem ser explicitadas ao se trabalhar com GeoGebra[26] e atividades de cunho exploratório sobre conteúdos matemáticos. Ao oferecermos dois cursos de formação continuada com

[24] O presente trabalho foi realizado com o apoio do Programa do Observatório da Educação (OBEDUC), da CAPES, entidade do Governo Brasileiro voltado para a formação de recursos humanos.
[25] Bolsista de doutorado da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), processo nº 2014/27166-9. As opiniões, hipóteses e conclusões ou recomendações expressas neste material são de responsabilidade do(s) autor(es) e não necessariamente refletem a visão da FAPESP
[26] https://www.geogebra.org/ . Último acesso em 15.04.2017.

professores de Matemática, com o intuito de promover discussões e reflexões acerca do uso desse software nas aulas de Matemática, observamos que a dinâmica de trabalho entre os professores se modificou, devido à explicitação de tais pensamentos. Assim, o propósito desse artigo é trazer à tona algunas situações que reforçam esse argumento anterior.

Um dos cursos aconteceu na cidade de Bauru, São Paulo, Brasil, e o outro aconteceu na cidade de Coimbra, Portugal. Chamamos esses cursos de ações colaborativas devido ao modo como foram planejados e desenvolvidos, envolvendo a colaboração entre educadores matemáticos atuantes em distintos níveis de escolaridade, tanto nos momentos em que a proposta e as atividades dos cursos estavam sendo criadas, quanto nos momentos em que de fato aconteceram (Javaroni & Zampieri, 2015).

Tais ações compõem o cenário de investigação de uma pesquisa de doutorado que vem sendo desenvolvida pela primeira autora dessa comunicação (Zampieri, 2014), sob orientação da segunda. Ademais, essa pesquisa faz parte de um projeto temático de grande porte denominado **Mapeamento do uso das tecnologias de informação nas aulas de Matemática do Estado de São Paulo**[27], coordenado pela segunda autora desse artigo.

Esse projeto maior aborda seis distintas regiões dentro do Estado de São Paulo e conta ainda com a colaboração de professores universitarios, de Educação Básica, bem como com pesquisadores de iniciação científica (IC), mestrado e doutorado. Todas as pesquisas vinculadas a ese projeto seguem uma abordagem metodológica qualitativa, pois focalizam aspectos epistemológicos em relação a seus respectivos objetos de estudo (Javaroni & Zampieri, 2015).

Em relação à pesquisa de doutorado, cujo recorte estamos aqui tratando, os procedimentos metodológicos utilizados foram: videogravações, aplicação de atividades, aplicação de questionários, diário de campo da pesquisadora e das duas alunas de iniciação científica que colaboraram com a doutoranda na condução de um dos cursos. A seguir, apresentamos os aportes teóricos que nos sustentam na discussão do recorte de dados que detalharemos mais a frente.

[27] Projeto de pesquisa coordenado pela Profa. Dra. Sueli Liberatti Javaroni e aprovado sob número 16429 no Edital 049/2012/CAPES/INEP/OBEDUC – http://www.capes.gov.br/educacao-basica/observatorio-da-educacao. Acesso em 24.4.17.

ISBN 978-84-945722-3-4

Estilos de pensamento distintos e os conhecimentos profissionais dos professores

Nossa memória de longo prazo está atrelada a um tipo de memória declarativa, que se situa dentro de uma rede associativa enorme e exclusiva do cérebro, de maneira que “quando uma nova informação ou um novo fato surgem diante de nós, devemos, para gravá-lo, construir uma representação dele” (Levy, 1999, p. 79). Diante disso, em nosso pensamento do dia a dia, de acordo com esse autor, executamos estes processos elaborativos constantemente. Essas elaborações seriam como “fichas mentais”, segundo ele, sobre conceitos ou situações que são úteis dentro do contexto que estamos inseridos. “Poderíamos dizer que nossa visão de mundo, ou nosso modelo de realidade, encontram-se inscritos em nossa memória de longo prazo” (Levy, 1999, p. 153 – grifos do autor).

Por exemplo, em sociedades que só tinham a oralidade para se expresar, eles costumavam utilizar de dramatização e narrativas com o intuito de perpassar os valores e conceitos que gostariam que transcendessem, segundo ese autor. Então essa era a forma que essas sociedades elaboravam suas fichas mentais. Desse modo, o estilo de pensamento em tais sociedades se reflete na significação dada a esses tipos de dramatizações.

Com a escrita, surgem as teorizações em diversos campos do conhecimento, se expandindo inclusive no âmbito da religião. Assim, o pensamento se tornou lógico. Para Levy (1999, p. 93 – grifos do autor), “o “pensamento lógico” corresponde a um estrato cultural recente ligado ao alfabeto e ao tipo de aprendizagem (escolar) que corresponde a ele”.

Já em relação à informática, o autor destaca a digitalização, em que o suporte da informação passa a ser infinitamente maleável e inquebrável. Outro aspecto importante que Levy (1999) destaca é o fato de que a simulação ganha força com o advento das tecnologias digitais. Isso se dá, segundo ele, por causa dos beneficios cognitivos trazidos nesse processo. Para o autor, as múltiplas possibilidades de variação dos parâmetros e a simulação de todas as situações possíveis dentro de um mesmo problema, proporcionam ao usuário de um programa de computador, oportunidades de intuir sobre as relações de causa e efeito presentes no modelo que está sendo estudado.

A produção desse conhecimento por meio da simulação em programas de computador difere dos que são produzidos por outros meios pois proporciona ao usuário interferir diretamente no objeto que lhe interessa dentro do modelo estudado, propiciando a ele que seja um ator dentro desse modelo. Desse modo, o autor defende que a simulação auxilia a imaginação.

ISBN 978-84-945722-3-4

Portanto, o estilo de pensamento que emerge por meio dessa interação digital decorre da expansão da capacidade de imaginar e de intuir.

Na Educação Matemática, Borba e Villarreal (2005) argumentam, apoiados em Levy (1999) e também em outras obras literárias, sobre a importância da intuição propiciada pela experimentação para os processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Dessa forma, eles defendem uma abordagem denominada experimental-com-tecnologias, que segundo eles é muito mais do que apertar teclas no computador, ou em calculadoras gráficas, mecanicamente. Isto é, para eles, este ato deve estar atrelado à elaboração de conjecturas, com suas validações ou refutações, às demonstrações, envolvendo a coordenação de representações múltiplas, e com uma forma diferenciada de realizar tentativas e erros, pois estes não serão feitos aleatoriamente, mas sim condicionados pelo feedback oferecido pela tecnologia com a qual se está trabalhando. (Borba & Villarreal, 2005).

Entretanto, no nosso modo de ver, para que os professores se motivem a desenvolver atividades dentro dessa abordagem em sala de aula, são necessários, pelo menos, dois elementos: 1 – eles mesmos terem a oportunidade de realizar atividades dentro dessa abordagem, para poderem criticar e elaborar novas atividades de acordo com suas necesidades; 2 – participarem de cursos ou outras ações de formação continuada em que se leve em conta seus saberes ou conhecimentos profissionais, os quais, segundo Tardif (2000) são temporais, situados e heterogêneos.

Esse mesmo autor destaca ainda a necessidade que os professores sentem, ao longo de suas carreiras, de adquirir certa sensibilidade para distinguir as diferenças de aprendizagem entre cada aluno para os quais lecionam. “Essa sensibilidade exige do professor um investimento contínuo e a longuíssimo prazo, assim como a disposição de estar constantemente revisando o repertório de saberes, adquiridos por meio da experiência” (Tardif, 2000, p. 17).

Assim, qualquer ação de formação continuada que traga em seu cerne a valorização desses saberes e a importância de destacá-los e articulá-los às propostas desenvolvidas em tal ação, tem o potencial de promover momentos de aprendizagem mútua entre os educadores matemáticos envolvidos, resultando não só em uma avaliação da própria prática, mas também em propostas diferenciadas que são levadas por eles em sala de aula. O recorte de dados apresentado a seguir corrobora essas duas situações.

ISBN 978-84-945722-3-4

Debate entre educadores matemáticos e alguns de seus impactos em sala de aula

Sobre o curso realizado em Bauru, Zampieri, Javaroni e Silva (2016) destacaram alguns fatores que contribuíram para que cinco professores cursistas aplicassem atividades com GeoGebra em suas salas de aula, por influência do próprio curso em suas práticas. Um desses fatores se refere ao modo flexível pelo qual sua ementa foi organizada, abordando somente os conteúdos elencados pelos professores, e pelo software escolhido por eles, que por sua vez, foi o GeoGebra.

Aprofundando um pouco a discussão sobre esse fator, consideramos que junto a essa proposta flexível, estão associadas as dicussões que fazíamos ao final da realização de cada atividade, pois era o momento em que surgiam críticas e ideias para novas abordagens, buscando atender às especificidades de cada contexto em que os professores estavam inseridos.

Uma situação que ilustra tais discussões se refere ao debate sobre uma atividade envolvendo soma dos ângulos internos de triângulos. Essa atividade abordava a contrução do triângulo por meio de duas retas paralelas, cortadas por duas transversais. A ideia era que os professores avaliassem se a abordagem proposta estava adequada para que seus alunos conseguissem demonstrar, por meio da igualdade entre ângulos alternos internos, que a soma dos ângulos internos de um triângulo sempre é 180°. A construção deveria ficar como a representada na figura 1, a seguir:

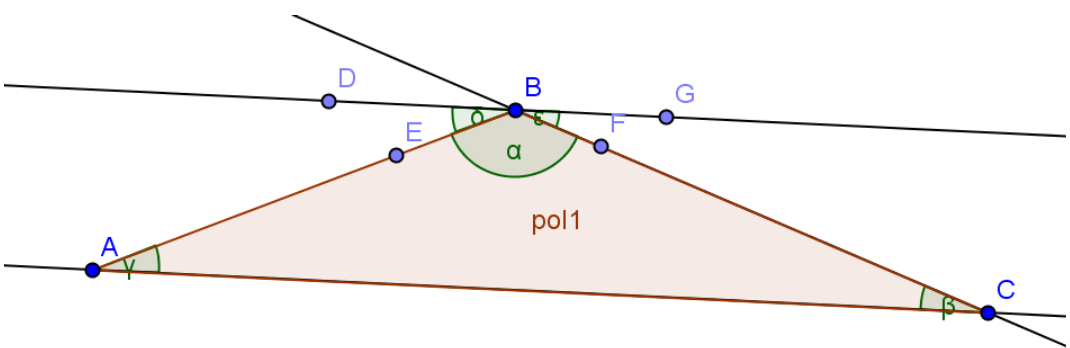


Figura 1 – Contrução do triângulo por meio de duas retas paralelas cortadas por duas transversais.

Fonte: dados da pesquisa de doutorado da primeira autora.

Para guiar o debate, lançávamos sempre a seguinte pregunta disparadora: "Como você avalia essa atividade no GeoGebra em relação ao objetivo que ela visa cumprir? Argumente". Em seguida, dois professores sugeriram

ISBN 978-84-945722-3-4

que daria para relacionar ainda esse conteúdo com o de área, conforme argumentou o profesor Elias[28]: "fazer a soma mostra que dá 180º [...] faz os ângulos se alterando, e que a soma permanece sempre constante […] eu aproveitei com a colega aqui e coloquei a área, então conforme mudava o ponto, a área alterava e a soma permanecia constante".

Sobre essa fala do professor, "conforme mudava o ponto", ele está se referindo que conforme variava as medidas do triângulo, com a ferramenta de arrastar do GeoGebra, seria possível que os alunos percebessem que embora a soma dos ângulos fosse sempre a mesma, sua área se alterava. Já o professor Lucas destacou a dinamicidade que o GeoGebra dá nesse tipo de atividade, por causa da visualização e da própria agilidade, se compararmos com uma abordagem similar feita com lápis e papel, ou mesmo com outros recursos que não envolvessem as tecnologias digitais. Segundo ele, "essa ferramenta aqui [se referindo ao GeoGebra] é bem mais ágil, bem mais ilustrativo, e eu acho que a percepção do aluno, a interação [entre os próprios alunos, e também entre o professor e os alunos] é bem maior".

Ao destacarem esses diferenciais do GeoGebra dentro desse tipo de abordagem, ou ainda, para ampliar os conteúdos abordados dentro de uma mesma atividade, como foi o caso do professor Elias, observamos que essa possibilidade de variação dos parâmetros, conforme argumenta Levy (1999), promoveu aos professores que agissem diretamente nesse modelo que estava sendo estudado. E ao fazerem isso, levaram em consideração a aprendizagem de seus alunos, mostrando que seus saberes profissionais de fato são situados ou contextualizados, conforme defende Tardif (2000). Isso então posibilitou a eles novas formas de pensar acerca dessa atividade, ao vislumbrarem como esse software agilizaria a percepção de seus alunos acerca daquilo que estava sendo demonstrado, conforme aponta o professor Lucas. Essas potencialidades destacadas pelos professores, no nosso modo de ver, vão ao encontro do que Borba e Villarreal (2005) defendem sobre as posibilidades de descobertas que emergem devido ao rápido feedback propiciado por esse tipo de software.

Situações similares aconteceram ao longo desse curso, e também nos debates no curso de Coimbra. Um desses debates ocorreu logo após a realização de uma atividade sobre construção de prismas e pirâmides, com o objetivo de que os professores avaliassem se a abordagem sugerida estava adequada para que seus alunos fossem capazes de compreender

[28] Os nomes dos professores foram alterados para preservar suas identidades.

ISBN 978-84-945722-3-4

as propiedades dos dois sólidos, a partir da variação nas dimensões de suas respectivas bases e alturas.

A partir da mesma questão disparadora colocada nos debates do outro curso, conforme já mencionamos, a professora Clara reiterou que além da abordagem estar adequada para atender a esse objetivo, também seria adequada para abordar outros conteúdos ao mesmo tempo, de modo a aproveitar o caráter dinâmico que caracterizou as contruções nesse software. Em suas palavras: “esta atividade está muito interessante, e dá pra explorar muitas coisas. Acho que dá pra explorar o volume, de acordo com a altura, mexer na altura, dá pra explorar planificação, dá pra explorar a área das várias faces”. A professora Gisele ainda a complementou: “dá para estabelecer a relação do ⅓ da área da base...ou seja, pode usar a mesma base, a mesma altura, e depois mostrar aos alunos”.

Devido a esses tipos de reflexões que emergiam ao longo dos debates, também visávamos incentivar os professores a desenvolver atividades baseadas nessa abordagem experimental-com-tecnologias em suas aulas. Em alguns casos, esse incentivo acabou sendo profícuo, como já apontaram Zampieri, Javaroni e Silva (2016). Um exemplo se deu em relação a um professor do curso de Bauru, o Rodrigo. Praticamente em todos os debates posteriores às realizações das atividades naquele curso, surgia nas discussões a necessidade de fazer algumas conceitualizações com os alunos antes de iniciar as construções com eles. Uma dessas conceitualizações se referia à noção de localizar e colocar pontos no plano cartesiano. A maioria dos professores pensava que era mais viável trabalhar essa conceitualização de forma expositiva e somente depois levar os alunos à sala de informática para realizar as construções no GeoGebra.

O professor Rodrigo, porém, sempre discordava, e argumentava que era sim possível fazer a conceitualização e realizar as construções ao mesmo tempo. Ele então mostrou aos demais que isso de fato era possível, ao aplicar uma atividade sobre Teorema de Pitágoras em uma das classes em que lecionava, e depois, no último encontro desse curso, contou os detalhes de como desenvolveu sua atividade. Em síntese, ele disse que iniciou a construção pedindo aos alunos que localizassem os vértices do triângulo retângulo e dos quadrados que deveriam ficar posicionados acima de cada lado do triângulo, por meio das coordenadas dos pontos, as quais eram mencionadas na atividade, de modo a utilizar os eixos Oxy e a malha no GeoGebra.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Além disso, ele destacou como fundamental na realização dessa construção, a utilização de um projetor multimídia, para que fosse possível realizar a construção passo-a-passo junto com os alunos, e para poder sanar as dúvidas na medida em que elas surgissem. Segundo o professor, houve muita colaboração entre os alunos, bem como uma produção de conhecimento em que eles próprios foram atores nesse processo, despertando o interesse inclusive dos alunos que nem sempre se mostravam interesados nas suas aulas expositivas. Diante desse relato, apontamos uma das consequências oriundas das novas formas de pensar que as abordagens experimentais-com-GeoGebra promoveram ao longo desses dois cursos.

Considerações finais

Entrelaçando esse recorte de dados trazido com o aporte teórico aqui referenciado, observamos que as sugestões dos professores em relação às atividades realizadas, além de serem condicionadas pelo rápido feedback do software, e pelo modo como se transformaram em atores dentro dos modelos estudados, também foram condicionadas pela sensibilidade que cada um deles demonstrou ter em relação às especificidades de aprendizagem de seus respectivos alunos, conforme buscamos destacar na atitude do professor Rodrigo, recém discutida.

Defendemos então a necessidade de que essa sensibilidade dos professores seja mais valorizada e trazida à tona em pesquisas que se propõem a investigar suas práticas ou oferecer algum tipo de formação continuada. Esperamos ter contribuído aqui, mesmo que ainda timidamente, para reforçar essa necessidade e a importância de estabelecer uma interlocução entre educadores matemáticos, abordagem experimental-com-GeoGebra e conhecimentos profissionais dos professores.

Referências bibliográficas

Borba, M. C., & Villarreal. M E. (2005). *Humans-with-Media and the reorganization of mathematical thinking:* information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005. 232 p. (Mathematics Education Library, 39).

GeoGebra. (2016). *GeoGebra:* the graphing calculator for functions, geometry, algebra, calculus, statistics and 3D Math! Dynamic Mathematics for learning and teaching. https://www.geogebra.org/ 17.04.2017.

ISBN 978-84-945722-3-4

Javaroni, S. L., & Zampieri, M. T. (2015). O uso das TIC nas práticas dos professores de Matemática da rede báica de ensino: o projeto Mapeamento e seus desdobramentos. *Bolema*, Rio Claro (SP) v. 9, n. 23, 998-1022.

Levy, P. (1999). *As tecnologias da Inteligência:* o futuro do pensamento na era da informática. 8. ed. Rio de Janeiro: Editora 34.

Tardif, M. (2000). Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: Elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas consequências em relação à formação para o magistério. *Revista Brasileira de Educação,* nº13.

Zampieri, M. T. (2014). Digital technologies and curriculum for teaching Mathematics: Planning a blended continuing education course. *Anais do III Congresso internacional das TIC na educação* (pp. 1110-1114). Lisboa-Portugal. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.

Zampieri, M. T., Javaroni, S. L., & Silva, J. C. (2016). Formação continuada em ambientes de geometria dinâmica e seu impacto em sala de aula. *Anais do XXVII Seminário de Investigação em Educação Matemática (SIEM). Porto.*

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-790

ABORDANDO LA TRANSICIÓN DE LAS MATEMÁTICAS BÁSICAS DE LA SECUNDARIA A LAS MATEMÁTICAS UNIVERSITARIAS

Gloria Inés Neira Sanabria
nicolauval@yahoo.es, gneira@udistrital.edu.co
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia

Núcleo temático: Formación del Profesorado en Matemáticas
Modalidad: CB
Nivel educativo: Superior
Palabras clave: Transición, Matemáticas Básicas, Matemáticas Universitarias.

Resumen

En el paso de la educación básica y media a la universitaria se manifiestan diversos problemas de la Educación Matemática Hay múltiples tensiones entre el análisis real, el cálculo escolar, la geometría escolar, la geometría analítica escolar, el álgebra abstracta, el álgebra de bachillerato, la aritmética de los reales, la aritmética de los racionales, la aritmética de los enteros, la aritmética de los naturales, entre lo discreto y lo continuo (y en la mitad, lo denso), entre lo finito y el infinito actual (y en la mitad, el infinito potencial). Hay aspectos en los que la notación del cálculo parece la misma del álgebra escolar, pero no lo es, como se ve ante todo por la ausencia de la composición, por el entendimiento del exponente (-1) como recíproco, no como inverso de la función, por el uso del apóstrofe para la derivada, por la manera de entender las igualdades que empiezan por "$y = \cdots$" como funciones, por la yuxtaposición de letras sin indicar multiplicación en los nombres de las funciones (como "$\ln x$"). Documentaremos que se trata de un registro semiótico diferente para un sistema conceptual diferente. Problemática fundamental para profesores en ejercicio y la formación de futuros profesores.

Introducción

Curricularmente el modo en que ocurre la instrucción en la escolaridad institucional[29] es dos cursos de algebra en 8º y 9º grado y un curso de cálculo en grado 11, es decir se presenta el álgebra como un dominio, unas prácticas, anteriores al cálculo, y no solo anteriores sino como pre-requisito para entrar a él posteriormente. En la universidad en primer semestre de ingeniería, el estudiante debe tomar un curso de cálculo diferencial para el cual es necesario, aunque no suficiente, un buen dominio del álgebra. Incluso hay universidades que han incluido un curso de Fundamentos de matemática o matemáticas básicas, repaso del algebra y de las funciones,

[29] Así es en nuestro país y guardando las proporciones la organización curricular es similar en la mayoría de países del mundo, por lo menos en cuanto al orden en los cursos de álgebra y el cálculo.

ISBN 978-84-945722-3-4

para suplir los vacíos que puedan presentarse antes de entrar a un curso formal de cálculo. Históricamente también se desarrolló primero el álgebra y posteriormente el cálculo. Así que en este primer acercamiento, paso o transición significa el camino que ha dado tanto la humanidad como la escuela en la adquisición y ordenamiento de ciertos contenidos aceptados universalmente como básicos en la educación, particularmente en el álgebra y el cálculo escolar.

Desarrollo

En la práctica pedagógica de organización escolar actual, lo que se da es una separación de un año (trigonometría y geometría analítica). De facto se encuentra un 10º grado que configura un elemento o estadio de transición escolar, que no tiene ninguna razón ni matemática ni pedagógica, sino solo de tradición escolar. Nos interesa entender y describir la transición del algebra al cálculo en el sentido de lo que cambia, con respecto al álgebra, semántica, sintáctica, semióticamente para el estudiante una vez que entra al mundo del cálculo, tanto en grado 11 como en el primer semestre de universidad. Pero no solo cronológicamente, sino también en qué momentos, en qué temáticas, con cuáles situaciones se está presentando ya una irrupción de elementos constitutivos del cálculo.

Y se asumirá como supuesto inicial que hay un paso o transición, y no por ejemplo una ruptura, que sí es un término que instaura una postura radical de entrada, para que la investigación misma arroje más claridad acerca de ese camino, de ese tránsito. Voy a decir paso, ni curricular, ni cognitivo, sino entendiendo que curricularmente se pone primero algebra y después cálculo, que el álgebra se considera pre-requisito para el cálculo, que para compartir las prácticas del cálculo se requiere en gran medida manejar las del álgebra. Hay un paso que algunos lo dan de una vez, otros se devuelven, otros permanecen un poco ambiguos por un tiempo y otros tal vez nunca pasen, pero cualquiera de las situaciones confirma que está bien llamado también transición. Esa transición puede ser cognitiva, lingüística, curricular, semiótica, pero no se está describiendo ni desde el punto de vista antropológico, ni desde el punto de vista del análisis del discurso.

Tensiones Disciplinares

ISBN 978-84-945722-3-4

Hay múltiples tensiones entre el análisis real, el cálculo escolar, la geometría escolar, la geometría analítica escolar, el álgebra abstracta, el álgebra de bachillerato, la aritmética de los reales, la aritmética de los racionales, la aritmética de los enteros, la aritmética de los naturales, entre lo discreto y lo continuo (y en la mitad, lo denso), entre lo finito y el infinito actual (y en la mitad, el infinito potencial).

Hay algunos aspectos en los que la notación del cálculo parece la misma del álgebra escolar, pero no lo es, como se ve ante todo por la ausencia de la composición, por el entendimiento del exponente (-1) como recíproco, no como inverso de la función, por el uso del apóstrofe para la derivada, por la manera de entender las igualdades que empiezan por "$y = \cdots$" como funciones, por la yuxtaposición de letras sin indicar multiplicación en los nombres de las funciones (como "$\ln x$"). La idea es documentar que se trata de un registro semiótico diferente para un sistema conceptual diferente.

Tenemos la conjetura de que la notación para la geometría analítica de décimo grado no es la misma que la del álgebra escolar ni la del cálculo. En geometría analítica los términos "no significan nada", sólo las igualdades, que llamamos "ecuaciones" significan aunque en ellas no se trata de averiguar una raíz. No importa que sean funcionales o no. No se usa la composición ni la derivada. Podría pues haber otra transición del álgebra escolar a la geometría analítica y otra al cálculo, nos interesa la que va del algebra al cálculo, entre otras cosas porque en el cálculo de la universidad, la geometría analítica es una unidad más o una herramienta para las llamadas funciones trascendentes.

La principal operación binaria analítica es la composición de funciones, operación que no figura en el álgebra de bachillerato. Los elementos u objetos del análisis no son los números racionales y reales, sino las funciones reales de valor real. En noveno grado generalmente no se estudia la función compuesta como por ejemplo $x^2 \circ x^3$ y no se sabe responder con certeza si los exponentes se suman o se multiplican, es decir si el resultado es x^5 o es x^6 porque la composición no es producto de funciones. Son pues muy diferentes de los objetos de la aritmética generalizada.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Respecto a la relación continuo-discreto (al interior de la aritmética, del álgebra y del cálculo), en la mitad hay una zona gris: lo denso, o la densidad. En lo discreto están los conjuntos finitos, los números naturales y los enteros; luego se llega a los racionales positivos Q+, que son densos, y de allí se llega a los racionales Q. Luego se trata de capturar el continuo (línea, región) a través de lo discreto y lo denso.

Generalmente se viene trabajando en el álgebra de bachillerato con ciertas funciones muy limitadas: la función cuadrado, la función cubo, las funciones lineales y las funciones afines o de gráfica lineal (que se confunden frecuentemente con las lineales). No se consideran las funciones constantes como funciones, sino como constantes. La función idéntica no se utiliza como función, talvez "porque no hace nada". La x se considera como incógnita, como variable, o como indeterminada, pero no como función.

No es conveniente confundir la función, tomada como operación o transformación, que es un objeto activo, con su grafo, que es un objeto pasivo propio de la teoría de conjuntos. Se perdería el aspecto activo de la función y no se podría hablar de la diferencia entre el conjunto de salida y el dominio, ni de la diferencia entre el conjunto de llegada y el recorrido, rango o codominio. No habría diferencia entre función parcial y función totalmente definida, ni entre función en y función sobre o sobre-yectiva. Menos conveniente todavía es confundir la función con su gráfica cartesiana. La una es un elemento u objeto analítico, y la otra es un elemento u objeto geométrico.

Al preguntarnos: ¿Qué elementos conceptuales trae el estudiante para trabajar las nociones intuitivas del cálculo? o ¿Sobre qué predica el cálculo?, o, ¿Qué requiero para acceder al cálculo? las posibles respuestas involucran entidades como: *funciones*, *números reales*, *infinito*, *aproximaciones*, *continuidad*, *vecindades*, entre otras, conceptos que como tales tienen sus propios problemas de conceptualización y de representación.

Con respecto a las funciones, vale la pena anotar aquí las dificultades que tienen los estudiantes para pasar de un registro semiótico de representación a otro, y para articular los distintos registros de representaciones semióticas (Duval 1992,1998) y reconocer en

ISBN 978-84-945722-3-4

todos el mismo objeto matemático. Por ejemplo, se rechaza la función real constante de valor 4 si se presenta en la forma *y=4*, porque lo que existe en el estudiante es una asociación de la función con su fórmula dependiente de x; o de función como variación, en cambio si se presenta gráficamente por la asociación recta= función se presentan menos errores.

En cuanto a los Números Reales, algunas investigaciones (Artigué, 1995)**,** muestran la tendencia de los estudiantes a asociar el número real con la aproximación que de él nos da la calculadora, y también han detectado situaciones arraigadas en los estudiantes de college y de primeros semestres de universidad, como que entre 3,25 y 3,26 no hay ningún número, o que $3{,}138$ es mayor que $3{,}4$; o que $3{,}4^2 = 9{,}16$; situaciones que muestran la complejidad de estos referentes.

Respecto a los límites hay algunas justificaciones interesantes de los estudiantes. Por ejemplo la concepción de que el límite de la sucesión *0.9, 0.99, 0.999,...debe* ser menor que *1;* que 0.9, 0.99, 0.999 no tiende a 1 pero tiene límite 1 (porque tiende a tener la propiedad de 0.9999 que nunca puede pasar del límite 1).

Por otra parte y relacionado con lo anterior, se plantean también algunas consideraciones acerca del "paso", transición", "ruptura",… del álgebra al cálculo, teniendo en cuenta que cada una de estas categorías está cargada semántica y teóricamente y ha generado diversas tendencias. Se trata entonces de hacer una apertura para la lectura del problema y no cerrar definiendo cada término, de construir un marco explicativo inicial que permita hacer interpretaciones y tomar decisiones para caracterizarlas.

Para entrar en el mundo del cálculo es necesario enriquecer la visión de los estudiantes sobre la noción de igualdad y desarrollar nuevos métodos para probar igualdades. En este punto, es interesante notar que una reconstrucción similar de la noción de igualdad fue puesta en evidencia por la investigación didáctica, en la transición del pensamiento numérico al pensamiento algebraico.

ISBN 978-84-945722-3-4

En Neira (2000) se plantea claramente que en el álgebra, para demostrar que dos expresiones son iguales, se razona por equivalencia: se transforma la escritura a(x)=b(x) en una sucesión de escrituras $a_i(x) = b_i(x)$ hasta obtener dos expresiones idénticas. Lo mismo se hace en el tratamiento de las ecuaciones y de las inecuaciones. Mientras que en el cálculo, se hace un encaje con la proposición $\forall\, \varepsilon > 0, |a - b| < \varepsilon$; lo cual ha de llevar a comprender que para demostrar que en la vecindad de un punto a $f(x) < g(x)$, no hay que resolver la inecuación, sino encontrar un intervalo de centro a donde tal desigualdad se pueda garantizar, mediante aproximaciones y estimaciones. *Se pasa de razonamientos por equivalencias sucesivas a razonamientos por condiciones suficientes.*

La entrada en el mundo del cálculo obliga también a los estudiantes a reconstruir objetos matemáticos ya familiares pero en otros mundos: la noción de tangente nos proporciona un caso prototípico de tal reconstrucción. En la enseñanza bachillerato, los alumnos encuentran primero esta noción en el contexto del círculo. La tangente es un objeto geométrico que posee propiedades específicas: • no corta al círculo, • Lo toca en solo un punto, • en el punto de contacto es perpendicular al radio.

Todas estas propiedades son globales y no tienen nada que ver con la idea de dirección común. Además, para ayudar a los alumnos a darse cuenta del carácter abstracto de los objetos geométricos, los profesores subrayan que incluso si perceptivamente el círculo y la tangente parecen coincidir localmente, en realidad tienen solo un punto común. Esta concepción geométrica se puede generalizar aplicándose a otras curvas, por ejemplo parábolas, y conduce a la concepción algebraica de la noción de tangente como recta que tiene una intersección doble con la curva, que resulta operativa con las curvas algebraicas.

Claramente, no hay una filiación directa entre esta tangente y la definida en cálculo, caracterizada por una propiedad local: la recta con que la curva tiende a confundirse localmente (aproximación afín al orden uno) y cuya pendiente está dada por el valor de la derivada de la función asociada.

Conclusiones

El paso de las matemáticas de Secundaria a las matemáticas de la Universidad plantea un problema complejo. Como lo afirma Gascón (1997), su esclarecimiento requerirá el desarrollo de la investigación didáctico-matemática y ésta necesitará la participación ineludible de toda la comunidad matemática.

La formación de profesores reflexivos en la disciplina matemática y en la epistemología de las matemáticas, sobre la naturaleza de los objetos de estudio de las diferentes especialidades es fundamental, la capacitación, actualización e innovación son necesarias pero no suficientes para cualificar cada vez más la práctica profesional docente: se requiere la vigilancia epistemológica de la que han hablado varios pensadores, volvernos maestros investigadores del hacer presente, cada clase, cada estudiante, lo cual a su vez requiere un cambio profundo de la estructura curricular de nuestro sistema educativo.

Finalizo citando ideas de Brousseau referenciado en Gascón (1997), quien postula que para ampliar y mejorar su tarea, los investigadores en matemáticas deberán interesarse por aquella parte de su actividad relativa a cómo las matemáticas se comprenden, se comunican y se prueban. Basándose en esta nueva concepción de las matemáticas (que incluye como actividades matemáticas las relativas a la comprensión y a la comunicación), Brousseau formula la tesis de que la didáctica de las matemáticas llegará a ser plenamente parte de las "matemáticas" tema sobre el cual queda abierta la discusión.

Referencias bibliográficas

Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognoscitivos y didácticos. "Ingeniería Didáctica en Educación Matemática", pp. 97-135. Grupo Editorial Iberoamérica. Bogotá. 1995. Una Empresa Docente. Pedro Gómez, editor.

Duval, R. (1992). Gráficas y ecuaciones: la articulación de dos registros. En E. Sanchez (Ed.) Antología de la Educación Matemática. Mexico: Cinvestav IPN. Trad. Parra, M del original en francés: "Graphiques et equations" (1988). L'Articulation de deux registres" Annales de Didactique et de Sciences Cognitives. pp. 125-139.

Duval R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En Investigaciones en Matemática Educativa II (Editor F. Hitt). Grupo Editorial Iberoamérica. Traducción de: Registres de représentation sémiotique et

ISBN 978-84-945722-3-4

functionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, Vol. 5 (1993).

Gascón, J. (1997). Cambios en el contrato didáctico. El paso de estudiar matemática en Secundaria a estudiar matemática en la Universidad. *Suma*, *26*, 11-21.

Neira, G. (2000). El paso del Algebra al Cálculo: punto fundamental para lograr una comprensión significativa en matemáticas. *Revista Ingeniería* (Universidad Distrital Francisco José de Caldas), (1), 87-92.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-792

ARTICULAÇÕES ENTRE DIMENSÕES DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES E TECNOLOGIAS INFORMACIONAIS E COMUNICACIONAIS (TIC)

Rosana Giaretta Sguerra Miskulin
misk@rc.unesp.br
Unesp/RC/Brasil

Núcleo temático: IV. Formación del profesorado en Matemáticas.
Modalidade: Comunicación Breve - CB
Nivel Educativo: 5. Formación y actualización docente
Palavras_Chave: Tecnologia, Meta-Análise, Formação de Professores

Resumo

As tecnologias de informação e comunicação possibilitam novos espaços formativos que proporcionam formas diferenciadas de ensinar e aprender nas quais a interação professor/alunos se processa em ambiente virtual, permeado por características pedagógicas e computacionais. Este artigo apresenta uma meta-pesquisa sobre pesquisas (mestrado e doutorado) e artigos sobre a formação de professores no contexto das TIC. Nos fundamentamos metodologicamente em um estudo interpretativo de meta-análise, relacionado a Análise do Conteúdo, o qual nos possibilitou constituir uma das categorias de análise Processos formativos de professores que ensinam Matemática no contexto das TIC – cultura docente, comunidades de prática e comunidades virtuais, a qual nos forneceu subsídios para inferirmos que o processo de formação de professores constitui-se em um processo complexo que envolve dimensões epistemológicas, didático-pedagógicas e socioculturais. Esse processo compreendido no contexto das TIC pressupõe considerarmos as potencialidades didático-pedagógicas da utilização de ambientes computacionais na sala de aula presencial e ainda considerarmos a virtualidade gerada em espaços formativos online. Essas dimensões foram trabalhadas no corpus desta pesquisa, por meio dos cursos online, comunidades virtuais, comunidades de prática, nos quais os professores compartilhavam experiências sobre a prática docente em uma comunidade interativa/colaborativa, na qual a prática compartilhada tornava-se objeto de uma possível ressignificação.

Introdução

As tecnologias de informação e comunicação (TIC) possibilitam espaços formativos que proporcionam formas diferenciadas de ensinar e aprender nas quais a interação professor/alunos se processa em ambiente virtual. Os avanços da ciência e da tecnologia pressupõem novas formas de conceber o mundo, acarretando mudanças e transformações em seus diversos contextos, sociais, educacionais, entre outros. Desse mundo, em mudanças e transformações, decorre uma sociedade que pode ser caracterizada como a sociedade do conhecimento, na qual as inovações e as informações são processadas de uma maneira rápida

ISBN 978-84-945722-3-4

e contínua. A Educação, por meio das universidades e das escolas, está inserida nesse contexto. Assim, torna-se imperativo aos educadores contribuir para reverter a tendência da educação tradicional, tendência esta, pontuada pela instrução programada, transmissão de informações e "treinamento" do pensamento algoritmo e mecânico. O desenvolvimento tecnológico proporciona uma nova dimensão ao processo educacional, dimensão essa que prioriza um novo conhecimento que considera o desenvolvimento do pensamento criativo como aspecto fundamental da cognição humana. Como educar em uma Sociedade da Informação? Educar nesse contexto significa mais do que "treinar" pessoas no uso das novas tecnologias; trata-se de formar os indivíduos para "aprender a aprender" de forma a prepará-los para a contínua e acelerada transformação do conhecimento tecnológico. O educador assume um papel fundamental, na medida em que compatibiliza os métodos de ensino e teorias de trabalho com as tecnologias de informação e comunicação.

Em tempos atuais presencia-se cada vez mais a informação com livre acesso, em home-pages de diferentes universidades e institutos, como o MIT[30], entre outros, nos quais as aulas são disponibilizadas aos alunos, como fonte de consulta e aprendizagem no compartilhamento de matérias e aulas *online*, em todo o mundo. Em cursos *online* passamos a contar com outro espaço formativo – o virtual. Se antes tínhamos cursos presenciais, agora podemos contar com a virtualidade que se caracteriza por espaços formativos à distância, nos quais a interação professor/participantes se processa em um ambiente virtual, permeado por características próprias: pedagógicas e computacionais. Miskulin (2009) destaca dois aspectos importantes proporcionados pela virtualidade da comunicação gerada pelas TIC: a *interação*, que propicia suporte à troca de informação/comunicação: alunos/alunos, alunos/professores e alunos/professores/ambientes *online*, mantendo viva uma conexão; e a *colaboração*, que apoia o desenvolvimento de projetos colaborativos, possibilitando uma reflexão compartilhada e uma aprendizagem social. A *colaboração* contribui para a aprendizagem socialmente compartilhada e reduz o isolamento do aluno que pode ocorrer em ambientes virtuais.

A Pesquisa

[30] http://web.mit.edu/newsoffice/topic/massive-open-online-courses-moocs.html

ISBN 978-84-945722-3-4

A pesquisa – *"O Processo de Formação de Professores: Potencialidades Didático-Pedagógicas das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no Contexto da Educação Matemática"*, ora em desenvolvimento, aborda conceitos[31] que se constituem em redes de significações ou articulações entre dimensões da formação de professores e tecnologias informacionais e comunicacionais (TIC).

Os ***objetivos*** da pesquisa consistem em evidenciar e compreender *as dimensões presentes nas inter-relações entre os processos formativos de professores e as características pedagógicas das TIC* e, ainda *oferecer pressupostos teórico-metodológicos para uma formação reflexiva e consciente aos futuros professores (graduação e pós-graduação) da área de Educação Matemática a respeito da compreensão e da utilização das TIC.*

Design metodológico da pesquisa

Com essas perspectivas teórico-metodológica, visando os objetivos apresento uma meta-análise de algumas Teses, Dissertações **e** alguns dos artigos científicos em Educação Matemática(Anexo1)**,** no âmbito da formação inicial e/ou continuada de professores que ensinam Matemática, em que são priorizados temas e ou dimensões da formação de professores. Para tanto, fundamento-me metodologicamente em autores que abordam essa modalidade de pesquisa, como: Bicudo e Paulo (2011) e Fiorentini e Lorenzato (2006), os quais oferecerem subsídios teórico-metodológicos para que eu possa compreender as possíveis articulações existentes entre teses de Doutorado Dissertações de Mestrado e artigos científicos.

Fiorentini e Lorenzato (2006), caracterizam a meta-análise como uma modalidade de pesquisa que objetiva desenvolver uma "revisão sistemática de um conjunto de estudos já realizados, em torno de um mesmo tema ou problema de pesquisa, tentando extrair deles, mediante contraste e inter-relacionamento, outros resultados e sínteses, transcendendo aqueles anteriormente obtidos" (p. 71). Parafraseando Bicudo e Paulo (2011, p. 260), o estudo interpretativo conduz ao movimento dialético das questões dirigidas às pesquisas

[31]Esses conceitos têm sido resgatados na minha produção academica, isto é, em orientações de dissertações de Mestrado e teses de Doutorado, em artigos científicos e trabalhos em anais de eventos nacionais e internacionais, que envolvem esses *temas.*

ISBN 978-84-945722-3-4

acadêmicas e aos artigos científicos, por mim apresentados e analisados e, ainda das possíveis respostas, desvendadas neste processo de investigação. Esse ir e vir do pesquisador leva-o à elaboração de uma rede de significados que apontam para *Categorias* que aglutinam temas, modalidades de pesquisa, tendências teóricas, concepções, conceitos e outros núcleos revelados durante a investigação. Sendo assim, visando estruturar e fundamentar a meta-análise, utilizo algumas pesquisas e alguns artigos científicos que compõem o *corpus* da investigação. Os trabalhos acadêmicos são apresentados por meio de *Resumos*, os quais apresentam os objetivos das pesquisas, as questões investigadas, os designs metodológicos e os principais resultados e de uma *ficha de leitura*[32],objetivando identificar os principais pontos a serem abordados, no desenvolvimento desta pesquisa. Em Anexo, apresento os trabalhos acadêmicos - teses e dissertações e os artigos, por mim selecionados.

Para proceder à análise desta pesquisa me fundamentei em alguns conceitos da Análise do Conteúdo (BARDIN, 2001). Com os objetivos, em mente, procurando investigar e evidenciar *as dimensões presentes nas inter-relações entre os processos formativos de professores e as características pedagógicas das TIC* caminho para o delineamento das *Unidades de Registro*(UR). Volto-me à leitura e à releitura dos dados pesquisados, aos conteúdos das teses, dissertações e artigos, selecionados para o corpus da pesquisa, e vou aos poucos depreendendo que vários *temas* (unidades de Registro) apareceram nos trabalhos acadêmicos, tais como: processos de ensinar e aprender Matemática; comunidade de prática, processos formativos de professores, formação inicial, formação continuada de professores, comunidades *online*, ambientes virtuais, comunidades *online*, participação, cultura docente, pratica docente, entre outros. Apresento no *Anexo 2*, um quadro com os *temas* (UR) pesquisados. As unidades de registros “sobressaem aos olhos do pesquisador”. Em outras palavras, o **tema** “é a unidade de significação que se liberta naturalmente de um texto analisado, segundo certos critérios relativos à teoria que serve de guia à leitura” (BARDIN, 1977, p. 105).

[32] Ficha baseada no modelo desenvolvido por VIOL, J. F. ***Movimento das Pesquisas que Relacionam as Tecnologias de Informação e de Comunicação e a Formação, a Prática e os Modos de Pensar de Professores que Ensinam Matemática***. 2010. 223 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

ISBN 978-84-945722-3-4

Continuando, passo ao agrupamento das pesquisas acadêmicas, o qual se processa por meio de constante comparação e contraste entre as partes constituintes do *corpus da pesquisa*, buscando destacar– os focos temáticos, a problemática, os objetivos e os resultados obtidos. Apresento no Anexo 3, o Quadro 2, que ilustra o processo de refinamento das categorias de análise da pesquisa. Continuando, *em um movimento de constituição das unidades de registros da pesquisa, passo a inter-relacionar os temas descritos no Quadro 1*(Anexo) *aos objetos de investigação das pesquisas e aos focos dos artigos pesquisados, buscando identificar as possíveis relações com os objeto de investigação desta meta-análise e assim* iniciar a categorização. Essas inter-relações culminam em uma das categorias de análise: *Processos formativos de professores que ensinam Matemática no contexto das TIC – cultura docente, comunidades de prática e comunidades virtuais.*

Buscando a sistematização da meta-análise apresento a pesquisa de Mendes (2013), a qual em sua tese de Doutorado investigou em um grupo/comunidade, baseando-se em algumas aproximações teóricas de comunidades de prática (WENGER, 2001), como pode ocorrer a negociação de significados quando os participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) da Universidade Federal de Lavras (UFLA) planejam, experimentam e refletem sobre a complexidade que é ensinar e aprender Matemática com a mediação da tecnologia?

Também em uma perspectiva de Comunidade de prática, Oliveira (2012) desenvolveu sua pesquisa de Mestrado com o objetivo de investigar as potencialidades didático-pedagógicas dos *Blogs* em uma Comunidade de Prática, buscando delinear respostas à questão: *Quais são as possíveis potencialidades didático-pedagógicas das redes comunicativas– Blogs – em uma Comunidade de Prática Virtual?* O cenário para investigação foi o Curso de Extensão intitulado “A utilização dos *Blogs* como recurso pedagógico na Educação Matemática”.

Ainda na perspectiva de Comunidades de prática apresento a pesquisa de Mestrado de Vanessa Cergnoni Benites, a qual investigou algumas dimensões do processo de formação de professores de Matemática, sob a perspectiva da Comunidade de Prática (CoP) como um contexto formativo, o qual envolve uma parceria existente entre Universidade e Escola. Esta parceria aconteceu por meio do “Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID”, com subprojeto Licenciatura em Matemática. A questão: *Como se manifestam*

ISBN 978-84-945722-3-4

dimensões como colaboração, participação, reflexão e a ressignificação de conceitos e conhecimentos da prática docente em processos de formação de professores de Matemática no contexto do programa PIBID?

Quando se escreve sobre comunidades virtuais como possíveis comunidades de prática, o artigo de Miskulin; Rosa; Silva (2009) – "Comunidade de Prática Virtual: Possíveis Contribuições para a Formação de Professores de Matemática", publicado como capítulo de um livro, aborda o conceito de comunidade de prática em processos formativos de professores que ensinam Matemática. O objetivo consistia em compreender como uma comunidade virtual pode se constituir em uma Comunidade de Prática (CoP) e evidenciar suas potencialidades didático-pedagógicas na formação professores. Os participantes foram alunos de Pós-Graduação, os quais se caracterizavam profissionalmente como professores de Matemática, que discutiam e compartilhavam experiências sobre a prática docente, em uma comunidade virtual, na qual a prática compartilhada tornou-se objeto de reflexão.

Nessa perspectiva de cursos *online*, a pesquisa de Mestrado de Richit (2010) procurou identificar e compreender os aspectos conceituais e instrumentais do *conhecimento da prática* docente em um curso à distância, pela Internet de formação de professores de Cálculo Diferencial e Integral no contexto das tecnologias digitais. Esta compreensão foi discutida à luz da perspectiva teórica *conhecimento da prática* (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999).

Continuando na perspectiva de cursos *online* em processos formativos de professores, trago a esta discussão o artigo denominado: "A Prática do Professor que Ensina Matemática e a Colaboração: uma reflexão a partir de processos formativos virtuais", publicado em 2011, no BOLEMA, o qual aborda algumas reflexões sobre processos formativos virtuais de professores de Matemática aliadas a pesquisas que abordam esta temática. Assim, neste artigo, mediante experiências vivenciadas durante o desenvolvimento de cursos *online*, discutimos aspectos como a colaboração na virtualidade, a qual contribui com resultados mais efetivos na aprendizagem conjunta e reduz o potencial de isolamento do aluno/professor que pode ocorrer em ambientes virtuais, no qual a colaboração emerge como um fator essencial para a construção de significados e compartilhamentos de experiências sobre a prática docente.

Algumas Conclusões

Estudos e compreensões sobre os processos formativos de professores que ensinam Matemática no contexto das TIC – cultura docente, comunidades de prática e comunidades virtuais nos forneceu subsídios para inferirmos que o processo de formação de professores constitui-se em um processo complexo que envolve várias dimensões. Esse processo compreendido no contexto das TIC pressupõe considerarmos as potencialidades didático-pedagógicas da utilização de ambientes computacionais na sala de aula presencial e ainda considerarmos a virtualidade gerada em espaços formativos online. Essas dimensões foram trabalhadas no corpus desta pesquisa, por meio dos cursos online, comunidades virtuais, comunidades de prática, nos quais os professores compartilhavam experiências sobre a prática docente em uma comunidade interativa/colaborativa, na qual a prática compartilhada tornava-se objeto de uma possível ressignificação. Conceber comunidades virtuais como possíveis espaços formativos de professores que ensinam Matemática pressupõe abordagens teórico-metodológicas diferenciadas, que consideram o espaço virtual como um contexto de aprendizagem compartilhada. As pesquisas realizadas mostraram-se como produções acadêmicas que propiciaram a investigação da prática docente e as suas múltiplas dimensões teórico-metodológicas que subjazem aos processos de formação, em ambientes virtuais. A virtualidade propiciou um espaço formativo de professores que ensinam Matemática, no qual a colaboração emergiu como um fator essencial para a construção de significados e compartilhamentos de experiências sobre a prática docente. Podemos inferir isso pela análise detalhada das práticas compartilhadas pelos professores/alunos/ambiente dos cursos, pelas narrativas, pelas distintas tarefas/atividades, pelos projetos e depoimentos das diferentes formas de comunicação do ambiente TelEduc, Moodle, entre outros. Essa nova forma de manifestação da prática do professor, tomada como objeto de investigação e de reflexão, muitas vezes foi resignificada nos processos interativos dos cursos, como ilustrado pelas pesquisas de Richit (2010) e Oliveira (2012) e nos artigos de Miskulin; Rosa; Silva (2009); Miskulin; Penteado; Richtit e Mariano; Miskulin; Silva (2010) e Miskulin (2009). Dimensões como colaboração, interação, experiências compartilhadas e reflexões conjuntas foram ressaltadas como essenciais à aprendizagem social e resignificada – reificada (WENGER, 1998) no contexto virtual.

Referências

Bardin, L. (1979). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.

ISBN 978-84-945722-3-4

Benites, V. C. (2013). *Formação de Professores de Matemática: dimensões presente na relação PIBID e Comunidade de Prática* (Dissertação) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Bicudo, M. A. V.; Paulo, R. M. (2011) Um Exercício Filosófico sobre a Pesquisa em Educação Matemática no Brasil. *Bolema*, 25, 251-298.

Fiorentini, D.; Lorenzato, S. (2006). *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados.

Mendes, R. M. (2013). *A formação do professor que ensina matemática, as tecnologias de informação e comunicação* (Tese) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Miskulin, R. G. S. (2009). Distance Learning in Mathematics Education: Social, Political and Pedagogical Dimensions under Educational Public Policies in Brasil. In: II ACE Seminar: Knowledge Construction in Online Collaborative Learning, 2009, Albuquerque. *Proceedings…* Albuquerque-USA.

Miskulin, R.G.S.; Rosa, M; Silva, M.R.C. (2009) Comunidade de Prática Virtual: possíveis contribuições para a formação de professores de matemática. In: Fiorentini, D.; Grando, R.C.; Miskulin, R.G.S. (Eds.), *Práticas de Professores que Ensinam Matemática* (257-276) Campinas: Mercado das Letras.

Miskulin, R.G.S; Penteado, M.G.; Richit, A.; Mariano, C.R. (2011, Dezembro). A Prática do Professor que Ensina Matemática e a Colaboração: uma reflexão a partir de processos formativos virtuais. *Bolema*, 25, 173-186.

Miskulin, R.G.S.; Silva, M.R.C. Curso de Licenciatura em Matemática a Distância: uma realidade ou uma utopia? (2010). In: Jahn, A.P.; Allevatto, N.S.G. (Eds.), *Tecnologias e Educação Matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores* (105-124) Recife: SEBEM.

Oliveira, M. A. O. (2012). *As possíveis inter-relações das redes comunicativas - blogs - e das comunidades de prática no processo de formação de professores de Matemática* (Dissertação) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Richit, A. (2010). Aspectos e dimensões do conhecimento-da-prática do professor de Cálculo Diferencial e Integral em uma comunidade online. (Dissertação) Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: learning, meaning and identity.* Cambridge: Cambridge University Press.

ISBN 978-84-945722-3-4

Viol, J. F. (2010) *Movimento das Pesquisas que Relacionam as Tecnologias de Informação e de Comunicação e a Formação, a Prática e os Modos de Pensar de Professores que Ensinam Matemática* (Dissertação), UNESP/RC.

Anexo 1

Apresentação de algumas Teses, Dissertações e Artigos Científicos

Apresentação de algumas Teses –Orientação – UNESP

Tabela 2 – Teses concluídas – orientação

Título	Modalidade	Autor	Orientador	Instituição
"A Formação do Professor que Ensina Matemática, as Tecnologias de Informação e Comunicação e as Comunidades de Prática: uma relação possível"	Doutorado	Rosana Maria Mendes	Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin	UNESP – Instituto de Geociências e Ciências Exatas *Campus* de Rio Claro

2.1_) Apresentação de Algumas Teses – Orientação – UNESP

Tabela 3 – Teses em andamento – orientação

Título	Modalidade	Autor	Orientador	Instituição
"Educação a Distância: potencialidades didático-pedagógicas para a Formação de Professores que Ensinam Matemática"	Doutorado	Juliana França Viol Paulin	Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin	UNESP – Instituto de Geociências e Ciências Exatas *Campus* de Rio Claro
"Educação a Distância: dimensões da interação e colaboração no processo de formação de professores de matemática em um curso online"	Doutorado	Andriceli Richit	Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin	UNESP - Instituto de Geociências e Ciências Exatas *Campus* de Rio Claro

3-) Apresentação de algumas Dissertação Co-Orientação – UNESP/UNICAMP

Tabela 4 – Dissertações concluídas – co-orientação

Título	Modalidade	Autor	Orientador	Instituição

Apresentação de algumas Dissertações –Orientação – UNESP

ISBN 978-84-945722-3-4

Tabela 5 – Dissertações– orientação

Apresentação da Dissertação –Orientação – UNESP

Tabela 6 – Dissertações em andamento – orientação

Título	Modalidade	Autor	Orientador	Instituição
"Algumas dimensões da formação inicial de professores de Matemática"	Mestrado	Vanessa Cerignoni Benites Bonetti	Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin	UNESP – Instituto de Geociências e Ciências Exatas *Campus* de Rio Claro

Apresentação de Artigos Científicos

Apresento neste Anexo alguns artigos científicos, escritos e publicados durante a minha vida acadêmica que se relacionam aos temas pesquisados e evidenciados nas pesquisas acadêmicas, por mim orientadas.

Tabela 7 – Artigos Científicos

Título	Modalidade	Autores	Locus
"Comunidade de Prática Virtual: Possíveis Contribuições para a Formação de Professores de Matemática"	Capítulo de livro	Rosana Giaretta Sguerra Miskulin Maurício Rosa Mariana Rocha Correa da Silva	Práticas de Formação e de Pesquisa de Professores que Ensinam Matemática. Livro publicado em 2009 pela editora Mercado de Letras
"A Prática do Professor que Ensina Matemática e a Colaboração: Uma Reflexão a partir de Processos Formativos Virtuais"	Artigo em periódico	Rosana Giaretta Sguerra Miskulin Miriam Godoy Penteado Andriceli Richit Carla Regina Mariano	Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), Rio Claro, v. 25, p.173-186, 2011
"Curso de Licenciatura a Distância: uma perspectiva social e seus possíveis reflexos na prática do Professor"	Anais de eventos	Rosana Giaretta Sguerra Miskulin	X Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores, 2009, Águas de Lindóia - SP. p. 6779 - 6792
"Cursos de licenciatura de matemática a distância: uma realidade ou uma utopia?"	Capítulo de livro	Rosana Giaretta Sguerra Miskulin Mariana Rocha Correa da Silva	Tecnologias e educação matemática: ensino, aprendizagem e formação de professores. Livro publicado em 2010 pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM

Anexo 2
Quadro com os *temas* pesquisados e abordados nos artigos científicos, teses e dissertações.

ISBN 978-84-945722-3-4

Temas das Pesquisas acadêmicas e dos Artigos Científicos	❖ **Processos de ensinar e aprender Matemática** ❖ **Comunidade de prática** ❖ **Processos formativos de professores** ❖ **Formação inicial de professores** ❖ **Formação continuada de professores** ❖ **Comunidades *online*** ❖ ***S*oftwares educativos** ❖ **Ambientes virtuais** ❖ **Comunidades *online*** ❖ **Cultura docente** ❖ **Prática docente**

Quadro 1 – Temas das pesquisas acadêmicas e dos artigos científicos

Anexo 3

Processo de refinamento das categorias de análise da pesquisa

	Similaridades e divergências
Objetos de investigação das pesquisas acadêmicas	❖ Ação docente em módulos de Ensino *online* de Engenharia; ❖ Gestão de projetos de produção e uso de multimídia educacional; ❖ Dimensões da interação e colaboração no processo de formação continuada de professores em um curso *online*; ❖ Processos de ensinar e aprender com TIC; ❖ Comunidades virtuais; ❖ Comunidades de prática; ❖ Percepção de alunos sobre influências de Conjunções de Comunidades Virtuais de Prática sobre seu processo de formação e sua prática; ❖ Cenário de Investigação criado por algumas dimensões teórico-metodológicas em duas perspectivas inter-relacionadas, as influências, limites e potencialidades do uso das Tecnologias de Informação e Comunicação no Cálculo Diferencial e Integral: em uma perspectiva histórica, e em uma perspectiva de ensino e de aprendizagem; ❖ Negociação de significados quando os participantes do PIBID da UFLA planejam, experimentam, vivenciam e refletem sobre a complexidade que é ensinar e aprender Matemática com a mediação da tecnologia; ❖ Potencialidades didático-pedagógicas da EaD para a constituição de ambientes que favoreçam o processo de Formação de Professores que Ensinam Matemática; ❖ Dimensões da interação e colaboração no processo de formação continuada de professores em um Curso online; ❖ Possibilidades para a prática do professor de matemática em introduzir noções de Cálculo Diferencial e Integral ao ensinar funções no Ensino Médio, mediante uso das TIC; ❖ Formação de professores de Matemática proporcionada pelo espaço formativo do PIBID/Matemática no contexto teórico de Comunidades de Prática; ❖ Visão de alunos sobre as características do processo de constituição e gestão de uma comunidade virtual de prática; ❖ Aplicativo de autoria de módulos educacionais em hipertexto com modelagem e posterior navegação auxiliada por mapas conceituais; ❖ Movimento temático das inter-relações das TIC e a Formação e Prática de Professores que ensinam Matemática;

ISBN 978-84-945722-3-4

	❖ Aspectos conceituais e instrumentais do *conhecimento da prática* docente em um curso à distância de formação de professores de Cálculo Diferencial e Integral no contexto das tecnologias digitais; ❖ Indícios da cultura docente, presentes na interação em um curso *online*, com o olhar voltado à prática docente no processo de formação de professores de Matemática; ❖ Estudo epistemológico das representações matemáticas, mediadas por softwares educativos, em uma perspectiva Semiótica; ❖ Dimensões implícitas nos processos de visualização e de representação de conceitos matemáticos, mediados por obras artísticas e pelo K3DSurf, em uma perspectiva Semiótica; ❖ Inter-relações entre os processos de visualização e de representação e suas possíveis influências na constituição do conhecimento matemático, na perspectiva da Semiótica; ❖ Características do processo de construção de Objetos de Aprendizagem em Calculo Diferencial e Integral durante uma Atividade de *Design;* ❖ Dimensões do processo de formação de professores de Matemática, sob a perspectiva da Comunidade de Prática, como um contexto formativo, que envolve uma parceria entre a Universidade e Escola.
Focos principais dos artigos científicos	❖ Comunidades de Pratica; ❖ Processos formativos de professores ❖ Comunidades virtuais; ❖ Licenciatura a distancia; ❖ Colaboração; ❖ Reflexão; ❖ Cultura docente e cultura profissional; ❖ Prática docente ❖ Grupos e comunidades de investigação.

Quadro 2 – Movimento da Pesquisa - Agrupamento dos temas – unidades de registros

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-793

LA GEOMETRÍA QUE SE DEBERÍA ENSEÑAR

Escribano Ródenas, M.C. - Fernández Barberis, G. M. –
Rojo Montijano, J.- Tarres Freixenet, J.
escrod@ceu.es – ferbar@ceu.es - jrojo.eps@ceu.es - tarres@mat.ucm.es
Universidad CEU San Pablo Madrid - España

Núcleo temático: 1.- Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Todos los niveles no universitarios
Palabras clave: geometría, educación no universitaria

Resumen

La Geometría forma parte de nuestra vida cotidiana y sin embargo su estudio y aprendizaje en la escuela, hoy día, es relegado, en todos los niveles de enseñanza, desde la Educación Infantil hasta la Educación Secundaria.

En la Educación Infantil las investigaciones en didáctica y psicología, recomiendan comenzar en esta edad la introducción a los distintos tipos de Geometría: métrica, proyectiva y topológica. Su inclusión en el currículo de esta etapa es prácticamente voluntaria por parte de los docentes implicados en la actualidad.

En la Educación Primaria y Secundaria, el estudio de la Geometría proyectiva y topológica no se incluye prácticamente en el currículo, y en lo que se insiste, básicamente, es en la memorización de fórmulas de perímetros, áreas y volúmenes. En el Bachillerato la Geometría impartida es puramente analítica.

¿Qué tipo de Geometría deberíamos o nos gustaría enseñar a nuestros alumnos? ¿La enseñanza de la Geometría en la actualidad responde a las necesidades de nuestros alumnos? Esta comunicación pretende presentar algunas reflexiones en la comunidad matemática educativa con el fin de concienciar a los docentes para la enseñanza eficaz y eficiente de la Geometría.

Introducción

Al final de los años cincuenta, el gran matemático Jean Dieudonné (1906-1992) en el seminario organizado en 1959 por la Organización Europea de Cooperación Económica (OECE) en Royamont (Francia) con el fin de coordinar los programas de Matemáticas de los países europeos, se hace el portavoz de un grupo de sabios matemáticos como el francés Gustavo Choquet (1915-2006) y el estadounidense Marshall H. Stone (1903-1989) con la exclamación ¡Abajo el triángulo!, que influiría en la propuesta radical de la mayoría de los

ISBN 978-84-945722-3-4

países europeos para excluir la geometría de los objetivos prioritarios de enseñanza para los diferentes niveles educativos .

Posteriormente en el Congreso Internacional para la Enseñanza de las Matemáticas (ICME) del año 1976, otro gran matemático, esta vez inglés y geómetra, Michael F. Atiyah (1929- …) opina que “Habéis destronado a Euclides y en eso estamos de acuerdo. Pero ¿cómo habéis sustituido la enseñanza de la geometría? La Matemática que se enseña en la mayor parte de los países está todavía más alejada de la realidad, pues carece del apoyo geométrico. Daos cuenta de que la intuición geométrica sigue siendo la fuente más poderosa para la comprensión de muchos temas, y por tanto se debería estimular lo más posible, en todos los niveles escolares, el pensamiento geométrico” (Castelnuovo, 1997, pág. 30). Esta reflexión, junto con su grupo de expertos que la apoyan, es tomada en cuenta por los diferentes países y de nuevo la geometría pasa a ser objetivo prioritario en los planes de estudio de los diferentes niveles educativos, desplazando en esta ocasión a la llamada matemática moderna.

Los profesores de los distintos niveles educativos que se han formado en estas ideas previas sobre la geometría, y que profesionalmente han tenido que explicar programas educativos sin geometría, deberán realizar un esfuerzo importante para transformar su actividad docente en matemáticas utilizando la geometría de forma natural y rigurosa, para estimular el pensamiento de sus alumnos. Necesitarán lograr y asimilar los conocimientos básicos de los tipos más importantes de las diferentes geometrías (métrica, proyectiva y topológica), elaborar diferentes actividades y situaciones que caractericen estos tipos de geometría, confeccionar los materiales didácticos más adecuados para su enseñanza y por último, analizar, estudiar e interpretar el currículo de los diferentes niveles educativos para asegurar la introducción de los distintos conceptos geométricos.

La Geometría en la Educación Infantil

En la Educación Infantil es muy difícil separar entre la percepción por parte del alumno, y la representación espacial, sin embargo, las investigaciones en didáctica y psicología, recomiendan comenzar en esta etapa la introducción a los distintos tipos de geometría: métrica, proyectiva y topológica, para conformar los preconceptos en los niños de estas edades, y modificar las ideas piagetianas de jerarquizar los distintos tipos de geometría

ISBN 978-84-945722-3-4

(Chamorro, 2011). Los niños de esta etapa desarrollan simultáneamente los tres tipos de geometría.

El currículo de Educación Infantil (Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Infantil. BOE del 5 de enero de 2008) establece en su Anexo I, las tres áreas de la etapa de Educación Infantil. Dentro del área dos, conocimiento del entorno, del segundo ciclo de esta etapa, existen tres bloques. Dentro del primer bloque, Medio físico: elementos, relaciones y medida, se establecen los contenidos geométricos siguientes: situación de sí mismo y de los objetos en el espacio, posiciones relativas, identificación de formas planas y tridimensionales en elementos del entorno, exploración de algunos cuerpos geométricos elementales. Nociones topológicas básicas (abierto, cerrado, dentro, fuera, cerca, lejos, interior, exterior, …) y realización de desplazamientos orientados. Sin embargo, no hay ninguna mención expresa a la geometría, ni en los objetivos de esta área, ni en los criterios de evaluación de la etapa (Vecino, 1997). Por supuesto, para el primer ciclo no se menciona nada de geometría.

En el Decreto 17/2008, de la Comunidad de Madrid, donde se desarrolla el currículo de esta etapa, no hay nada referente a geometría tampoco en el primer ciclo, sin embargo, en el segundo ciclo, se desarrollan un poco más los contenidos, siendo en el área dos, en objetivos donde ya aparecen dos objetivos geométricos, que son los números 15 y 16, (15. Conocer, identificar y nombrar formas planas y cuerpos geométricos; y 16. Orientar y situar en el espacio las formas, los objetos y a uno mismo. Utilizar las nociones espaciales básicas). Además, en el apartado de contenidos del área dos, bloque uno, se especifican los siguientes: Identificación de formas planas (círculo, cuadrado, rectángulo, triángulo) y tridimensionales en elementos del entorno. Exploración de algunas figuras y cuerpos geométricos elementales. Nociones básicas de orientación. Posiciones relativas. Situación en el espacio. Realización de desplazamientos orientados. En el apartado de criterios de Evaluación aparecen también dos, el 15 y 16 que se corresponden con los objetivos del comienzo, aunque un poco más concretos (15. Conocer e identificar las formas planas y los cuerpos geométricos más elementales: Círculo, cuadrado, triángulo, rectángulo, esfera y cubo; y 16. Manejar las nociones básicas espaciales (arriba, abajo; dentro, fuera; cerca, lejos, etcétera), y temporales (antes, después, por la mañana, por la tarde, etcétera).

ISBN 978-84-945722-3-4

La Geometría en la Educación Primaria

En la Educación Primaria y Secundaria, el estudio de la Geometría se relega a último lugar, si hay tiempo. Esto es una idea bastante generalizada entre los docentes.

El currículo de Educación Primaria (Decreto 22/2007, BOCM nº 126 de mayo de 2007) establecía en la asignatura de Matemáticas, un bloque de contenidos geométricos de un total de cuatro bloques: el número tres, titulado Geometría. Este bloque a su vez se subdivide en tres apartados, 1.- La situación en el espacio, 2.- Formas planas y espaciales, y 3.- Regularidades geométricas.

Aparentemente este bloque daba un porcentaje del veinticinco por ciento de geometría, respecto al total de la asignatura de matemáticas. Además, si nos leemos detalladamente el Decreto se puede vislumbrar una parte clara de geometría topológica, otra pequeña de geometría proyectiva y mucho de geometría euclídea.

Ahora tanto el R.D. 126/2014, B.O.E. nº 52 de marzo de 2014, como el Decreto 89/2014, de 24 de julio, B.O.C.M. nº 175 de julio de 2014, establecen para la asignatura de matemáticas cinco bloques de contenidos (que en el Real Decreto se establecen de forma general para la etapa de primaria con sus criterios de evaluación y estándares de aprendizaje, y en el Decreto de la Comunidad de Madrid, los contenidos se subdividen por cursos), el primero "Procesos, métodos y actitudes en matemáticas" está en ambos indicado de forma genérica para toda la etapa, pues se considera que en todos los cursos deben ser los mismos. En el Real Decreto l, el segundo bloque de contenidos es "Números", el tercero "Medida", el cuarto "Geometría", y el quinto "Estadística y probabilidad", y en el Decreto se especifican un poco más, quedando el segundo bloque de contenidos "Números y Operaciones", el tercero "Magnitudes y Medida", y quedando el cuarto y el quinto con el mismo título, el cuarto "Geometría", y el quinto "Estadística y probabilidad".

Si nos fijamos ahora en el Decreto de currículo de la Comunidad Autónoma de Madrid (CAM), podemos encontrar en su introducción que "En el aprendizaje de las matemáticas es importante no dejar lagunas ni dar nada por sabido. Ciertas cuestiones, como son las tablas de multiplicar, los algoritmos de las operaciones aritméticas, las formas geométricas o las reglas para el cálculo de perímetros, superficies y volúmenes, deberán practicarse hasta conseguir que se conviertan en automatismos seguros, exactos y precisos" (Pág. 45 B.O.C.M. nº 175 de 25 de julio de 2014)

ISBN 978-84-945722-3-4

Si analizamos ahora los cuatro bloques de contenidos que se desarrollan en este decreto de currículo, podemos comprobar que están enumerados en todos los cursos y subdivididos a su vez en otros bloques. Así como el bloque de Estadística y Probabilidad no aparece hasta cuarto curso, sin embargo, el de Geometría aparece en los seis cursos de esta etapa de Educación Primaria, teniendo los contenidos en cada curso que muestra la tabla 1.

Solo teniendo en cuenta el número de contenidos podemos observar que al bloque de contenidos de Geometría en esta etapa se le concede un 21% del peso total, siendo este peso por cursos, en primero también el 21%, en segundo el 22,5%, en tercero el 21%, en cuarto el 15%, en quinto el 25%, y en sexto el 20%. Si nos detenemos a analizar los contenidos en sí, podemos observar que la mayoría se refieren a geometría métrica, un poco de geometría topológica (sobre todo en los primeros cursos) y algo de geometría proyectiva, aunque nunca hablando de estos tipos de geometría, sino dentro de subbloques de contenidos como orientación espacial en los dos primeros cursos.

Tabla 1

Curso	Números y Operaciones	Magnitudes y Medida	Geometría	Estadística y Probabilidad
1º	1-17 (17)	18-33 (16)	34-42 (9)	--
2º	1-16 (16)	17-30 (14)	31-40 (9)	--
3º	1-26 (26)	27-48 (22)	49-61 (13)	--
4º	1-22 (22)	23-46 (23)	47-56 (9)	57-59 (3)
5º	1-41 (41)	42-51 (9)	52-70 (19)	71-75 (5)
6º	1-37 (37)	38-44 (7)	45-57 (13)	58-65 (8)
Totales (338)	159	91	72	16

La Geometría en la Educación Secundaria Obligatoria

Siguiendo la LOMCE, y en especial el decreto de currículo de ESO (Decreto 48/2015) y bachillerato establecido por la Comunidad de Madrid, se establecen para la ESO, cinco bloques de contenidos para la ESO dentro de la asignatura de matemáticas, siendo el primero, al igual que en la etapa de Educación primaria, “Procesos, métodos y actitudes en matemáticas”, que en este caso se distribuye de forma única para el primer ciclo de los dos

ISBN 978-84-945722-3-4

primeros años de la ESO, quedando pues otros cuatro bloques de contenidos que ahora son, el segundo "Números y álgebra", el tercero "Geometría", el cuarto "Funciones", y el quinto y último "Estadística y Probabilidad". Estos últimos cuatro bloques tienen sus contenidos distribuidos por cursos. En el bloque de Geometría el primer curso se dedica a la geometría plana, el segundo curso a los triángulos rectángulos, semejanzas, poliedros y cuerpos de revolución, y un último contenido de herramientas informáticas.

En tercero y cuarto de la ESO, las matemáticas se dividen en Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas y Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Aplicadas. Respecto a las matemáticas académicas, el bloque de Geometría en tercero se dedica a la geometría del plano, del espacio, al globo terráqueo con coordenadas geográficas y husos horarios y también hay un contenido de herramientas tecnológicas. En el cuarto curso, la geometría se divide en geometría del plano, semejanzas y razones entre longitudes, áreas y volúmenes, trigonometría, iniciación a la geometría analítica en el plano, y aplicaciones informáticas de geometría dinámica.

Respecto a las matemáticas aplicadas, en tercer curso la geometría se dedica a rectas y ángulos en el plano, propiedades de figuras planas, teorema de Thales, movimientos en el plano, geometría del espacio, y globo terráqueo con coordenadas geográficas. En cuarto curso los contenidos de geometría son triángulos rectángulos, semejanzas, Teoremas de Thales y resolución de problemas geométricos en el mundo físico, también con aplicaciones informáticas de geometría dinámica.

La Geometría en el Bachillerato

En el bachillerato de Ciencias Sociales no aparece la geometría en ningún bloque de contenidos. En el bachillerato de Ciencias, existen dos asignaturas Matemáticas I para primer curso y Matemáticas II para segundo curso. Para ambos cursos de los cinco bloques de contenidos en los que se divide cada asignatura, hay uno que se dedica a la Geometría con contenidos, en primer curso, de ángulos, trigonometría, vectores, y geometría analítica en el plano; y en segundo curso con geometría analítica en el espacio.

Por lo tanto, podemos deducir que solo se imparte geometría, en el bachillerato de ciencias, siendo ésta solo geometría analítica para el plano en primer curso y para el espacio en segundo curso.

ISBN 978-84-945722-3-4

Conclusiones

Como se puede comprobar, a través de los distintos currículos de los diferentes niveles educativos en España, aunque la Geometría debería ocupar una buena posición, sin embargo, la realidad nos dice que no es así, sino que es la relegada de la enseñanza, si da tiempo, siendo una especie de comodín que se puede encoger o alargar a medida de las necesidades del docente.

Por niveles educativos no universitarios, podemos decir que en el Bachillerato la geometría que se imparte es exclusivamente geometría analítica. En la etapa de Educación Secundaria Obligatoria, a la vista del currículo de la Comunidad de Madrid, la geometría se reduce prácticamente a geometría métrica. En la Educación Primaria ocupa un 21 % aproximadamente de los contenidos que se establecen en los currículos de la Comunidad de Madrid, que dan para el bloque de "Números" el 47%, y el 27 % para el de "Medida", y el resto, es decir el 5% para el de "Estadística y Probabilidad". Como se ha visto en la etapa de Educación Infantil, el currículo tampoco establece la recomendación de los pedagogos y psicólogos de introducir en esta etapa los distintos tipos de geometría.

Creemos que es importante reivindicar un currículo más amplio de Geometría en todos los niveles no universitarios, haciendo más hincapié en la enseñanza y aprendizaje, no solo de la geometría métrica o euclídea, sino también en la geometría topológica y proyectiva, cuyos conceptos nos parecen muy necesarios para la vida cotidiana.

¿Qué piensa el auditorio de esta idea sobre la geometría? ¿qué tipo de geometría deberíamos enseñar?

Referencias bibliográficas

Castelnuovo, E. (1997). "Enseñanza de las matemáticas: lo que es invariante en un mundo que cambia", Uno, 12, págs. 29-36.

Chamorro, M.C. (Coord.) (2011). *Didáctica de las Matemáticas*. Colección Didáctica Infantil. Madrid: Pearson/Prentice Hall.

ISBN 978-84-945722-3-4

Decreto 22/2007, de 10 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Primaria. B.O.C.M. nº 126, de 29 de mayo de 2007

Decreto 17/2008, de 6 de marzo, del Consejo de Gobierno, por el que se desarrollan para la Comunidad de Madrid las enseñanzas de la Educación Infantil. B.O.C.M. del 12 de marzo de 2008.

Decreto 89/2014, de 24 de julio, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el Currículo de la Educación Primaria. B.O.C.M. del 25 de julio de 2014.

Decreto 48/2015, de 14 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. B.O.C.M. nº 118 de 20 de mayo de 2015.

Decreto 52/2015, de 21 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo del Bachillerato. B.O.C.M. nº 120 de 22 de mayo de 2015.

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE). B.O.E. nº 295 de 10 de diciembre de 2013.

Orden ECI/3960/2007, de 19 de diciembre por la que se establece el currículo y se regula la ordenación de la Educación Infantil. B.O.E. del 5 de enero de 2008.

Piaget, J. y García R. (1986). *Psicogénesis e historia de la ciencia*. Madrid: Siglo XXI.

Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria. BOE 8 de diciembre de 2006

ISBN 978-84-945722-3-4

Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. BOE del 1 de marzo de 2014.

Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. B.O.E. nº3 de 3 de enero de 2015.

Vecino, F. (1997). "La representación del espacio en la transición de la escuela infantil a la escuela primaria". Uno, 12, 93-107.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-794

ALGUNOS JUEGOS MATEMÁTICOS COMO INSTRUMENTO DIDÁCTICO EN LA ETAPA DE EDUCACIÓN INFANTIL

Escribano Ródenas, M.C. - Fernández Barberis, G. M. –Rojo Montijano, J.
escrod@ceu.es – ferbar@ceu.es - jrojo.eps@ceu.es
Universidad CEU San Pablo Madrid - España

Núcleo temático: V.- Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
Modalidad: CB
Nivel educativo: Educación Infantil
Palabras clave: matemáticas, juego, educación infantil, materiales

Resumen

La gamificación es una nueva metodología que está muy de moda en la actualidad. La introducción de juegos matemáticos debería ser un recurso habitual para la enseñanza de las matemáticas. Desde la formación del profesorado es importante trabajar esta metodología con los futuros educadores de Educación Infantil.

En la Universidad CEU San Pablo de Madrid, este tema está incluido en los programas de las asignaturas de Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas I y II del tercer curso para el Grado en Educación Infantil.

Este trabajo presentará los juegos manipulativos que han sido diseñados y elaborados por los propios alumnos de la Universidad, utilizando diversos materiales, y aportando ideas originales siguiendo las indicaciones recibidas.

Introducción

Desde tiempos inmemoriales el hombre ha deseado jugar y divertirse (Berlinghoff y Gouvèa, 2014). En la época de la Grecia Clásica el juego y el ejercicio físico eran considerados como una fuente de satisfacción.

En toda la historia de la humanidad aparecen juegos y conocimientos matemáticos en paralelo, que establecen el recorrido del hombre en la historia. En la actualidad, el juego se considera una herramienta en la metodología educativa y es fundamental para el aprendizaje de los niños (Salvador, 2002). Las últimas investigaciones demuestran que los máximos beneficios que se obtienen sobre los juegos se encuentran durante la infancia (Pound y Lee, 2015).

ISBN 978-84-945722-3-4

“El juego bueno, el que no depende de la fuerza o maña físicas, el juego que tiene bien definidas sus reglas y que posee cierta riqueza de movimientos, suele prestarse muy frecuentemente a un tipo de análisis intelectual cuyas características son muy semejantes a las que presenta el desarrollo matemático. Las diferentes partes de la matemática tienen sus piezas, los objetos de los que se ocupa, bien determinados en su comportamiento mutuo a través de las definiciones de la teoría. Las reglas válidas de manejo de estas piezas son dadas por sus definiciones y por todos los procedimientos de razonamiento admitidos como válidos en el campo…. La matemática así concebida e un verdadero juego que presenta el mismo tipo de estímulos y de actividad que se da en el resto de los juegos intelectuales. Uno aprende las reglas, estudia las jugadas fundamentales, experimentando en partidas sencillas, observa a fondo las partidas de los grandes jugadores, sus mejores teoremas, …”

Miguel de Guzmán Ozámiz, 1984

Los juegos en educación infantil

En la Universidad CEU San Pablo, en el grado de Educación Infantil se presentan a los alumnos diferentes juegos matemáticos infantiles como “El Quarto”, el tangram de siete y ocho piezas, y el dominó geométrico con figuras elementales como círculos, cuadrados, triángulos, rectángulos, rombos y pentágonos. Estos juegos son elaborados con materiales como cartón, cartulina, corcho blanco, gomas EVA, y otros que los alumnos con su creatividad e imaginación adaptan para los niños de tres a seis años (Escribano et al, 2017). Véanse las fotografías de los mismos en las veintidós figuras que se muestran a continuación y que son todas de elaboración propia de los alumnos de Magisterio de la Universidad CEU San Pablo.

Figura 1.- Los tres juegos que se presentan, el tangram de 7 y 8 piezas y el dominó geométrico. Elaboración Propia.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

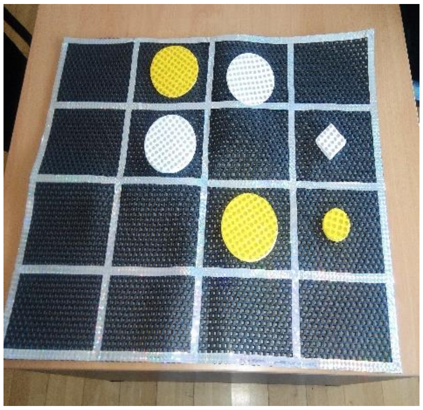


Figura 2.- Juego de “El Quarto” con tablero de plástico y fichas de Goma EVA.

Figura 3.- Juego de “El Quarto” con tablero y fichas cuadradas y redondas de cartulina

Figura 4.- Juego de “El Quarto” con tablero y fichas de Goma Eva

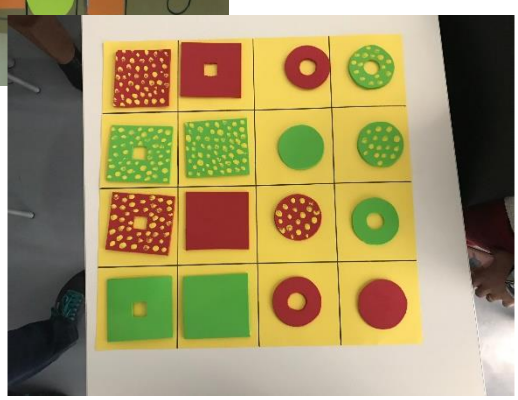


Figura 5.- Juego de “El Quarto” con tablero y fichas de cartulina decoradas.

ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 6.- Juego de "El Quarto" con tablero de madera y fichas cuadradas y triangulares.

Figura 7.- Dominó geométrico en cartulina forrada con papel pintado.

Figura 8.- Dominó geométrico en cartulina forrada con papel pintado decorado.

Figura 9.- Dominó geométrico en corcho.

ISBN 978-84-945722-3-4

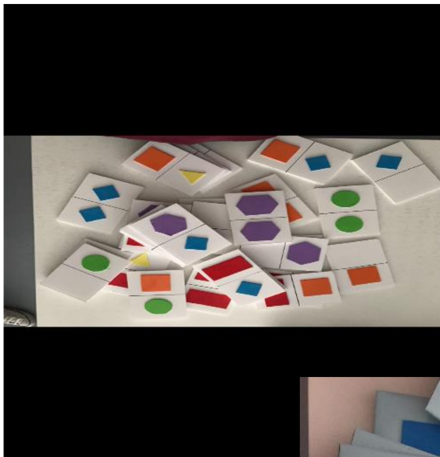


Figura 10.- Dominó geométrico en con figuras en Goma EVA

Figura 11.- Dominó geométrico en cartulina forrada con papel liso con las figuras de goma EVA

Figura 12.- Dominó geométrico en papel plastificado

Figura 13.- Dominó geométrico en forespán y Cartulina

ISBN 978-84-945722-3-4

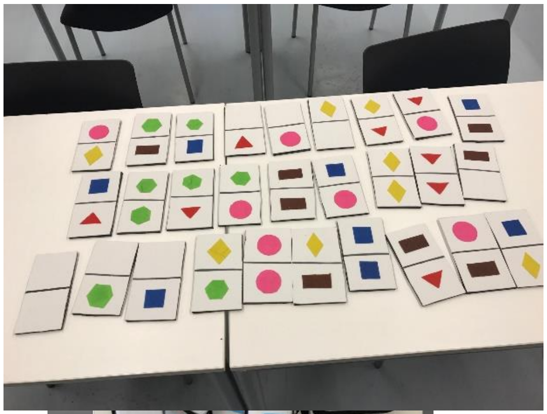


Figura 14.- Dominó geométrico en forespán y Goma Eva

Figura 15.- Dominó geométrico en forespán forrado con fieltros de colores

Figura 16.- Tangram de 7 piezas realizado con fieltro

Figura 17.- Tangram de 8 piezas realizado con Goma EVA de colores

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 18.- Tangram de 7 piezas realizado con forespán pintado

Figura 19.- realizado con

Tangram de 8 piezas Goma Eva

Figura 20.- Tangram de 8 piezas realizado con Goma Eva con purpurina.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Figura 21.- Tangram de 8 piezas realizado con cartón y cartulina de colores.

Figura 22.- Tangram de 8 piezas realizado con madera pintada

Conclusiones

Durante toda la historia de las matemáticas, es decir a lo largo de la historia de la humanidad, la palabra juego ha servido de acicate para todos los que se han acercado al conocimiento matemático. Los juegos siempre han estado en el germen de nuevos conocimientos y desarrollos matemáticos, tanto de nuevos conceptos puramente teóricos como de nuevas aplicaciones para las matemáticas y otras ciencias como la física, la economía, la medicina, etc.

En especial para los niños, los juegos ofrecen un atractivo lúdico especial, ya que los niños desean, por naturaleza, divertirse y descubrir nuevas sensaciones (Bishop, 1998).

La opinión generalizada de los profesores y docentes es que la actividad lúdica matemática es una manera innegable de aprender con una fuerte motivación.

ISBN 978-84-945722-3-4

La construcción de juegos matemáticos para la educación infantil no es difícil de realizar, incluso con la ayuda de los niños de esta etapa, que también pueden colaborar en algunas fases de la fabricación (Alsina, 2012). Existen muchos juegos susceptibles de elaborar con materiales básicos, baratos y asequibles para todos. En este trabajo se presentan algunos a modo de ilustración para incentivar la creatividad.

Referencias bibliográficas

Alsina, A. (2012). Hacia un enfoque globalizado de la educación matemática en las primeras edades. *Números: Revista de Didáctica de las matemáticas*, 80, 7-24.

Berlinghoff, W. y Gouvèa, F. (2014). *Math trrough the afes: a gntl history for teachers and others*. USA. OxtonHouse Publisher. The Mathematicas Association of America.

Bishop, A. (1998). El papel de los juegos en educación matemática. *Uno: Revista de didáctica de las matemáticas*, 18, 9-19-

Escribano Ródenas, M.C.; Fernández Barberis, G.M.; Filgueira Arias, C.; Barrientos Fernández, A.; Hernández Suárez, M.M.; Camilli Trujillo, C.; San Juan Fernández, M. (2017). Los juegos matemáticos como instrumentos metodológicos en las etapas de Infantil y Primaria. En C. Filgueira Arias (Coord.), Desafíos del paradigma educativo en el siglo XXI: Investigación, Innovación y Formación. pp. 85-88. Madrid. Global Knowledge Academics

Guzmán, M. (1984). Juegos matemáticos en la enseñanza. Facultad de matemáticas Universidad Complutense de Madrid. Recuperado el 12 de febrero de 2016: http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzan/old/06juegomat/juegosmatensenanza/juemat.htm #Impacto de los juegos en la historia de la matemática.

Pound, L.; Lee, T. (2015). *Teachingmathematicscreatively*. London. Routledge.

ISBN 978-84-945722-3-4

Salvador, A. (2002). El juego como recurso didáctico en el aula de Matemáticas. Universidad politécnica de Madrid., http://www2.caminos.upm.es/Departamentos/matematicas/grupomaic/conferencias/12.Juego.pdf

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-795

INTERCAMBIO VIRTUAL CUSCO-VALENCIA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS MATEMÁTICAS

Elena Thibaut Tadeo – Carlos Segura Cordero – Ismael Orquín Serrano – Oscar Raúl Lozano Lucia
Elena.Thibaut@uv.es – Carlos.Segura@uv.es – orquin_ism@gva.es – Oscar.Lozano@uv.es
Universidad de Valencia y Cefire específico de ámbito científico, tecnológico y matemático - España
Núcleo temático: IV.-Formación del profesorado en Matemáticas
Modalidad: CB
Nivel educativo: Formación y actualización docente
Palabras clave: e-learning, formación del profesorado,

Resumen

En este trabajo se presenta una experiencia de formación entre profesorado de Cusco (Perú) y de la Comunidad Valenciana (España). La experiencia ha sido llevada a cabo en formato de curso online en plataforma Moodle ofertado desde el Servicio de Formación del Profesorado de la Comunidad Valenciana a través del Centro de Formación, Innovación y Recursos Educativos para el profesorado de ámbito científico, tecnológico y matemático (CEFIRE CTEM). El desarrollo del curso está basado en el discente y orientado a la creación de recursos compartidos y probados en aula, usando técnicas cooperativas de aprendizaje interpares. Han participado en el curso profesorado de la Región del Cusco (Perú) y de la Comunidad Valenciana, de la especialidad de matemáticas en primaria y secundaria.

Los participantes han reflexionado con diferentes metodologías y técnicas didácticas, desarrollando diversas actividades prácticas. Los materiales generados junto con las encuestas realizadas han permitido evaluar la experiencia.

Análisis del contexto

El desarrollo profesional docente es un concepto que está sustituyendo al de "formación permanente" o "actualización didáctica". El motivo es que proporciona una visión del quehacer docente más rica y completa, a la vez que amplía las opciones del profesional proporcionándole herramientas para un desarrollo integral que le permita adaptar su práctica al contexto.

El propósito de esta experiencia de formación viene condicionado por esta idea. Se trata de proporcionar a los docentes la oportunidad de reflexionar y enriquecer su práctica a través de un intercambio de actividades diseñadas por ellos mismos. El contexto de trabajo de los docentes de Cusco y de Valencia es diferente en cuanto a contexto cultural, organización

ISBN 978-84-945722-3-4

pedagógica y calendario escolar, pero a la vez hay puntos comunes que pueden proporcionar un nexo de unión que vertebre el diseño de actividades.

Uno de ellos es la diversidad de lenguas. En Valencia existen dos lenguas oficiales, el castellano y el valenciano. En Cusco el español es la lengua oficial, y como cooficiales hay hasta ocho, incluyendo el quechua.

Otro es la necesidad de mejorar los resultados en matemáticas del alumnado. Como se puede ver en la Figura 1, en España la evolución de los resultados PISA (OECD, 2017) en la competencia matemática se ha mantenido estable durante 12 años. Y en Perú, aunque la puntuación se ha incrementado considerablemente, aún está por debajo de los valores deseables.

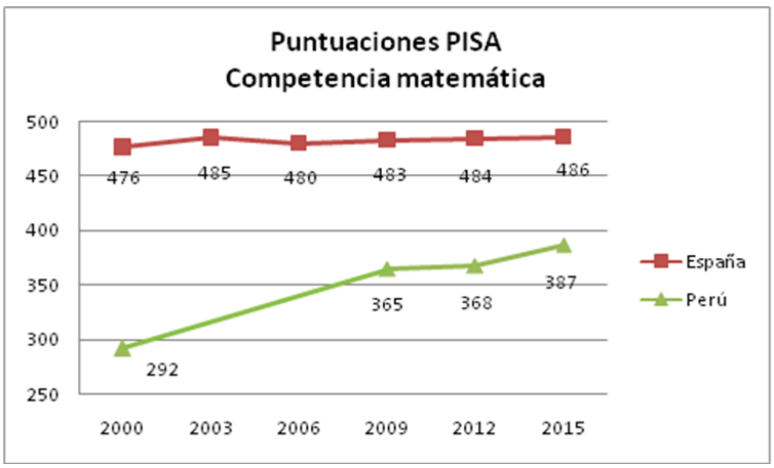


Figura 1. Gráfica de evolución de las puntuaciones PISA de España y Perú en competencia matemática.

En el proyecto *Metas Educativas 2021: la educación que queremos para la generación de los Bicentenarios* (OEI, 2011, p. 136) uno de los propósitos de la meta octava es: "Colaborar en el diseño de modelos para la formación en ejercicio de los profesores y para su desarrollo profesional." En este ámbito de actuación se enmarca esta experiencia de formación docente, que pretende proponer un modelo basado en la enseñanza a través de las nuevas tecnologías de la comunicación para la formación del profesorado de matemáticas, tanto en niveles de primaria como de secundaria.

En la enseñanza de las ciencias y las matemáticas el aprendizaje basado en la indagación, (*Inquiry based learning*-IBL) es una opción que se ha revelado como idónea dentro del modelo constructivista (Gil, 1993; Blum y Niss, 1991). La forma de aprendizaje basada en la TIC y en el paradigma conectivista (Siemens, 2005) como evolución del constructivismo,

ISBN 978-84-945722-3-4

proporciona un escenario propicio al uso del IBL como hilo conductor del desarrollo de experiencias didácticas. Ambas tendencias son complementarias y constituyen la base metodológica en el desarrollo de este intercambio.

Modelo de diseño instruccional

Aunque el profesorado pueda parecer a simple vista un colectivo homogéneo, en realidad está compuesto de personas con situaciones vitales, contextos laborales y motivaciones diversas a la hora de enfrentarse a los retos de su trabajo. En este caso, además, la diferencia horaria y los periodos de vacaciones diferentes entre Perú y España, se suman a la diversidad cultural e individual de cada profesor. La modalidad de formación e-learning ofrece la suficiente flexibilidad a la hora de organizar los tiempos y permite que los participantes puedan adoptar un rol activo, independientemente de su situación particular.

Otra ventaja que aporta el e-learning es la posibilidad de creación de redes profesionales de comunicación activa, lo que se ha denominado PLE (*Personal Learning Environment*). Tal y cómo explican Castañeda y Adell (2011, p. 13):

> Las TIC nos abren nuevas posibilidades. Múltiples herramientas para acceder a la información, gestionarla, reelaborarla, convertirla en conocimiento, y compartir artefactos culturales, y, sobretodo, para interactuar con otros docentes más experimentados, para participar en proyectos didácticos telecolaborativos, etc., nos brindan un nuevo "espacio" para el desarrollo profesional.

Los paradigmas de trabajo escogidos para el diseño del curso, son:

- Constructivismo: El profesorado participante debe elaborar tareas que den respuesta a situaciones concretas de su entorno de trabajo. (Ertmer y Newby, 2008)
- Postindustrial: El objetivo no es seleccionar a los participantes para la promoción profesional, sino promover que se produzca el máximo aprendizaje en cada individuo particular. (Reigeluth, 2016)
- Centrado en el alumno: El aprendizaje está determinado por el marco en el cual se mueve el profesorado que participa. (Hirumi, 2002)

El aprendizaje que se pretende obtener será situado y auténtico, en la medida en que será un aprendizaje que demanda el contexto del profesorado participante en el curso y que tiene una aplicación directa y clara en su desempeño profesional. (Honey y Mumford, 1992)

ISBN 978-84-945722-3-4

Por lo tanto, la situación en la cuadrícula de paradigmas pedagógicos (Fig. 2) de Coomey y Stephenson (2001), será el cuadrante suroeste, porque las tareas son abiertas y están orientadas hacia los destinatarios pero aunque los coordinadores del curso actúan como guías, también determinan las estrategias para llevarlas a cabo.

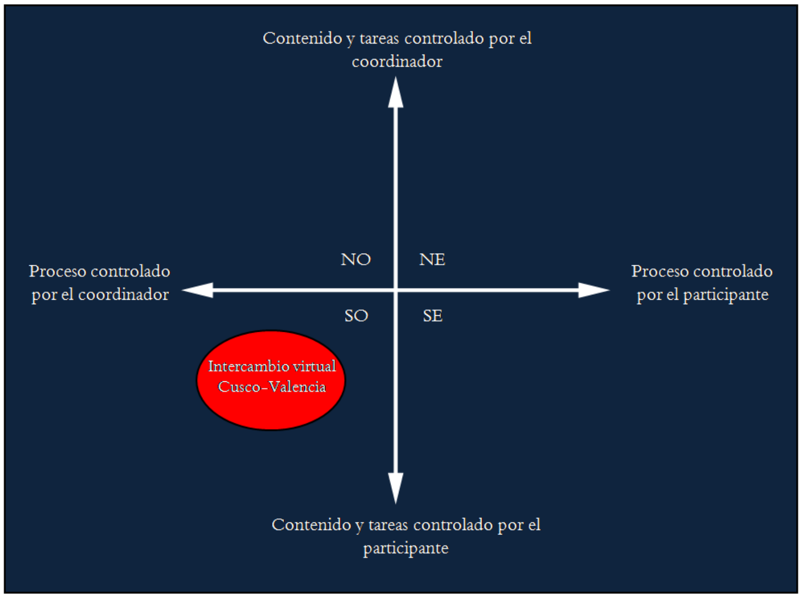


Figura 2. Cuadrícula de paradigmas pedagógicos

Según dice Dillon (2010, p. 3): "Reflection is seen as a strategy that can be used to develop teachers' knowledge, skills and attitudes."

El uso de la práctica reflexiva, del continuo análisis del desempeño profesional, tiene que ser el medio principal para incrementar el conocimiento y las competencias del profesorado. Esta idea, añadida a las líneas pedagógicas adecuadas que se tienen que seguir para este curso, hacen que el modelo escogido para su diseño tecnopedagógico sea el R2D2: *Recursive and Reflective Design and Development.* Este modelo fue desarrollado por Jerry Willis mientras trabajaba en el *Johnson Space Center* de la NASA y en el *Center for Information Technology in Education de la Universidad de Houston*, y está basado específicamente en la teoría constructivista.

Los principios básicos son (Jost, Mumma y Willis, 1999):

- *Recursividad*: No necesariamente las etapas en el diseño tienen que seguir un proceso lineal. El orden de las etapas viene determinado por las necesidades del contexto, y permite volver atrás las veces que sean necesarias. En este sentido, el curso no ha tenido una estructura y contenido cerrado y único desde el primer momento. Revisar y volver a rehacer

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

el diseño según las situaciones particulares del grupo de participantes ha sido una necesidad constante durante su desarrollo.

- *Reflexión*: Por las características del quehacer del profesorado, es de suma importancia ir probando soluciones parciales hasta que del análisis se encuentre la implementación óptima. En este sentido, las tareas requeridas son la concreción de las técnicas reflexivas, que mediante evaluaciones y revisiones han permitido ajustarlas a las condiciones que vienen marcadas por el contexto educativo. El producto no puede ser generalizable.
- *Diseño participativo*: La diversidad de los participantes es la característica peculiar de esta acción formativa. Este curso propone el aprovechamiento de esta diversidad con el propósito de lograr un enriquecimiento de la práctica profesional. Será, por tanto, necesaria la participación activa del profesorado, interactuando entre ellos y con los coordinadores, con el fin de lograr adecuar el diseño y los productos de la forma óptima.

Estructura de la acción formativa

Los procedimientos generales del modelo R2D2 (Jost et al, 1999) aplicados en este curso son:

- Definir: El equipo está constituido por los asesores de formación de ámbito científico, tecnológico y matemático que realizan la función de coordinadores. Los participantes en el curso también forman parte del equipo. Todos y cada uno de los miembros del equipo tiene que aportar aspectos de igual importancia. Para la realización de las tareas, se han tenido en cuenta las diferentes posturas de cada integrante del equipo de trabajo. El interés del curso no es obtener una serie de actividades generalizables en cualquier contexto. Se trata de que el profesorado participante aprenda a diseñar sus propias actividades de aula a la vez que las pone en práctica, dentro del enfoque didáctico *learning by doing* de Dewey (Ruiz, 2013). Por lo tanto, la acción formativa ha estado en continua evolución y en posteriores ediciones se adaptará a las demandas concretas de los participantes en ese momento.
- Diseñar y desarrollar: El entorno virtual escogido ha sido el Moodle porque es la herramienta de la que disponen los centros de formación del profesorado de la Comunidad Valenciana. El Moodle permite que los participantes del curso puedan compartir sus opiniones, producciones e investigaciones, así como paquetes de aplicaciones interactivas y

ISBN 978-84-945722-3-4

de comunicación que pueden enriquecer la experiencia. La acción se ha diseñado en formato curso de 30 horas y está orientado al producto, es decir, a la creación de recursos de aula por los propios participantes y a la obtención de los resultados de su puesta en práctica. Así mismo se ha concebido *orientado al alumno*, de forma que permita la autonomía necesaria al profesorado participante para poder dirigir su aprendizaje y hacerlo de manera progresiva, utilizando métodos de reflexión y recursivos. Los logros de los participantes sirven para crear nuevos contenidos y escenarios de aprendizaje. La evaluación *inter pares* también favorece una cooperación que pueda continuarse en el tiempo.

- Diseminación: Esta fase, se centra en la forma de conseguir que el curso no sea un hecho aislado y anecdótico. Se trata de comprobar si hay un impacto de la actuación y si ha sido útil la formación que se ha producido. No es una acción que se tenga que hacer sólo al final del curso, aunque puede determinar su pervivencia en la oferta formativa por el profesorado, la ampliación de los perfiles de los destinatarios y la implementación en otros lugares. El trabajo cooperativo entre los participantes es un requisito fundamental y básico, por lo que la organización y dinamización de los grupos de trabajo ha sido una de las principales tareas de los coordinadores. En este sentido, la evaluación ha sido exclusivamente formativa, realizada entre todos los agentes que han intervenido en el proceso de aprendizaje mediante diversas técnicas de puesta en común y evaluación entre iguales.

Los contenidos del curso se han estructurado en cuatro temas, de duración variable atendiendo a la extensión de cada uno de ellos y la dificultad de las tareas. Cada tema consta de tres lecciones relativas a contenidos, metodologías y evaluación. También contienen un foro y módulos de entrega de tareas. Los módulos y contenidos concretos de cada tema se encuentras recogidos en el Anexo I.

Se ha incorporado un tema 0 para la presentación de los participantes, y que aporta los contenidos básicos que marcan la orientación del curso. Así mismo, en el encabezado, se muestra aquella información útil, que no requiere tiempo de estudio, como puede ser la relativa a la temporalización, instrucciones sobre el funcionamiento de las dinámicas de trabajo, un enlace a un curso de autoformación sobre Moodle, recomendaciones sobre las herramientas de elaboración de materiales y de comunicación online, y un foro para dudas y sugerencias. Cinco días antes de finalizar el curso, se puso a disposición de los participantes un foro para que realizasen todas aquellas sugerencias de mejora que estimasen oportunas.

ISBN 978-84-945722-3-4

Resultados

En el Anexo II se encuentran recogidas las estadísticas del curso, relativas a participación, encuestas de valoración y cuestionario de control.

Los resultados de las encuestas de valoración revelan que el nivel de satisfacción es alto. Respecto a la dificultad de las tareas y su utilidad, la percepción de los participantes es que es de nivel medio-alto, si bien hay una cierta dispersión de los datos. En cuanto a la valoración del trabajo en grupo, las opiniones están repartidas, marcadas por la experiencia concreta con su grupo de trabajo. En algunas ocasiones, la valoración ha sido cuantificada como 0 porque la participación de los compañeros del grupo ha sido nula.

Respecto al cuestionario de control, en los que se ha medido el nivel de adquisición de los contenidos teóricos, los resultados muestran un promedio general de 5,84 sobre 10. Esto quiere decir que el rendimiento medio ha sido satisfactorio. En aquellos casos que no se ha superado la puntuación de 5, el proceso de retroalimentación ha compensado la deficiencia en el aprendizaje.

La participación ha sido más alta entre el profesorado valenciano, quizás debido a las diferencias entre periodos vacacionales entre Cusco y Valencia. Otro factor, expresado a los coordinadores por correo electrónico, apunta a la dificultad para acceder a equipos informáticos y conexión a Internet.

Conclusiones

Uno de los propósitos de este curso era conseguir el enriquecimiento de la tarea docente mediante el intercambio de experiencias entre profesorado de distintos países. La dificultad expresada por los participantes para establecer contacto y relacionarse, pone de manifiesto que no ha sido alcanzado en su totalidad. Una de las causas podría estar en la elección del comienzo del curso, dentro de las vacaciones escolares de Cusco e incluyendo dos periodos festivos en Valencia (Fallas y Pascua). Eso ha dificultado la comunicación y la sincronización de los equipos, así como la puesta en práctica de las propuestas didácticas. Otra de las causas puede estar en la falta de hábitos y de conocimientos en el manejo de las TIC y los Entornos Virtuales de Aprendizaje. La mayoría de las consultas se hacían mediante correo electrónico, y los trabajos se realizaban individualmente, sin utilizar ninguna herramienta de comunicación online. La propuesta de mejora sería ampliarlo a un año de duración

ISBN 978-84-945722-3-4

incorporando mayores elementos multimedia que favorezcan la comunicación directa y el aprendizaje de las herramientas TIC.

En cuanto al propósito de mejorar el rendimiento del alumnado en Matemáticas a través del diseño de experiencias basada en métodos de indagación, es difícil cuantificar el impacto real en el aula siendo esta una acción formativa a corto plazo y sin posibilidad de realizar un seguimiento. Las encuestas de valoración recogen la impresión subjetiva de los participantes, resultando útil a una mayoría, si bien con una dispersión muy alta que incluye un 17% a los que no les resulta nada útil. Este resultado contrasta con el grado de satisfacción en el que ningún participantes declara estar poco satisfecho.

Para maximizar el impacto la propuesta de mejora consiste en la entrega de los materiales elaborados por los participantes a modo de recursos para que puedan utilizarlos en las aulas. Una muestra de estos trabajos se encuentra recogida en el Anexo III.

Referencias bibliográficas

Blum, W. and Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects? State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), pp. 37-68.

Castañeda, L. y Adell, J. (2011): El desarrollo profesional de los docentes en entornos personales de aprendizaje (PLE). En Roig Vila, R. y Laneve, C. (Eds.) *La práctica educativa en la Sociedad de la Información: Innovación a través de la investigación /La pratica educativa nella Società dell'informazione: L'innovazione attraverso laricerca*. Alcoy: Marfil. pp. 83-95

Coomey, M. y Stephenson, J. (2001). Online learning: it is all about dialogue, involvement, support and control-according to research. A J. Stephenson (Ed.), *Teaching and learning online: pedagogies for new technologies*. Londres: Kogan Page.

Dillon J. (2010). Towards the professional development of science teachers, *The International Seminar: Professional Reflections*, New York: National Science Learning Centre

Ertmer, P. and Newby, T. (2008). Behaviorism, Cognitivism, Constructivism: Comparing Critical Features from an Instructional Design Perspective. *Performance Improvement Quarterly*, 6(4), pp.50-72.

Gil, D. (1993). Aportaciones de la investigación en didáctica de las ciencias a la formación y actividad del profesorado. *Qurriculum: Revista de teoría, investigación y práctica educativa*, (7)6, pp. 45-66

Hirumi, A. (2002). Student-Centered, Technology-Rich Learning Environments (SCenTRLE): operationalizing constructivist approaches to teaching and learning. *Journal of Technology and Profesor Education*, 10 (4), pp. 497-537.

Honey, P. y Mumford, A. (1992). *The manual of learning styles* (1ª ed.). Londres: Honey.

ISBN 978-84-945722-3-4

Jost, M.B., Mumma, P. y Willis, J. (1999). R2D2: A Constructivist/Interpretivist Instructional Design Model. In J. Price, J. Willis, D. Willis, M. Jost & S. Boger-Mehall (Eds.), P*roceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference 1999* (pp. 1489-1494). Chesapeake, VA: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE).

OECD (2017). *Data PISA.Oecd.org*. Recuperado el 19 Abril de 2017, de http://www.oecd.org/pisa/data/

OEI: Organización de Estados Iberoamericanos para la educación, la ciencia y la cultura (2011) *Metas Educativas 2021: la educación que queremos para la generación de los Bicentenarios.* Madrid.

Reigeluth, C. (2016). Instructional Theory and Technology for the New Paradigm of Education. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, (50).

Ruiz, G. (2013). La teoría de la experiencia de John Dewey: significación histórica y vigencia en el debate teórico contemporáneo. *Foro de Educación*, 11(15), pp. 103-124. doi: http://dx.doi.org/10.14516/fde.2013.011.015.005

Siemens, G. (2005) Connectivism: A Learning Theory for the Digital Age. *International Journal of Instructional Technology and Distance Learning*, 2(1), pp. 3-10

ANEXO I INTERCAMBIO VIRTUAL CUSCO-VALENCIA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS MATEMÁTICAS

UNIDADES	CONTENIDOS	MÓDULOS	DURACIÓN
Tema 0: PRESENTACIÓN Y FORMACIÓN DE PAREJAS DE TRABAJO.	Presentaciones de los participantes. Aprendizaje por indagación. Metas educativas 2021 Grupos de trabajo creados y correos de los participantes.	Base de datos con las fichas de las presentaciones. Foro para la elección del grupo de trabajo Lección sobre IBL Enlace a documento Metas educativas 2021 Página con grupos de trabajo	5 horas
Tema 1: TOCA Y CONSTRUYE	Actividades manipulativas de Matemáticas. Análisis de objetos y cultura *Maker*. Ciencia recreativa y experimentos. *The Flipped Classroom*. La complejidad de evaluar. Tipos de evaluación.	Lección "Toca y construye" Lección "The Flipped Classroom" Lección "La evaluación I" Foro Tema 1 Entrega de tareas Tema 1 Encuesta de valoración Tema 1	11 horas
Tema 2: LO IMPORTANTE NO ES LA RESPUESTA	Aprendizaje por descubrimiento e indagación. Diferencias y similitudes. Origen. Resolución de problemas y modelización. Aprendizaje cooperativo y colaborativo. Diferencias y similitudes.	Lección "Lo importante no es la respuesta" Lección "Aprendizaje cooperativo" Lección "La evaluación II" Foro Tema 2 (por grupos separados) Wiki como herramienta para trabajo grupal	11 horas

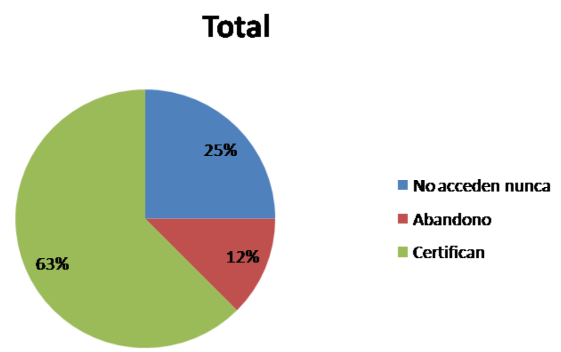
ISBN 978-84-945722-3-4

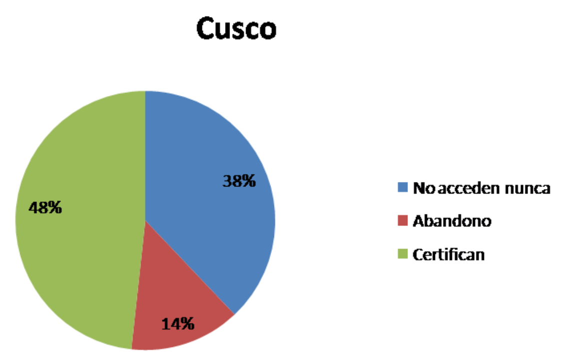
	Actividades Kagan. Puzzle de Aronson. La evaluación por rúbricas.	Encuesta de valoración Tema 2	
Tema 3: AL AIRE LIBRE	Rutas matemáticas. Visitas a museos. Olimpiadas matemáticas. Yincanas matemáticas. Construcciones matemáticas: Omnipoliedro y domo geodésico. Juegos tradicionales para el aula de Matemáticas. Gamificación. La evaluación *inter pares.*	Lección "Al aire libre" Lección "El juego" Lección "La evaluación III" Foro Tema 3 Taller REVISIÓN POR PARES Enlace instrucciones para el taller Encuesta de valoración Tema 3	16 horas
CUESTIONARIO DE CONTROL			1 hora
Tema 4: TODOS A UNA	Aprendizaje por proyectos. El aula del futuro. Aprendizaje-Servicio. Comunicación social de la ciencia. Evaluación de un proyecto y de la práctica educativa.	Lección "Todos a una" Lección "Metodologías con implicación social" Lección "La evaluación IV" Foro Tema 4 Entrega de tareas Tema 4 Encuesta de valoración Tema 4	16 horas

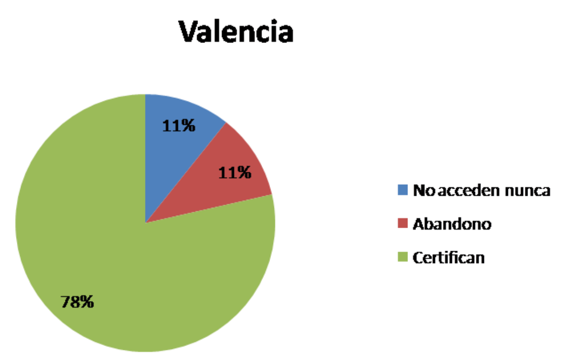
ANEXO II INTERCAMBIO VIRTUAL CUSCO-VALENCIA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS MATEMÁTICAS

PARTICIPACIÓN

ISBN 978-84-945722-3-4

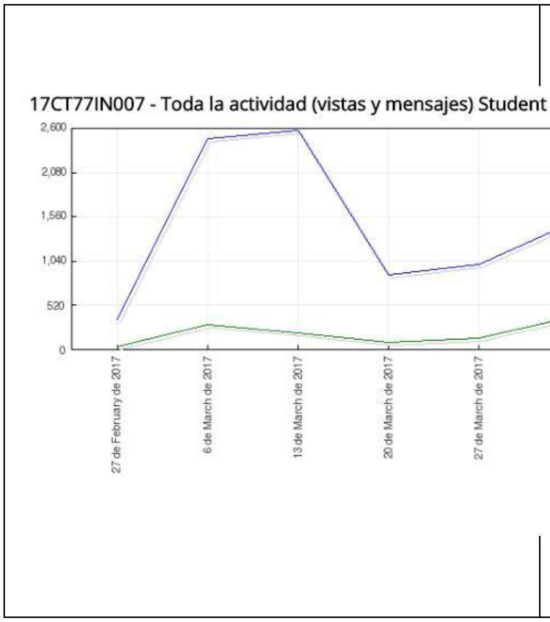


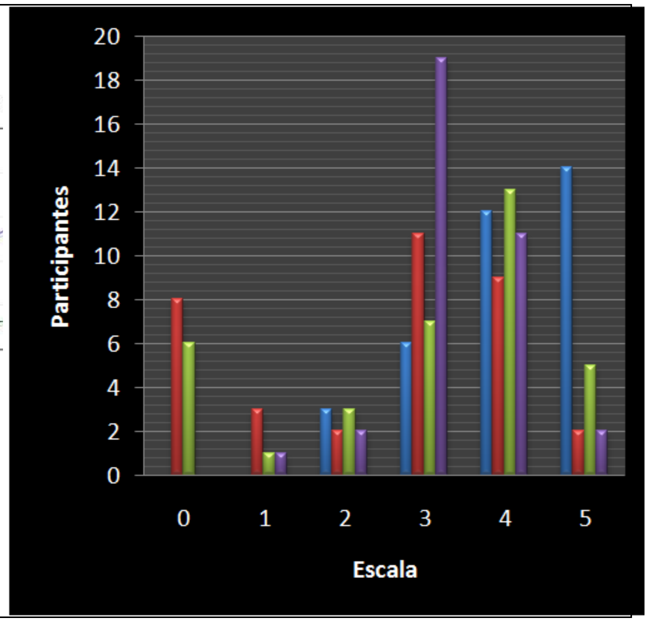




ACTIVIDAD DEL CURSO	RESULTADOS ENCUESTAS DE VALORACIÓN

ISBN 978-84-945722-3-4





ANEXO III INTERCAMBIO VIRTUAL CUSCO-VALENCIA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS Y LAS MATEMÁTICAS

Reflexión en torno a la práctica de una actividad diseñada con elementos manipulativos en Matemáticas.

La actividad **"JUGANDO CON LAS CARGAS"** ayudó notablemente para que los alumnos de 11-12 años (primer año) puedan sumar números enteros.

Muchos estudiantes de primero dificultaban en realizar operaciones de sumas con números enteros; para lo cual, los alumnos de cuarto año elaboraron "fichas de cargas" con tapas de color azul para los positivos y otras con tapas de color rojo para los negativos y aplicando el modelo de neutralización, los estudiantes de primero resolvieron diversos ejercicios de suma con números enteros y que en todo momento fueron asesorados por los estudiantes de cuarto año.

Tanto los alumnos de primero y cuarto año durante la sesión mostraron entusiasmo para terminar la tarea asignada.

Los alumnos de cuarto año asesoraron y evaluaron en todo momento las dificultades que tenían sus compañeros de primero.

Los alumnos de cuarto asumieron el compromiso de seguir asesorándolos ya que el 80% terminaron la tarea de resolver las sumas con números enteros.

Aportación a los foros sobre elementos manipulativos de Matemáticas.

ISBN 978-84-945722-3-4

PUZZLE DE PERIGAL (DEMOSTRACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS)
Se trata de que cada alumno construya su propio triángulo rectángulo y las piezas del puzzle de Perigal que ayudan a comprobar el teorema de Pitágoras. Estas piezasse hacen doblando y cortando papeles.
El proceso es fácil y económico, sólo se necesita papel.
El curso donde me parece que se adecua más es en 1° o 2° de ESO.
Como ampliación, se podrían hacer estas piezas con otros materiales. Para ello se podría trabajar conjuntamente con los profesores de tecnología y / o visual yplástica.
También se podría investigar sobre quién fue Perigal y otros puzzles que demuestran el teorema de Pitágoras.
Enlace video, construcción de las piezas
https://www.youtube.com/watch?v=5byyBJFXJ9k

Dos aportaciones en los foros de debate sobre aprendizaje por indagación y por descubrimiento

Cuando intenté dar respuesta a las semejanzas o diferencias entre el aprendizaje por indagación y el aprendizaje por observación también me surgieron ciertas dudas. Tras documentarme con el material disponible y buscar más información al respecto, mis conclusiones son las siguientes:
Los pilares fundamentales del aprendizaje por indagación son el punto de partida (preguntas formuladas adecuadamente por parte del profesor), el protagonista del proceso (el alumno y no el docente) y el objeto principal de estudio (el problema y no la solución).
Por otra parte, en el aprendizaje por descubrimiento, el maestro se convierte en un guía o instructor, cuya función es apoyar y ayudar a los alumnos en el proceso de "descubrir" los aprendizajes que se persiguen. Y el objetivo principal que perseguimos es despertar la capacidad para resolver problemas concretos y de aplicación práctica en la vida real.
Además, en ambas metodologías se fomenta la colaboración entre los estudiantes, los conocimientos son adquiridos por ellos mismos y se fomenta el desarrollo de un razonamiento crítico y una rutina de trabajo óptima. Efectivamente, son más las características que unen ambos métodos, que las que las separan.
Por último, me gustaría destacar una cita, propia para ambos métodos: "Dímelo y se me olvidará, muéstramelo y lo recordaré, involúcrame y lo entenderé". Es potencialmente necesario en los tiempos actuales modificar ciertas metodologías clásicas que no consiguen despertar la motivación del alumnado y justo las que se han tratado en este módulo son convenientes para hacerlo.

DIFERENCIAS ENTRE APRENDIZAJE POR INDAGACIÓN Y POR DESCUBRIMIENTO
¿CREES QUE ES LO MISMO?
No
El aprendizaje por indagación es una metodología de enseñanza aprendizaje a través de la cual el estudiante ha de encontrar soluciones a una situación problema a partir de un proceso de **investigación**. Se centra en afrontar problemas y en el trabajo cooperativo, así como en preparar al sujeto para enfrentar los problemas con espíritu crítico.
El aprendizaje por descubrimiento, es el que promueve que el estudiante adquiera los conocimientos por sí mismo, de tal modo que el contenido que se va a aprender no se presenta en su forma final, sino que debe ser descubierto por el estudiante.
Aunque ambas metodologías de aprendizaje tienen en común el rol del profesor donde este debe de actura como guía facilitando el aprendizaje y no como un mero instructor.

Actividad presentada en una yincana matemática

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

10) Busca imágenes en el instituto, como las que se muestran e indica significados matemáticos que observas en las mismas (al menos tres imágenes y al menos cinco conceptos matemáticos aplicables)

Aportación a los foros sobre juegos y gamificación

Ventajas y desventajas de los juegos-gamificación

La actividad matemática debe propiciar la creación de conocimientos y la adquisición de competencias. Para aprender matemáticas es necesario hacer matemáticas. La deseable actitud positiva hacia la materia puede estar propiciada por el interés, la motivación y el placer ante las actividades, la relevancia, la satisfacción generada y la sensación de progreso. El profesor no es solo un explicador, sino que debe estimular y orientar las actividades de sus alumnos, y su figura resulta imprescindible en el proceso educativo. El currículo debe contemplar la concepción científica, la historia, la cultura y la realidad del entorno, y entre ellos aparecen las costumbres y los juegos.

La presencia de las matemáticas es constante en el entorno y en la vida real. Son un elemento básico y fundamental de la actividad de las personas, inmersas en un gran número de aspectos del contexto, siendo necesario aproximar a los escolares la importancia y presencia de las mismas en su devenir diario, y para ello el juego puede ayudar a mejorar la comprensión y adquisición de competencias.

El juego es un elemento que puede ayudarnos a la comprensión de los significados, a la actitud positiva hacia la asignatura, a consolidar los contenidos y la adquisición de as competencias. Puede reforzar las destrezas de los alumnos, atender a la diversidad, a aprender estrategias y adquirir competencias en la resolución de problemas. o la socialización y el trabajo en equipo

Respecto a los inconvenientes que puede surgir pueden ser la necesidad de tener que adaptar el currículum a las experiencias, la determinación correcta de los equipos o actividades diseñadas, el aprovechamiento del tiempo o la sensación de no poder avanzar, cuando posiblemente se de la circunstancia contraria.

Priman más las ventajas.

Propuesta presentada sobre modelización y resolución de problemas

ISBN 978-84-945722-3-4

Planteamiento del problema:

Queremos diseñar un cartel para hacer un almuerzo en el instituto y obtener beneficios para el viaje de final de curso. En el cartel deben aparecer los precios de los productos que se van a ofrecer.

Las condiciones son las siguientes:
Se trata de ofrecer un almuerzo con bebida.
La comida la cocinamos el alumnado y la bebida se compra.
En el instituto somos aproximadamente 450 alumnos y 50 profes.
Nos gustaría recaudar como mínimo 300 euros.
Al viaje iremos 42 alumnos.

¿Qué precios serían razonables para conseguir nuestro objetivo?
¿Qué pondrías en la carta?

Nivel: Alumnado entre 13 y 14 años

Área o materia: Matemáticas

Descripción del desarrollo:

En grupos de cuatro, el alumnado debe resolver un problema dado utilizando los pasos:

1) Lectura y comprensión del problema real
2) Organización mediante conceptos matemáticos y transformación en un problema matemático
3) Planteamiento mediante una representación si es necesario
4) Resolución del problema.
5) Traducción del resultado en términos del problema real y validación.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

CB-797

CONFLICTOS EN LA DETERMINACIÓN DEL CÁLCULO DE LA POTENCIA EN UN CONTRASTE DE HIPÓTESIS POR ESTUDIANTES DE PSICOLOGÍA

Osmar Darío Vera
overa17@gmail.com
Universidad Nacional del Quilmes. República Argentina

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.
Modalidad: Comunicación Breve (CB)
Nivel educativo: Educación de adultos
Palabras clave: Potencia de un contraste estadístico, estudiantes universitarios, estudiantes de Psicología, conflictos ontosemióticos.

Resumen

Para un problema de contraste estadístico de hipótesis, se pide como pregunta abierta la determinación de la potencia del contraste, dado un valor del parámetro bajo la alternativa y un nivel de significación. Analizamos las prácticas matemáticas implícitas en las respuestas de un grupo de 224 estudiantes de la Licenciatura en Psicología de la Universidad de Huelva a esa pregunta, usando como marco teórico el Enfoque Ontosemiótico de la cognición matemática. Como parte del marco se consideran los objetos y procesos matemáticos intervinientes y emergentes con el objetivo de descubrir los conflictos semióticos que desembocan en respuestas institucionalmente inadecuadas. Se presenta como resultado una clasificación pormenorizada de conflictos semióticos relacionados con los objetos que son parte de la determinación de la potencia de un contraste de hipótesis estadístico.

Abstract

For a statistical test of hypothesis, an open question is asked to determine the strength of the contrast, given a value of the parameter under the alternative and a level of significance. We analyze the mathematical practices implicit in the answers of a group of 224 students of the Degree in Psychology of the University of Huelva to that question, using as theoretical framework the Ontosemiotic Approach of mathematical cognition. As part of the framework we consider the intervening and emerging mathematical objects and processes with the aim of discovering semiotic conflicts that lead to institutionally inadequate responses. We present as a result a detailed classification of semiotic conflicts related to objects that are part of the determination of the power of a statistical hypothesis contrast.

Introducción

ISBN 978-84-945722-3-4

El uso e interpretación de la estadística ha jugado un papel destacado en diversas ciencias humanas, en especial en Educación y Psicología, que basan sus investigaciones en datos recogidos en muestras de poblaciones mayores, a las que quieren extender sus conclusiones, para los cuales es condición realizar inferencia estadística. Sin embargo, el uso e interpretación de la inferencia estadística en estas investigaciones no son siempre adecuados, como se muestra en diversas revisiones. Errores de inadecuación en la interpretación, se producen también en estudiantes universitarios (Vallecillos, 1994; Vera, Díaz y Batanero, 2011).

En particular un objeto importante, pero muy poco tratado para la enseñanza en lo que se refiere al contraste de hipótesis es la comprensión del cálculo de la potencia de una prueba, la que se asocia con la probabilidad de cometer error tipo II, puesto que se puede interpretar también como la probabilidad de no cometer este error.

En este trabajo abordamos este objeto estadístico. Realizamos un estudio cualitativo de la determinación de la potencia estadística en un problema de prueba de hipótesis que un grupo de 224 estudiantes españoles en Psicología, después de haber seguido un curso de inferencia. Nos apoyamos en nociones teóricas del enfoque onto-semiotico de la cognición matemática (Godino, Batanero y Font, 2007). Realizamos un análisis semiótico de las respuestas a dichas tareas, clasificándolas e identificando conflictos semióticos. Con todo ello aportamos elementos al profesor que le ayudará a planificar la enseñanza del tema. Seguidamente, presentamos los fundamentos del trabajo que incluyen antecedentes y marco teórico, el método, los resultados y la discusión.

Antecedentes

La interpretación incorrecta más extendida relacionada con la comprensión del contraste de hipótesis es la de cambiar los términos de la probabilidad condicional en la definición del nivel de significación α (probabilidad de rechazar la hipótesis nula siendo cierta), interpretándolo como la probabilidad de que la hipótesis nula sea cierta, habiendo tomado la decisión de rechazarla (Vallecillos, 1994). El mismo intercambio de condicional se hace en la interpretación del valor *p* (probabilidad de obtener un valor igual o más extremo al dado, si la hipótesis nula es cierta) lo cual se interpreta como la probabilidad de que la hipótesis

ISBN 978-84-945722-3-4

nula sea cierta si se obtuvo el valor dado del estadístico de prueba. La naturaleza condicional de la potencia de la prueba implica que se cometan las mismas equivocaciones antes mencionadas. Más concretamente, y utilizando el marco teórico que se describe a continuación, queremos analizar con mayor profundidad los posibles planteamientos incorrectos en la determinación de la potencia de una prueba de hipótesis.

Marco Teórico

En este trabajo nos basamos en ideas teóricas propuestas en el enfoque ontosemiótico (Godino, Batanero y Font, 2007) en los que se sugiere que el significado de los objetos matemáticos o estadísticos (por ejemplo, los conceptos de potencia de una prueba estadística) es una entidad compleja, en la que intervienen los siguientes tipos de objetos matemáticos primarios: situaciones-problemas, lenguaje, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos. Estos autores, destacan la diferencia entre significado institucional y personal; el primero refleja las practicas matemáticas que la institución intenta transmitir al estudiante, el segundo es el adquirido por el estudiantes en el seno de la institución que podrían coincidir o no con las que esta pretende. Utilizaremos el método de análisis semiótico propuesto por estos autores, para analizar las respuestas incorrectas de los estudiantes de Psicología en el planteamiento de la potencia de la prueba. Este análisis consiste en la identificación de las prácticas matemáticas de los estudiantes al tratar de plantear la potencia, así como de los objetos y procesos matemáticos implicados. Como resultado se identificarán conflictos semióticos de estos estudiantes, que se producen al realizar una función semiótica no adecuada desde el punto de vista institucional.

Método

La muestra estuvo formada por 224 estudiantes de Psicología de la Universidad de Huelva que habían cursado el primer año la asignatura de Análisis de Datos I y Análisis de Datos II (correspondía al segundo año de estudios), donde se impartían conceptos de: muestreo, estimación de intervalos de confianza y contraste de hipótesis sobre medias y proporciones, así como análisis de varianza. Los datos fueros recogidos dentro de la asignatura Análisis de Datos II, y los estudiantes participantes estaban habituados a resolver problemas de contraste de hipótesis. Como parte de una evaluación de la asignatura se les propuso el problema que se presenta en Figura 1.

Problema: Se sabe por diversos trabajos de investigación que los niños de seis años tienen una velocidad lectora media de 40 palabras por minuto, con varianza igual a 16. Un profesor quiere saber si los niños de su clase se sitúan o no en la media de palabras por minuto. Para ello mide la velocidad de lectura en los 25 niños de su clase, obteniendo una media de 43 palabras por minuto. Determinar la potencia del contraste si partimos de que el valor que toma la media poblacional bajo la hipótesis alternativa es igual a 42, con nivel de significación 0.05.

Figura 1. Tarea planteada a los estudiantes de la muestra

La tarea fue resuelta por los estudiantes por escrito y en forma individual. Se hizo un análisis cualitativo una vez recogidos los datos, el mismo consistió en un proceso cíclico e inductivo donde se compararon las respuestas para llegar a una categorización.

En las respuestas correspondientes al problema, el estudiante he de determinar la potencia del contraste, dado un valor de la media poblacional en la hipótesis alternativa y un nivel de significación para el contraste. Se clasificaron las respuestas como correctas, parcialmente correctas e incorrectas; se encontró un solo tipo de respuesta correcta; las categorías encontradas para las parcialmente correctas han sido tres, donde en general consisten en usar la varianza en lugar de la desviación estándar a la hora de tipificar, incorrecta lectura de la tabla para obtener el percentil o en el cálculo de probabilidades para un intervalo. Se encontraron solo dos categorías para las incorrectas, en algunas se comete error en el cálculo del percentil y estandarización y en otras en el uso de la fórmula del estadístico de prueba y del intervalo para la probabilidad de error tipo II. A continuación se analizan los resultados.

Resultados y Discusión

Análisis semiótico de las respuestas correctas

C. Calcula los extremos del intervalo para obtener la probabilidad de no rechazar la hipótesis nula y estandariza correctamente. Calcula el valor correcto de la potencia. Reproducimos un ejemplo en la Tabla 1, para ello dividimos la respuesta en tres unidades

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

donde analizamos cada una de las expresiones generadas por el estudiantes en la columna contenidos. Observamos, que el estudiante ha de poner en relación gran variedad de conceptos diferentes, propiedades y procedimientos con su argumentación, y aplicarlos, mediante un proceso de particularización al contexto del problema.

En particular debe establecer la relación entre la probabilidad de error tipo II y la potencia de un contraste de hipótesis, y reconocer que ésta también es variable. El alumno ha de comprender que la potencia del contraste es una función cuyos valores cambian a medida que lo hace el valor de la media poblacional bajo la hipótesis alternativa. Por ello no es posible controlar los dos errores a la vez; estos yerros, junto con la potencia del contraste que mide la capacidad del test para rechazar una hipótesis nula falsa, tienen una naturaleza condicional.

Tabla 1. Análisis semiótico de una respuesta correcta

Unidad	Expresión	Contenido
U1	Se destipifica $1'96 = \frac{x-40}{4/\sqrt{25}} \to x = (1'96 \cdot 0'8)+40 = 41'568$ $-1'96 = \frac{x-40}{0'8} \to x = (-1'96 \cdot 0'8)+40 = 38'432$ Se tipifican con $\mu = 42$	− El alumno identifica los percentiles ($\pm$1,96) para calcular los extremos del intervalo de la zona de no rechazo (particularización de un concepto). − Encuentra los extremos de tal intervalo (procedimiento). − Mediante la frase "se tipifican con $\mu = 42$" enuncia que a esos valores determinados antes, le restara 42 y dividirá por la desviación de la media muestral (interpretación y cambio de representación).
U2	$x = \frac{41'57-42}{0'8} = -0'53$ $x = \frac{38'431-42}{0'8} = -4'46$ Se buscan en la tabla y se restan	− Tipifica con $\mu = 42$ y la desviación estándar de la media muestral los extremos del intervalo hallados en U1 (procedimiento). − Con la frase "se buscan en la tabla y restan", indica que calculara las probabilidades acumuladas a izquierda para -0,53 y -4,46 (campo de problemas-procedimiento).
U3	$-0'53 \xrightarrow{\text{tabla}} 0'2981$ $-4'46 \simeq 0'0000 -$ $0'2981 = \beta$ $1-\beta = -0'2981+1 = 0'7019$	− Encuentra los valores de las probabilidades acumuladas en los puntos indicados para U2 (procedimiento), − Resta los valores obtenidos en el orden correcto (propiedad). − Iguala el resultado usando símbolo adecuado para la probabilidad de error tipo II, β (interpretación y cambio de representación). − Resta de la unidad el valor de β, naturaleza complementaria de la potencia (propiedad, definición). Obtiene así la potencia de la prueba.

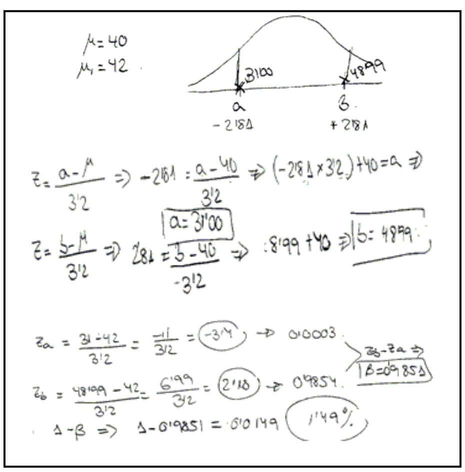
Análisis semiótico de las respuestas parcialmente correctas

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

La complejidad de la tarea da lugar a observar varias categorías de respuestas parcialmente correctas, que agrupamos según cometen o no algún error en la determinación de los extremos del intervalo para el cálculo de la probabilidad de no rechazar la hipótesis nula.

PC1. Usa la varianza, en vez de la desviación típica en la tipificación, comete equivocación en la determinación del percentil. En esta categoría hemos agrupado a todos aquellos estudiantes que no determinan correctamente los extremos del intervalo para calcular la zona de aceptación, usando para estandarizar el valor de la varianza en lugar del de la desviación estándar además de ese fallo, no logran calcular adecuadamente los extremos del intervalo para la probabilidad de no rechazar la hipótesis nula, pues el percentil no es el adecuado. Este fallo lo arrastra a lo largo de toda la tarea y llega a un resultado erróneo. En la Tabla 2 realizamos un análisis semiótico de un ejemplo. Por cuestiones de espacio las categorías *PC2* y *PC3* pueden verse en el Anexo.

Tabla 2. Análisis semiótico de un ejemplo en la categoría PC1

Expresión	Contenido
	– Indica los valores que usara para la media poblacional bajo hipótesis nula como alternativa (particularización de un concepto). – Representa la función de densidad, e indica un valor erróneo (*conflicto)* de los percentiles. Toma como $\alpha/2$ 0,0025 en lugar de 0,025 (procedimiento). – Otro *conflicto* es utilizar la varianza en lugar de la desviación estándar al estandarizar (concepto-procedimiento). – Confunde otra vez la varianza con la desviación estándar al tipificar (procedimiento). Las probabilidades acumuladas que encuentra son correctas (operaciones). – Arrastrando los conflictos señalados llega a un valor posible para β (concepto). – Calcula la potencia restando de 1 del valor hallado para β (definición).Da una respuesta final usando notación en porcentajes (cambio de representación).

Análisis semiótico de las respuestas incorrectas

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

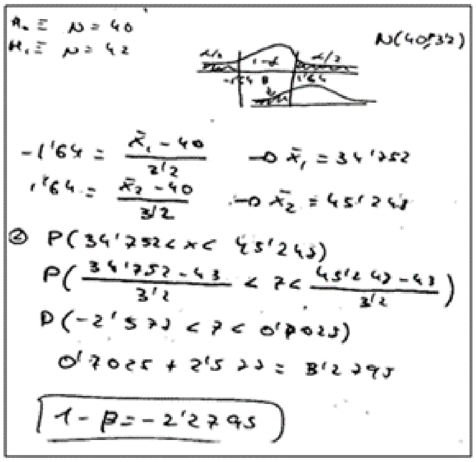
I1. Error en el cálculo del percentil y estandarización. En esta categoría hemos clasificado a los estudiantes que han cometido los siguientes fallos: el percentil no es el que corresponde; en la estandarización para el cálculo de la probabilidad de no rechazar la hipótesis nula usan la varianza en lugar de la desviación estándar; al calcular la probabilidad de error tipo II, no usan el valor consignado en la tarea, sino la media muestral. Finalmente calculan incorrectamente la probabilidad para el intervalo hallado, produciendo un valor mayor que la unidad. De este resultado, luego de restar de uno, obtiene una cantidad negativa para la potencia de la prueba. En la Tabla 3, realizamos un análisis semiótico de esa respuesta. Por cuestiones de espacio, la categoría *I2* puede leerse en el Anexo.

Hemos encontrado pocas respuestas totalmente correctas, apenas en un 14,3%, se desprende de la Tabla 4 que probablemente indiquen la complejidad semiótica de esta tarea para cuya solución entran en juego una gran cantidad de conceptos, procedimientos, argumentos; además debe utilizarse un lenguaje muy preciso para arribar a una respuesta correcta en su totalidad. Hay más respuestas parcialmente correctas (25,5%), clasificadas en las que confunden varianza con desviación estándar, cometen algún error en la tipificación de variables y tienen algún fallo en cuanto al cálculo de probabilidades que están en juego en la tarea; e incorrectas. Los errores están relacionados con la estandarización (Cañadas, 2012), la confusión entre media muestral y poblacional (pues tipifica usando el valor de la media muestral y no el de la media poblacional en la alternativa), la elección de la fórmula para el estadístico de prueba y también en el cálculo de probabilidad. Todos estos casos implican llegar a respuestas incorrectas o no dar respuesta.

Tabla 3. Análisis semiótico de un ejemplo en la categoría I1

Expresión	Contenido

ISBN 978-84-945722-3-4



- Especifica los valores supuestos de la hipótesis nula y alternativa en $\mu = 40$ y $\mu = 42$ y representa la función de densidad. Aparece un *conflicto*, ya que confunde el percentil (particularización de conceptos).
- Indica mediante el símbolo "N(40,3´2)" la distribución que usará, generando un *conflicto*, pues no es correcta la desviación estándar (propiedad, procedimiento).
- Identifica los percentiles para calcular los extremos del intervalo de la zona de no rechazo (particularización de un concepto). *Conflicto* a pesar que encuentra los extremos de tal intervalo sin fallos (procedimiento), pero arrastrando error.
- Otro *conflicto* al especificar que tipificara con el valor de $\mu = 43$ para la probabilidad error tipo II (procedimiento-concepto). En la estandarización, usa σ^2en lugar de σ (propiedad).
- *Conflicto*, al obtener una probabilidad mayor que la unidad (procedimiento, propiedad).
- Presenta un *conflicto*, ya que obtiene como resultado una potencia con valor menor que 1 (propiedad).

Un alto porcentaje (casi 40%, al contabilizar el porcentaje de correctas y parcialmente correctas) conoce el procedimiento para la determinación de la potencia de un contraste, logran luego de seguir una serie de pasos coherentes una respuesta, siendo menor el porcentaje (11,1%) que llegan a una respuesta incoherente, que entre otras están en relación con exhibir una probabilidad cuya valor sea mayor que la unidad o negativa. Finalmente presentamos los conflictos encontrados para la resolución de esta tarea.

Tabla 4. Frecuencias (y porcentajes) de respuestas para la potencia del contraste

	Categorías	Frecuencia	%
C.	Correcta	32	14,3
PC1.	Error en tipificación, usando la varianza en lugar de desviación al estandarizar, e incorrecto el percentil.	47	21,0
PC2.	Error en la tipificación y no divide por el tamaño de muestra	4	1,8
PC3.	Intercambia los extremos al calcular probabilidad en un intervalo.	6	2,7
I1.	Errado percentil, mal la estandarización, vuelve a tipificar usando $\bar{x}$ (43).	18	8,0
I2.	Error en formula de estadístico de prueba y del intervalo para la P(ETII).	7	3,1
I3.	No relacionadas con la tarea.	19	8,5
S/R		91	40,6
	Total	224	100,0

Conflictos en el cálculo de la potencia

En el análisis de las respuestas se han encontrado los siguientes conflictos semióticos que han llevado a los alumnos a un cálculo erróneo de la potencia: c*onfunde la varianza y desviación estándar en la tipificación* (que aparece en las categorías PC1, PC2; I1 e I2, en total 33,9% de los estudiantes); *confusión en el cálculo de probabilidades* (que aparece en

ISBN 978-84-945722-3-4

las categorías PC1, PC3; I1 e I2; en total 34,8% de los estudiantes). Lleva a probabilidades incorrectas, a veces mayores que la unidad; c*onfusión para el cálculo de percentiles* (aparece en las categorías PC2 e I1; en total un 9,8% de estudiantes). No hemos encontrado descrito este conflicto; *no usan la distribución de la media muestral en el cálculo del estadístico de prueba* (aparece en las categorías PC2, en total en 1,8% de estudiantes) y *mantiene una confusión entre media muestral y poblacional* (aparece en las categorías I1 e I2, en total un 11,1% de estudiantes).

Referencias bibliográficas

Cañadas, G. (2012). *Comprensión intuitiva y aprendizaje formal de las tablas de contingencia en alumnos de psicología*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach researchin mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39* (1-2), 127-135.

Vallecillos, A. (1994). *Estudio teórico-experimental de errores y concepciones sobre el contraste estadístico de hipótesis en estudiantes universitarios.* Tesis Doctoral. Universidad de Granada.

Vera, O; Díaz, C. y Batanero, C. (2011). Dificultades en la formulación de hipótesis estadísticas por estudiantes de Psicología. *UNION: Revista Iberoamericana de Educación Estadística*, Nº 27, *p*.41-61. ISSN: 1815-0640.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-798

A PRODUÇÃO DE VÍDEOS NA DISCIPLINA DE ESTÁGIO SUPERVISIONADO EM UM CURSO DE MATEMÁTICA A DISTÂNCIA

Sandro Ricardo Pinto da Silva – Sueli Liberatti Javaroni
ricardosandro.silva@gmail.com – suelilj@fc.unesp.br
UNESP/BRASIL – UNESP/BRASIL

Núcleo temático: Recursos para o ensino e aprendizagem das matemáticas
Modalidade: CB
Nível educativo: 5 – Formação e atualização de ensino
Palavras chave: Educação a Distância; Educação Matemática; Universidade Aberta do Brasil; Formação Inicial de Professores de Matemática.

Resumo

Esta comunicação tem por objetivo apresentar uma discussão sobre um recorte nos dados produzidos em uma pesquisa de doutorado em andamento, que investiga de forma qualitativa e com uma visão multimodal, a maneira que licenciandos produzem vídeos com conteúdo matemático. Esta investigação ocorre em um curso de Licenciatura em Matemática (formação de professores) a distância no Brasil, na Universidade Federal de Alagoas e vinculado à Universidade Aberta do Brasil. Os dados foram produzidos na disciplina de Estágio Supervisionado de setembro de 2016 a fevereiro de 2017 e os procedimentos para esta produção constaram de entrevistas semiestruturadas contínuas, questionários, discussões no Ambiente Virtual de Aprendizagem além de observações e análise dos vídeos produzidos. Estes procedimentos, até o momento, mostram que alunos e professores já utilizavam vídeos como forma de interação a distância em que alunos se protagonizam como professores por meio de videoaulas ou utilizam vídeos postados na internet para acompanhamento de disciplinas regulares da licenciatura. Esperamos, com este trabalho, suscitar algumas discussões e reflexões acerca dos dados aqui apresentados contribuindo para o desenvolvimento das futuras análises bem como auxiliando outras pesquisas com foco semelhante, contribuindo assim para o desenvolvimento da Educação Matemática.

Introdução

O Brasil representa um dos últimos países da América Latina a inaugurar, no sentido de implementar seu funcionamento, uma universidade. Segundo Vianney, Torres e Silva (2003), ao contrário da Espanha que, desde o século XVI, implementou o ensino superior nas suas colônias, Portugal deixou a cargo de Coimbra a formação superior dos brasileiros.

ISBN 978-84-945722-3-4

Certamente tal formação estava disponível para poucas pessoas, devido às grandes restrições e dificuldades da população para atravessar o oceano para estudar.

De acordo com Spanhol e Silva (2016) apenas a partir de 1930 que o Brasil passou a ter um órgão se responsabilizando pela educação, o Ministério dos Negócios da Educação e Saúde Pública (MES). Criado na então "Era Vargas"[33] para tentar solucionar os problemas de saúde, educação e assistência hospitalar gerados pelos conflitos que faziam parte da crise econômica da época.

No entanto até o final do século XX grande parte das instituições de ensino superior no Brasil não tinham se envolvido com o ensino superior a distância, apesar de que desde 1904 instituições privadas ofertavam a educação profissional em áreas técnicas na modalidade a distância (Spanhol & Silva, 2016). Este momento é configurado por Spanhol e Silva (2016) como o início da primeira geração da Educação a Distância – EaD no Brasil, consagrada com a criação do Instituto Monitor (1939) e do Instituto Universal Brasileiro (1941) "e outras organizações similares, responsáveis pelo atendimento de mais de 3 milhões de alunos em cursos abertos de iniciação profissionalizante até o ano 2000 pela modalidade de ensino por correspondência" (Spanhol & Silva, 2016, p.18).

Os mesmos autores endereçam aos cursos supletivos a distância, cuja administração era realizada por instituições privadas e organizações não governamentais, à segunda geração da EaD no Brasil, em que aulas via satélite por meio da televisão eram acompanhadas com material impresso. Tal geração se desenvolveu durante as décadas de 1970 e 1980.

No entanto, em se tratando de ensino superior, Spanhol e Silva (2016) relatam que a maior parte das Instituições de Ensino Superior – IES no Brasil começaram a se mobilizar para a EaD, já com o uso das Novas Tecnologias da Comunicação e da Informação, apenas na década de 1990. Eles configuram este momento como o início da terceira geração da EaD no Brasil em que ocorre a expansão da internet nas universidades públicas e privadas. Zabel e Almeida (2016) afirmam que existe uma associação muito forte entre EaD e internet. Enquanto Borba, Malheiros e Amaral (2014, p. 17) ressaltam que EaD somada às potencialidades da internet representam a "EaDonline [...] entendida como a modalidade de educação que acontece primordialmente mediada por interações via internet e tecnologias associadas". Já Vianney *et al.* (2003, p. 7) apontam que EaD representa uma "universidade virtual, entendida como ensino superior a distância com uso de Novas Tecnologias de

[33] Período em que Getúlio Vargas governou o Brasil pela primeira vez, ente 1930 e 1945.

ISBN 978-84-945722-3-4

Comunicação e Informação (NTIC), em especial a internet e a videoconferência". Entendemos que devido às transformações nos meios de comunicação e o desenvolvimento tecnológico, ocorridos principalmente nas últimas três décadas, a EaD representa uma modalidade de educação viva e atuante, sendo necessárias pesquisas e publicações para o seu desenvolvimento.

A consolidação do sistema público de ensino na modalidade a distância no Brasil se deu em 2006, ao se institucionalizar a Universidade aberta do Brasil (UAB) em parceria com Estados e Municípios. A formação inicial para professores da educação básica que estavam atuando em sala de aula, mesmo sem habilitação para exercer o cargo de professor, representou a prioridade da UAB inicialmente. É importante frisar que a UAB não representa uma nova instituição, mas sim uma articulação entre instituições públicas (Spanhol e Silva, 2016). Assim, a partir da existência desse novo cenário educacional, pesquisas acerca dos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática começam a surgir. E, é nesse ambiente que desenvolvemos uma pesquisa de doutoramento, cujo cenário de investigação é apresentado a seguir.

O cenário da investigação

A investigação que realizamos está apoiada em um projeto maior, intitulado E-Licm@t-Tube, que busca investigar a produção de vídeos nos cursos de licenciatura (formação de professores) em Matemática com funcionamento na modalidade a distância. Esse projeto, além de mapear o uso dos vídeos por professores e alunos nesses cursos, tem ainda como objetivo realizar festivais de vídeos em que licenciandos produzirão vídeos digitais com conteúdo matemático[34]. Nossa investigação representa uma das várias ramificações desse projeto.

Em consonância com o projeto E-licm@t-Tube – em que um dos objetivos é aproximar a universidade da escola básica utilizando a produção e o uso de vídeos por alunos e professores das instituições envolvidas – foi realizada uma observação participante, pelo primeiro autor deste artigo, no Ambiente Virtual de Aprendizagem – AVA das disciplinas de Estágio Supervisionados I e II do curso de Licenciatura em Matemática na modalidade a distância da Universidade Federal de Alagoas, uma universidade pública localizada na região nordeste do Brasil. Entendemos observação participante como

[34] O I Festival de Vídeos e Educação Matemática será realizado em setembro de 2017. Inscrições e outras informações em http://www.festivalvideomat.com/ .

ISBN 978-84-945722-3-4

> [...] uma técnica de levantamento de informações que pressupõe convívio, compartilhamento de uma base comum de comunicação e intercâmbio de experiências com o(s) outro(s) primordialmente através dos sentidos humanos: olhar, falar, sentir, vivenciar... entre o pesquisador, os sujeitos observados e o contexto dinâmico de relações no qual os sujeitos vivem e que é por todos construído e re-construído a cada momento (Fernandes, 2011, p. 264).

Segundo Borba et al. (2014) a relação que é desenvolvida nesta observação participante está impregnada de vínculos entre os pesquisadores e pesquisados, representando relações sociais que são desenvolvidas, em alguns casos, com mais clareza do que em outros, a ponto de transformar a maneira com que a pesquisa é realizada. Entendemos os excertos de Borba et al. ratificando o AVA como ambiente natural e propício à pesquisa como sugerido por Lincoln e Guba (1985) quando relatam que os atores da pesquisa não podem ser vistos isolados desse contexto.

O Estágio Supervisionado, com carga horária de 400 horas, está distribuído em quatro disciplinas na grade curricular do curso investigado. As duas primeiras, Estágio Supervisionado I e II, tem como objetivo levar os licenciandos a adquirir experiências na segunda etapa do Ensino Fundamental – 6º ao 9º ano – enquanto as disciplinas de Estágio Supervisionado III e IV estão direcionadas ao Ensino Médio.

Para as observações participantes, citadas anteriormente, Strauss e Corbin (2008) afirmam que, em determinadas situações, é importante estimular os informantes para que possam verbalizar seus pensamentos. Pensando nisso, durante nossa participação no AVA, sugerimos a discussão do texto de Moran (1995) como ponto de discussão com o objetivo de levantar questionamentos sobre as principais barreiras e vantagens quando se pretende realizar a produção e o uso de vídeos em sala de aula. Além das observações citadas acima, compõem também o cenário de investigação 14 vídeos – com conteúdo matemático – produzidos pelos licenciandos, que foram propostos pelo primeiro autor deste artigo em colaboração com as professoras das disciplinas de Estágios I e II bem como as entrevistas realizadas com o coordenador do curso e com as professoras citadas acima. Ressaltamos que os vídeos produzidos fazem parte dos requisitos de avaliação nas disciplinas investigadas bem como recursos para a produção dos dados da pesquisa de doutoramento, como citado acima. Para

ISBN 978-84-945722-3-4

este artigo realizamos um recorte dos dados que foram produzidos, os quais apresentamos na próxima seção.

Os dados produzidos

O recorte que apresentamos neste artigo, tem como origem uma investigação de doutoramento que tem como objetivo, observar de forma qualitativa e com uma visão multimodal, os vídeos com conteúdo matemático produzidos por licenciandos de um curso de licenciatura em matemática na modalidade a distância.

A forma qualitativa que está sendo desenvolvida apoia-se principalmente em Strauss e Corbin, (2008) que compreendem a pesquisa qualitativa sendo desenvolvida por meio de teorização, que representa não apenas um movimento de intuir ideias (conceitos) mas também de construção dessas ideias de uma maneira lógica e explanatória. A essa teoria Strauss e Corbin (2008) chamam de Teoria Fundamentada nos dados (TFD). Enquanto à visão multimodal, Walsh (2011) define como uma combinação de textos impressos ou digitais, fotos ou vídeos por meio de tecnologias móveis ou por diferentes tipos de computadores ou dispositivos de multimídia. Assim, na pesquisa de doutoramento em desenvolvimento, temos por objetivo secundário disseminar o uso de vídeos multimodais na formação inicial desses licenciandos, futuros professores de Matemática.

Strauss e Corbin (2008, p. 14) definem categorias como conceitos, que apresentam os fenômenos, ou ideias centrais nos dados, em que "fenômenos são ideias analíticas importantes que emergem dos nossos dados". Para esses autores a teoria propõe às categorias e suas propriedades desenvolver-se por meio de ferramentas analíticas como formulação de perguntas, realização de comparações e microanálise empregadas nos dados, linha a linha. Esse processo é realizado por meio de codificações como recursos para análise dos dados. Os autores dividem esse processo de codificação em Codificação Aberta, Codificação Axial e Codificação Seletiva.

Segundo Strauss e Corbim (2008, p.103), a Codificação Aberta representa "o processo analítico por meio do qual os conceitos são identificados e suas propriedades e suas dimensões são descobertas nos dados". Este momento é importante fazer com que surjam o maior número possível de categorias e conceitos/códigos, que são blocos para a construção da teoria e são identificados no discurso dos informantes. Oportunidade para separar os dados em diferentes partes com o objetivo de realizar comparações observando as diferenças e

ISBN 978-84-945722-3-4

semelhanças entre os vários códigos nomeados pelo pesquisador. Eles ressaltam que nesta etapa vão surgir as principais categorias de análise. A codificação Seletiva, segundo os mesmos autores relatam, representa o momento de relacionar as categorias desenvolvidas na Codificação Aberta segundo suas propriedades e dimensões, reagrupando os dados que foram divididos e utilizando diagramas para realçar visualmente as ligações apresentadas. Já a Codificação Axial, representa o momento de refinar e integrar a teoria, relacionando as etapas anteriores para o desenvolvimento de uma categoria central, integrando as categorias anteriores.

Strauss e Corbin (2008) representam o principal referencial metodológico da pesquisa de doutoramento, em função disso retratamos neste artigo um recorte dos dados, apresentando alguns códigos e conceitos que emergiram no desenvolvimento da Codificação Aberta.

Analisando os 14 vídeos produzidos pelos licenciandos observamos um predomínio de videoaulas, por este motivo todas as categorias/códigos que emergiram para o desenvolvimento da Codificação Aberta tiveram como elemento propulsor o fenômeno videoaulas. Entendemos videoaulas como sendo as produções em que os alunos se destacam como protagonistas, são por eles narradas como se estivessem em uma sala de aula apresentando uma atividade ou ensinando um determinado assunto.

Procuramos no discurso dos alunos, durante o debate sobre o texto de Moran (1995) e nas entrevistas, os conceitos e códigos que possam corroborar para a ocorrência do fenômeno – *videoaulas*. O quadro abaixo apresentamos alguns dos discursos realizados pelos licenciandos em que foram identificados estes códigos nos quais desenvolvemos algumas categorias para a construção da Codificação Aberta.

Para uma melhor compreensão, no discurso serão grifados os trechos que foram codificados, em seguida serão apresentados os códigos desenvolvidos para os eventos observados pelo pesquisador e finalmente os memorandos que foram elaborados como discussão para o fenômeno videoaulas. Segundo Strauss e Corbin (2008, p.209, grifos dos autores) memorandos são “registros escritos de análise que podem variar em tipo e formato [os memorandos podem ser] *notas de codificação, notas teóricas, notas operacionais* [...]”.

Quadro 1 – Codificação e Análise Inicial

Discurso	Códigos	Memorandos

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

"Boa tarde! Eu gostaria de tira uma dúvida sobre o vídeo esse vídeo é pra fazer a gravação com um professor dando aula de matemática na sala ou é com a minha pessoa dando a aula" (Israel – Aluno).	"tira uma dúvida" ***INSEGURANÇA*** "gravação com um professor" ***ASSESSORAMENTO*** "com a minha pessoa dando a aula" ***PERSONAGEM PRINCIPAL/PROTAGONISTA***	O aluno Israel não tem certeza de como produzir o vídeo, no entanto as possibilidades que ele apresenta estão direcionadas para videoaula. Isso se confirma no vídeo que ele apresenta em dupla com outro aluno, o Marinildo. No vídeo eles apresentam uma videoaula em que é realizada um compra de um armário que custa R$ 450,00 e o comprador apresenta cinco cédulas de R$ 100,00, ou seja R$ 500,00. Os alunos nomeiam o vídeo como "cálculo com o sistema monetário". É realizada a subtração, em uma cartolina, dos R$ 500,00 pelos R$ 450,00 apresentando R$ 50,00 como troco. Percebemos que a simplicidade do vídeo apresentado por estes alunos explica-se pela falta de possibilidades e experiências com este recurso. Possivelmente representa o primeiro vídeo produzido por eles, visto que em outros discursos observamos que este tipo de atividade não foi realizado durante o curso. Entendemos que importante revisitar os dados e/ou utilizar amostragem teórica[35] para assegurar esta hipótese.[36]
"Produção de vídeo, eu em particular não tenho nenhuma experiência"(Alaine – Aluna) .	"não tenho nenhuma experiência" - **INSEGURANÇA**	Por meio de alguns discursos percebemos que muitos alunos utilizam vídeos para suprir algumas necessidades nas disciplinas do curso. No entanto observamos neste discurso que a aluna Alaine não tem nenhum contato com a produção de vídeos. Esse tipo de atividade – *produção de vídeos* – não faz parte dos procedimentos de ensino dos professores do curso. Entendemos que trazer essas atividades para o processo de pesquisa além de realizar esse tipo de descoberta, apresenta aos licenciando mais um recurso que poderão utilizar quando professores. Importante revisitar os dados e verificar discursos de alunos/professores que utilizam em suas aulas o recurso vídeo.
"Não tenho experiência com produção de vídeos, mais utilizo sim vídeos como suporte para as disciplinas do curso e ajudam muito no entendimento" (Rafael – Aluno).	"Não tenho experiência com produção de vídeos" ***INSEGURANÇA*** "utilizo sim vídeos como suporte para as disciplinas do curso" ***AUXÍLIO DIDÁTICO METODOLÓGICO***	A fala do aluno Rafael corrobora o que citei no memorando anterior: Os alunos utilizam vídeos como auxílio ou suporte para as aulas das mais variadas disciplinas do curso, no entanto não estão sendo estimulados a produzir os vídeos. É possível que futuramente este aluno, quando se tornar professor, indicar vídeos para os seus alunos? Essa é uma pergunta que não faz parte dos objetivos desta pesquisa. No entanto, neste discurso existe "algum" contato com o vídeo por parte do licenciando. Entendemos que, neste caso, possivelmente um pouco de expertise é percebida.
"No nosso curso como é a distância usamos bastante aulas em vídeos" (Élida – Aluna).	"No nosso curso como é a distância usamos bastante aulas em vídeos" ***AUXÍLIO DIDÁTICO METODOLÓGICO***	Talvez este seja um dos grandes motivos pelos quais os alunos produziram vídeo aulas. Como o curso é a distância os alunos sentem a necessidade de assistir vídeos para suprir essa necessidade que não têm no dia a dia de seus estudos. A modalidade a distância não representa uma metodologia que os licenciandos estão acostumados desde criança, para isso é necessário um conjunto de procedimentos para a produção e o desenvolvimento de conhecimento. Importante investigar que vídeos eles estão usando. Uma nova visita aos dados é necessária.
"Estas turmas estão distribuídas em diferentes polos e na prática não faz diferença o polo no qual eles estejam uma vez que no nosso curso temos aulas online, via moodle e via vídeo" (Isnaldo – Coordenador do Curso).	"temos aulas online, via moodle e via vídeo" ***AUXÍLIO DIDÁTICO METODOLÓGICO***	A fala do coordenador do curso mais uma vez está corroborando o que comentamos nos memorandos anteriores. Existe uma preocupação da Coordenação com a modalidade a distância, devido a falta que aulas presenciais podem ocasionar no rendimento dos alunos. Entendo que a produção e o uso de vídeos são necessários para esta modalidade. Outro ponto que percebemos na fala do coordenador e que citamos no memorando anterior são os vídeos indicados pelo coordenador. Torna-se necessário olhar esses vídeos, analisar a produtividade e verificar se trazem algo sobre o fenômeno *videoaula.*
"Como eu falei para você pelo Facebook, é a primeira vez que vou dar aula desta disciplina a distância, na verdade é a primeira vez que eu vou dar aula em uma	"é a primeira vez que vou dar aula desta disciplina a distância" ***POUCA DE EXPERIÊNCIA***	Ressaltamos anteriormente que os alunos do curso de Licenciatura precisam ser auxiliados pelos professores. Neste relato a professora de Estágio 1, durante a entrevista ressalta que atuar nesta modalidade representa algo muito novo e que desconhece alguns procedimentos comuns para esta modalidade, dentre eles a produção de vídeo. Com

[35] A amostragem teórica se desenvolve durante o processo, baseada em conceitos que surgiram durante a análise e que podem ser significativos para a teoria.

[36] O memorando representa um procedimento utilizado pelo pesquisador para conversar com os dados. É observado que ele possui, em alguns momentos, características de diário de campo.

ISBN 978-84-945722-3-4

disciplina a distância, eu sou professora do curso presencial desde 2011. E também é a primeira vez que vou assumir um estágio inteiro sozinha [...] não tenho nenhuma experiência com vídeo". (Elisa – Professora da disciplina de Estágio 1).	"é a primeira vez que eu vou dar aula em uma disciplina a distância" ***POUCA DE EXPERIÊNCIA***	isso torna-se importante saber da experiência quanto ao uso e a produção de vídeos dos outros professores do curso. Importante desenvolver um questionário e saber dos demais professores o quanto eles utilizam desse recurso.
"Até onde eu sei, por conta da redução de custos na UAB o Isnaldo [coordenador do curso] adotou a postura dos professores gravarem os vídeos e disponibilizarem no canal dele do YouTube ao invés de os professores irem até os polos" (Elisa – Professora da disciplina de Estágio 1).	"redução de custos" ***FALTA DE POLÍTICA PÚBLICA*** "gravarem os vídeos e disponibilizarem no canal dele do YouTube" ***READAPTAÇÃO DOS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS***	Existe uma grande preocupação na comunidade educacional acadêmica com a diminuição dos recursos em quase todas as áreas. Neste relato da professora da disciplina de Estágio I configura que na modalidade a distância essa preocupação também está presente. No entanto isso está sendo, de certa forma, contornado com a produção de vídeos para os alunos. Acreditamos que é importante entrar em contato com a TI ou com o coordenador para aprofundar os dados de entrada e saída de turmas para verificar se existe um esvaziamento desta modalidade por falta de recursos. Isso está sendo percebido no discurso da professora e possivelmente outras demandas não estão sendo supridas.

Fonte: Autoria Própria

Neste processo, foram desenvolvidos os códigos insegurança, auxílio didático metodológico, assessoramento, personagem principal/protagonista, pouca experiência, falta de política pública e readaptação do procedimento metodológicos. Salientamos que tais códigos voltaram a ser percebidos em outros discursos, no entanto escolhemos não os trazer aqui para não tornar este momento repetitivo. De certa forma estamos no início da análise e outras categorias vão emergir dos dados. Segundo Strauss e Corbin (2008) o processo de codificação é dinâmico e fluido e pode ser realizado de várias formas podendo ter variações conforme as percepções do pesquisador.

Neste momento conseguimos observar que existe uma necessidade, por parte dos alunos, de um contato maior com seus professores. Possivelmente esta necessidade seja tão percebida e necessária para os alunos devido a modalidade do ensino ser a distância. Não caracterizamos isso como um problema, mas é um fato que pode ser observado e com salienta Borba *et al.* (2014, p. 18) "a educação em ambientes virtuais molda a participação de aprendizes e professores de forma análoga àquela feita pela sala de aula". Pensamos que essa moldagem requer por parte dos professores integração aos meios tecnológicos, para que possam auxiliá-los às necessidades do dia a dia de um curso de licenciatura na modalidade a distância. Uma das metodologias que compreendemos ter possibilidade de contribuir com uma melhor formação desses alunos é a produção e o uso de vídeos pelos próprios alunos.

A UAB como política pública, tem como um dos seus principais objetivos oferecer cursos de licenciatura e de formação inicial e continuada para professores da educação básica (Brasil,

ISBN 978-84-945722-3-4

2006). Observamos, apoiados no discurso da professora de Estágio I e em discursos de outros alunos não apresentados no quadro 1, que os recursos públicos direcionados a diminuir as diferenças regionais e ampliar a quantidade de professores com formação em regiões como o Estado de Alagoas estão sendo reduzidos por parte dos governantes. A pesquisa se torna importante, também neste momento, no intuito de ampliar discussões sobre este tema bem como levantar conjecturas em relação a este problema.

Considerações finais

Os dados preliminares mostram que os alunos de Licenciatura em Matemática não estão sendo inseridos em uma discussão sobre a ***produção de vídeos***. Observa-se ainda que o ***uso de vídeos*** está presente nos momentos acadêmicos como forma de auxílio para o estudo das mais variadas disciplinas do curso – os licenciandos utilizam vídeos postados na WEB como reforço. No entanto observamos a falta de experiência dos possíveis futuros professores com esta tecnologia. Como mais uma disciplina será acompanhada, inserindo em sua ementa discussão e atividades com vídeo, esperamos contribuir com a expansão desta metodologia principalmente em cursos de Licenciatura em Matemática na modalidade a distância.

Referências

Almeida, H. R. (2016). Polidocentes-com-Mídías e o ensino de Cálculo I. *TESE(Doutorado em Educação Matemática)*. Rio Claro, São Paulo , Brasil.

Borba, M. C., Malheiros, A. P., & Amaral, R. B. (2014). *Educação a Distância Online.* Rio Claro: São Paulo.

Brasil. (19 de Dezembro de 2006). *Presidência da República - Casa Civil*. Fonte: Decreto nº 5.622, de 19 de dezembro de 2005. [S.I.]: Acesso em 7 de abril de 2017: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2005/decreto/d5622.htm

Fernandes, F. M. (2011). Considerações Metodológicas sobre a Técnica da Observação Participante. (R. A. Mattos, & T. W. Baptista, Eds.) *Caminhos para análise das políticas de saúde*, 262-274x'. Fonte: www.ims.uerj.br/ccaps

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic Inquiry.* London: Sage Publications.

Moran, J. M. (1995). O Vídeo na Sala de Aula. *Comunicação e Educação*, 27-35.

Spanhol, F. J., & Silva, A. R. (2016). Educação Superior a Distância no Brasil. Em P. J. Fiuza, & R. R. Lemos, *Tecnologias Interativas.* Jundiaí: Paco Editorial.

Strauss, A., & Corbin, J. (2008). *Pesquisa Qualitativa: Técnicas e procedimentos para o desenvolvimento de teoria Fundamentada.* Porto Alegre: Artmed.

Vianney, J., Torres, P., & Silva, E. (2003). *A Universidade Virtual no Brasil: O ensino superior á distância no país.* Tubarão: Unisul.

Walsh, M. (2011). *Multimodal Literacy: classroom research and pratice.* Laura St Newtown: National Library of Australia.

ISBN 978-84-945722-3-4

Zabel, M., & Almeida, H. R. (2015). Um retrato da formação online do Professor de Matemática . Em M. C. Borba, & H. R. Almeida, *As Licenciaturas em Matemática da Universidade Aberta do Brasil (UAB)* (pp. 29-47). Rio Claro: Livraria da Física.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-799

PENSAMENTO MATEMÁTICO ELEMENTAR *VERSUS* PENSAMENTO MATEMÁTICO AVANÇADO: UMA ANÁLISE DE ESBOÇOS GRÁFICOS DE FUNÇÕES EM CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Karly Alvarenga Barbosa - Carolina Ferreira
karlyalvarenga@gmail.com – carolinaferrera13@gmail.com
Universidade Federal de Goiás - Brasil

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.
Modalidade: Comunicación Breve
Nível educativo: Terciario o Bachillerato (16 a 18 años)
Palavras-chave: Gráficos, Pensamento Matemático, Cálculo Diferencial e Integral

Resumo

Este trabalho indica alguns tipos de Pensamento Matemático Elementar (PME) e alguns Avançados (PMA) emergidos da análise de 180 avaliações de Cálculo Diferencial e Integral que estão relacionados aos esboços gráficos de funções. As respostas dos estudantes foram categorizadas e colocadas em tipos painéis para serem analisadas em conjunto. Utilizamos principalmente as ideias de PME e PMA apresentas por Harel e Swoder (2005). Como resultados observamos que os indivíduos que somente marcam pontos para traçarem gráficos apresentam estar desenvolvendo um PME e tudo indica que os que esboçam empregando as ideias de limite, continuidade e derivada estão utilizando um PMA. São discutidos ao final alguns tipos de atividades didáticas que podem ajudar os estudantes a melhorarem seus tipos de pensamentos matemáticos.

Introdução

O objetivo principal desse trabalho é indicar alguns tipos de Pensamento Matemático Elementar (PME) e Avançado (PMA) que os estudantes de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) apresentaram, em relação aos esboços gráficos de funções, em suas avaliações, realizadas ao longo do segundo semestre de 2016 em uma universidade pública brasileira. Para completar apresentamos também um método de organização de dados que nos propiciou visualizações holísticas e interrelações das respostas.

Se discutimos e identificamos alguns processos do pensamento matemático (PM) podemos ajudar os nossos alunos a avançar nas construções deles e assim é possível que eles tenham mais sucesso em matemática, por meio de ações didáticas direcionadas e específicas para

ISBN 978-84-945722-3-4

esse fim. Esperamos com isso auxiliar os professores a introduzir explicitamente tais ações em suas aulas.

Para Dreyfus (1991) o trabalho matemático usa muitos processos em uma curta sucessão, se não simultaneamente, e os deixa interagir de forma eficiente. Nosso objetivo, como docentes, pode ser também ajudar os estudantes a aproximarem seus pensamentos matemáticos o mais próximo possível ao da prática do especialista em matemática. Compreender os processos da matemática avançada e sua interação é um pré-requisito necessário para atingirmos esse objetivo.

Aporte teórico

Depois de algumas reflexões e trocas ideias com dois colegas, doutores em Geometria Diferencial, concluímos que os gráficos, de funções, no nosso caso, estão situados em uma área interdisciplinar dentro da própria matemática: aritmética, álgebra e geometria. Aritmética porque trata de entendimento de conjuntos numéricos e de suas operações, de ordenação dos números, de pares ordenados e as relações que os compõe. Álgebra porque envolve, não só, mas principalmente, as variáveis, suas dependências e independências, a ideia de generalização, de previsão de comportamento e, portanto, interpretações de padrões, representações e relações entre grandezas (que aliás, podemos até considerá-las no contexto aritmético). Abarca as manipulações operacionais e o próprio conceito de função em si. Geometria porque estão relacionados com a visualização, com o desenho, com a percepção da forma e do espaço, da proporcionalidade e, de medida.

Um indivíduo possivelmente está no processo de PME em relação aos traçados gráficos quando: normalmente só analisa os gráficos de forma ponto a ponto; muitas das vezes tem em mente somente as parábolas e as retas como possibilidades gráficas; não consegue unir variadas representações em um único sistema de coordenadas para compor o gráfico de uma função definida por partes; não consegue analisar as tangências, quando for o caso; não faz uso das ideias de limites, sejam arbitrariamente grandes ou arbitrariamente pequenos; não emprega graficamente as ideias de descontinuidades; traça corretamente as coordenadas, no caso retangulares; que une os pontos calculados preocupando ou não com a forma gráfica correta; não emprega proporcionalidade e ideias de distâncias nos eixos coordenados; traça

ISBN 978-84-945722-3-4

o gráfico de forma correta ou não, mas não é capaz de interpretar o seu esboço; não concatena a expressão funcional algébrica com a gráfica; não tem o hábito de checar o seu gráfico, dentre outras características. A palavra possivelmente foi usada porque o pensamento matemático pode variar de estudante para estudante e somente uma entrevista pode indicar com mais segurança o tipo de desenvolvimento. Na verdade, as características elencadas anteriormente em relação ao desenvolvimento do PME, podem ou não serem todas identificadas, ou somente uma ou algumas delas, em um mesmo indivíduo. Elas não querem dizer que o indivíduo comete só erros, mas sim também podem indicar que seu raciocínio ainda está incompleto ou imaturo em relação à um ente matemático.

Tanto o PMA quanto o Elementar pode ser interpretado segundo várias concepções, contudo nesse trabalho utilizaremos a apresentada por Harel e Sowder (2005) onde um PMA se estabelece quando a capacidade de superação de pelo menos um dos três obstáculos epistemológicos se estabelece (1- traços da própria história da matemática; 2- não é uma concepção ausente, ou uma falta de conhecimento; em vez disso, é um pedaço de conhecimento ou uma concepção que produz respostas que são válidas dentro de um contexto específico, mas gera respostas inválidas fora dele; 3- resiste tanto a contradições ocasionais quanto ao estabelecimento de novo conhecimento. A posse de um novo conhecimento não é suficiente para que o contraditório precedente desapareça). O nível de aquisição de uma forma de pensar por um indivíduo é determinado pela extensão para a qual o indivíduo superou esse(s) obstáculo(s). É importante frisar que o primeiro obstáculo é problemático, bem mais complexo de se estabelecer e de superar.

Para completar nossas ideias sobre PMA trazemos as de Tall (1995) que o valida como indo além do pensamento algorítmico, mecânico, visual-espacial, o qual pode ser qualificado como PME, e passa a verbal-dedutivo. Envolve a atribuição de significados a um objeto matemático, além da possibilidade de concebê-los em diferentes contextos de maneira pertinente, adequada a cada um deles. Relaciona-se da mesma forma à leitura simbólica, conexa à linguagem matemática, a não somente ao entendimento das demonstrações, mas à elaboração delas de maneira coerente e lógica e à compreensão da matemática como um tipo de sistema dedutivo.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Para Harel e Sowder (2005) é claro que algumas maneiras de pensar são falhas (por exemplo, confiar unicamente em dados empíricos, observações para justificar argumentos matemáticos, como na inferência comum que os alunos fazem: “Como $2(a+b)=2a+2b$ é válido então, $(a+b)^2=a^2+b^2$ também deve ser válido” embora outras inferências sejam boas- por exemplo, procurar soluções elegantes para problemas; generalizar ideias matemáticas). Mas, em que sentido a palavra “avançado” no "Pensamento Matemático Avançado implica "eficaz", "eficiente" ou "elegante"? É o pensamento matemático não avançado necessariamente falta ou falha? "Avançado" Implica que há também um "elementar". Se assim for, em que sentido é o "Pensamento Matemático" Elementar? Para o mesmo autor é extremamente difícil caracterizar essas propriedades, mesmo compartilhando uma compreensão intuitiva de seu significado, e é ainda mais difícil construir uma taxonomia que diferencia as propriedades do pensamento matemático. No entanto, é de suma importância caracterizar as qualidades do PM para transladá-lo então de objetivos cognitivos essenciais, isto é, objetivos que caracterizam um conteúdo matemático elementar para o subsequente sucesso da aprendizagem de um conteúdo matemático avançado. Mas qual é o conjunto completo desses modos de pensar? É uma definição de uma mera lista, ou tem uma estrutura subjacente e é guiado por um pequeno número princípios? Uma investigação sobre o pensamento matemático pode e deve responder a estas questões críticas.

Caracterizamos alguns PMEs e PMAs, mas podem surgir outras identificações até mesmo por meio de uma entrevista e essa é uma etapa que complementa uma investigação a respeito de como o sujeito pensa matematicamente.

Metodologia de Pesquisa

Nossa investigação é de cunho qualitativo com suporte numérico. É fruto da análise de 180 avaliações aplicadas no segundo semestre de 2016, em duas turmas (A e B) de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) da Universidade Federal de Goiás - Brasil, com 83 estudantes ao todo.

No início do semestre, foi aplicado um teste em uma dessas turmas para analisar os conhecimentos de matemática básica e ele foi o disparador para o refinamento de nosso

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

objeto de estudo, isto é, a análise de esboços gráficos, com o intuito de classificar os tipos de pensamentos matemáticos: elementar ou avançado.

Um primeiro teste aplicado em agosto de 2016 na turma B, continha 8 questões, envolvendo operações com frações, potenciação, radiciação, produtos notáveis, equações, inequações, área, perímetro e representação de pontos no plano cartesiano. 46 alunos participaram, e as questões foram classificadas em Aritmética, Geometria e Álgebra. Esse foi nosso primeiro contato com os registros matemáticos dos participantes.

Ao analisarmos as questões relacionadas à Geometria, notamos grande dificuldade pelos alunos, 70% deles não soube respondê-las. Aconteceram resultados parecidos (dificuldades em responder questões que envolviam geometria) em todas as provas, o que nos levou a terem um olhar mais atento a área de Geometria, em especial aos esboços gráficos. Vale observar que no início de nosso trabalho consideramos os gráficos como um ente puramente geométrico.

Os dados foram tabulados em painéis, segundo categorias específicas (erros mais comuns e diferentes, acertos mais interessantes, acertos e erros de interpretação, de linguagem, quantidade de erros e acertos de cada questão, quantidade de notas acima e abaixo de 5,7, e outras caracterizações) com o intuito de visualizá-los e analisá-los em conjunto. Ao todo foram 6 painéis que colocados juntos ou de dois a dois nos deu um retrato dos tipos de resoluções. (Fig. 1)

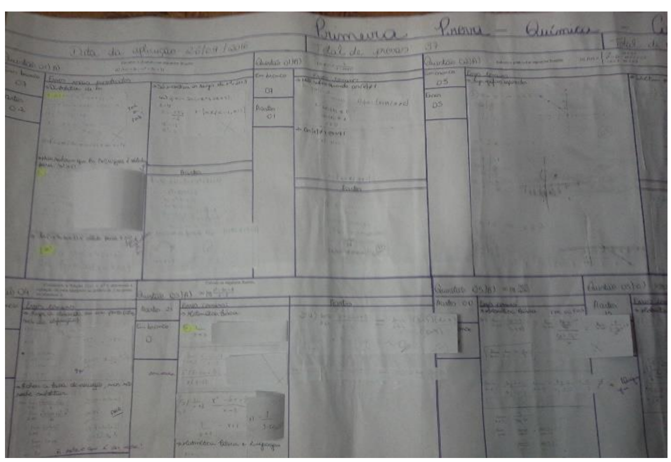


Figura 11: Um dos painéis com os tipos de resoluções de uma avaliação de CDI
Fonte: As autoras

Notamos ainda, ao examinar todas as notas, que as abaixo de 5,7 estavam em maior quantidade, em torno de 75% e isso pode indicar que o PME prevaleceu entre esses indivíduos, pois ainda não construíram pensamentos avançados que atendessem às necessidades matemáticas do nível de demanda de CDI.

Alguns Resultados

Ao analisarmos questões que envolviam ainda esboços gráficos, percebemos que a maioria dos alunos não apresentava um PMA, como por exemplo: ao traçar alguns gráficos, utilizavam só a atribuição de pontos e muitas vezes esboçavam parábolas para representar funções polinomiais de grau diferente a 2. Nesse contexto eles já conhecem os conteúdos de limites, continuidade e derivada, porém vários não conseguiam empregá-los para representar graficamente as funções.

A importância do gráfico não está somente no esboço, mas também nos elementos abarcados, e invisíveis para alguns alunos, de forma aritmética e algébrica também. O trabalho vem para detectar essas falhas de PM, que, em alguns casos, já deveriam ser Avançados desde o fim do Ensino Médio, mas que ainda são Elementares.

Neste trabalho apresentamos duas questões de diferentes avaliações para a análise dos tipos de pensamentos:

1- Esboce o gráfico da função:

$$f(x)=\begin{cases} -x, se\ x\leq 0 \\ x^2-2x,\ se\ 0<x<2. \\ -x+2,\ se\ x\geq 2 \end{cases}$$

Como podemos verificar na Fig. 2, o aluno separa cada parte do gráfico, como se fossem funções distintas, tentando esboçá-las em sistemas de coordenadas distintos. Também errou o esboço no intervalo $0 < x < 2$, devido à substituição de pontos na expressão que compõe $f(x)$, $x^2 - 2x$, e em seguida os marcam no plano cartesiano para uni-los e compor o esboço gráfico. Ele apresenta um Pensamento Matemático Elementar, o qual ainda pode se transformar em um PMA, desde que entenda que a função $f(x)$ é a união das três relações e ainda que utilize as ideias de mínimo da parábola dentre outros conceitos. Nem sempre o fato de somente atribuir pontos e compor os pares ordenados completa o traçado correto do gráfico.

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

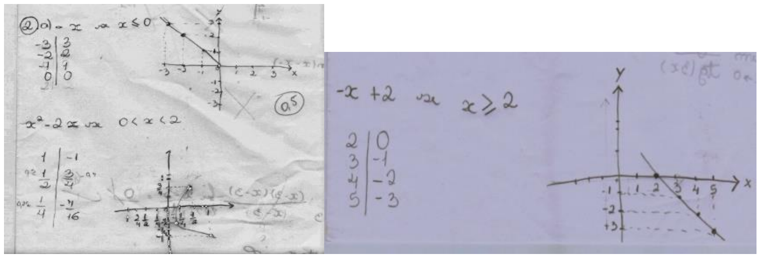


Figura 12: Registro escrito do aluno A1, referente à questão 2(a) da primeira prova da turma A. Indica que o aluno apresenta um PME.
Fonte: Protocolo do estudante

O sujeito da pesquisa, cujo protocolo é apresentado na Fig. 3, apresenta um PMA, pois foi capaz de concatenar as três expressões, inclusive calcular e esboçar o mínimo local da função $f(x)$. Observemos que ele não somente calculou alguns pares ordenados, mas completou suas ideias com outras de traçados de retas.

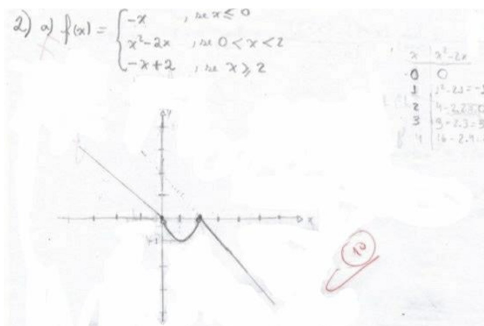


Figura 3: Registro escrito de um dos alunos, referente à questão 2(a) da primeira prova da turma A. Indica que o estudante apresenta um PMA. Fonte: Protocolo do estudante

2- *Dada a função* $f(x) = x^4 - 3x^3$ *, encontre o seu domínio, pontos de máximo e mínimo locais, de inflexão, região de crescimento e decrescimento, estude a sua concavidade e faça um esboço do seu gráfico, calculando para isso os limites necessários.*

A Fig 4 exibe um protocolo em que o estudante foi capaz de calcular corretamente região de crescimento e decrescimento, pontos de inflexões, limites arbitrariamente grandes e pontos críticos, porém não conseguiu concatenar todas essas informações para traçar o gráfico corretamente. Neste caso, ele indica ter um PME e estar próximo de desenvolver um PMA. Ele apresenta ter noções das aplicações de limite e derivada, consegue fazer os cálculos, mas ainda está preso à atribuição de pontos para o esboço. Tudo indica que indivíduo ainda não conseguiu superar os obstáculos epistemológicos indicados por Harel e Sowder (2005).

ISBN 978-84-945722-3-4

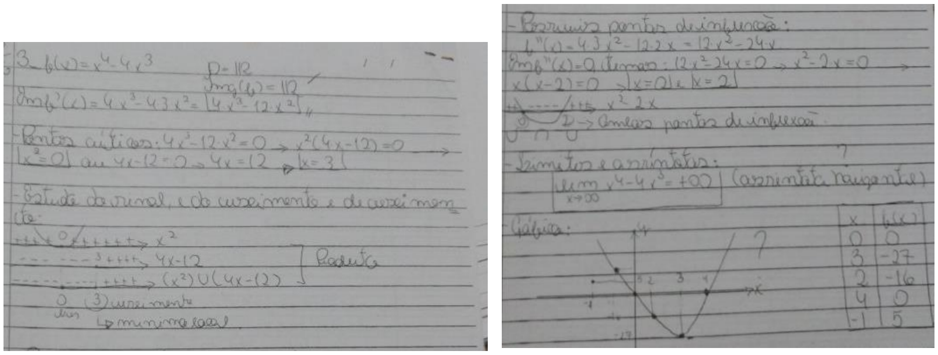


Figura 4: Registro escrito de um dos alunos, referente à questão 3 da terceira prova da turma B. Indica que o estudante apresenta um PME.
Fonte: Dados da pesquisa/Protocolo do estudante.

No protocolo da Fig. 5 temos um exemplo de um estudante que, da mesma forma que o outro, têm as ideias de limite e derivada, calcula os pontos críticos, regiões de crescimento e decrescimento e consegue concatená-los para o esboço correto. Logo, ele apresenta um PMA, pois supera os obstáculos epistemológicos 2 e 3 indicados por Harel e Sowder (2005). É possível dizer ainda que ele transladou então de propósitos cognitivos essenciais para o subsequente sucesso da aprendizagem de um conteúdo matemático avançado. Ele superou o mecanicismo e a forma algorítmica de agir, e foi capaz de utilizá-los coerentemente para esboçar o gráfico de $f(x)$.

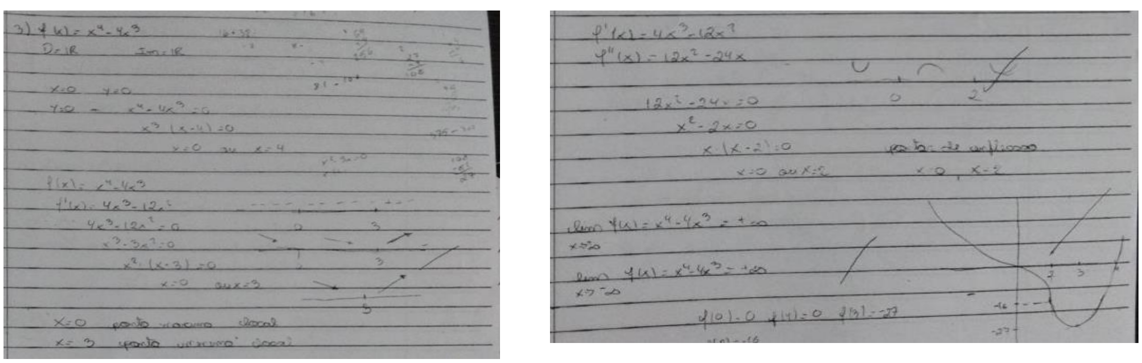


Figura 5: Registro escrito de um dos alunos, referente à questão 3 da terceira avaliação da turma B. O estudante apresenta um PMA.
Fonte: Dados da pesquisa/Protocolo de estudante

Dreyfus (2002) afirma que este tipo de pensamento consiste na interação entre vários processos, como os processos de representar, visualizar, generalizar, entre outros. Para o autor, não existe uma diferença nítida entre os processos envolvidos no PME e no PMA. Há assuntos da matemática elementar que podem ser tratados de forma avançada, assim como há pensamento elementar sobre temas avançados. O que distingue estes dois tipos de

ISBN 978-84-945722-3-4

pensamentos é a complexidade como são tratados, e gerenciados, tais processos presentes em cada um deles

Conclusões

Propor ações didáticas que saem do padrão do uso da letra f para função, x e y para variáveis, que iniciem com as interpretações gráfica que envolvam limites, de forma intuitiva, por exemplo interpretar expressões como: $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{b-1}$, $\sqrt{k+0{,}5}$, $\frac{1}{a^2}$, dentre outras que envolvam logaritmos, trigonometria, exponenciais, frações racionais e irracionais e analisá-las quando as variáveis se aproximam de descontinuidades, pode ajudar o estudante, em especial, do ensino médio, a desenvolver o PME e posteriormente o PMA, enfrentado etapas de registros escritos, de linguagem e uma análise verbal-dedutiva de entes matemáticos. Pode ajudar inclusive a superar os obstáculos 2 e 3, postos anteriormente.

Referências bibliográficas

Dreyfus, T. (2002). Advanced mathematical thinking processes. In: TALL, D. **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer, p. 25-41.

Harel G. & Sowder L. (2005) Advanced Mathematical-Thinking at Any Age: Its Nature and Its Development. **Mathematical Thinking and Learning**, *7*(1), 27–50.

Tall D. (1995) Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. In: MEIRA, L.; CARRAHER, D. (Ed.). **Proceedings of 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education**. Recife: UFPE, 1995. v. 1, p. 61-75.

ISBN 978-84-945722-3-4

CB-800

PRODUÇÃO E COMPARTILHAMENTO DE VÍDEOS POR *SMARTPHONES*: EXPERIÊNCIA EM FORMAÇÃO DE PROFESSORAS

Dennys Leite Maia – José Aires de Castro Filho
dennys@imd.ufrn.br – aires@virtual.ufc.br
Universidade Federal do Rio Grande do Norte | Universidade Federal do Ceará – Brasil

Núcleo temático: Recursos para o ensino e aprendizagem da Matemática.
Modalidade: CB
Nível educativo: Formação e atualização de ensino
Palavras-chave: formação docente. tecnologias digitais móveis. campo conceitual das estruturas multiplicativas. vídeos.

Resumo

Tecnologias digitais móveis, como smartphones, podem colaborar com a formação docente ao oportunizarem experiências de aprendizagem colaborativa entre professores a partir de elementos da prática. O objetivo deste trabalho é analisar reflexões de professoras acerca do ensino e aprendizagem de estruturas multiplicativas a partir de vídeos produzidos por elas. Três professoras do Estado do Ceará/BRA participaram da pesquisa e formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais. As interações ocorreram por meio de ferramentas virtuais como Facebook e WhatsApp, acessíveis por smartphones, em que os participantes interagiam e compartilhavam mídias produzidas para a formação. Aspectos teóricos de aprendizagem colaborativa e do campo conceitual das estruturas multiplicativas foram utilizados para as análises dos dados. Os vídeos produzidos mostravam alunos expondo suas estratégias de resolução dos problemas multiplicativos e, em algos casos, com intervenções das professoras. Os problemas sugeridos aos discentes, suas estratégias e ideias das professoras foram discutidos nas ferramentas digitais entre os participantes. Os resultados mostram que os vídeos foram relevantes para a exposição das concepções das professoras sobre o campo multiplicativo e estratégias de resolução discente. Evidenciamos como um dos principais ganhos da formação, a percepção de que elas passaram a ter sobre o tratamento das estratégias de resolução dos alunos.

Introdução

Com o advento dos dispositivos móveis, as tecnologias digitais estão cada vez mais presentes no cotidiano das pessoas, assumindo um caráter ubíquo. Para o contexto educacional, tais dispositivos com conexão à internet possibilitam explorar *apps* educativos que trabalham conceitos matemáticos e buscar por fontes de informação ou interagir com pessoas, inclusive professores, dentro e fora da escola. A apropriação docente dessas tecnologias digitais pode desencadear uma nova cultura de professores que ensinam Matemática.

ISBN 978-84-945722-3-4

O caráter multimidiático das tecnologias digitais oportuniza formas de representação ampliadas, que vão além do texto escrito ou da comunicação oral. No caso das tecnologias digitais móveis, a portabilidade permite atribuir um caráter pessoal aos dispositivos e ao que é produzido e compartilhamento por meio deles. Essas características demandam pensar em transformações nos processos de ensino e de aprendizagem e na organização de tempos e espaços pedagógicos (Castro-Filho; Freire; Maia, 2016).

Esta pesquisa está alinhada a essa concepção ao desenvolver um processo de formação colaborativo entre professoras que ensinam Matemática, acerca de elementos do campo conceitual multiplicativo (Vergnaud, 1983, 2009). Os *smartphones* foram utilizados como tecnologias digitais que oportunizaram a interação dos participantes do grupo colaborativo e a reflexão compartilhada da prática das professoras. Portanto, o objetivo deste trabalho é analisar reflexões docentes acerca do ensino e aprendizagem de estruturas multiplicativas, a partir de vídeos produzidos por professoras que ensinam Matemática.

Metodologia

Este artigo é fruto de uma pesquisa de doutoramento realizada no contexto do Projeto Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental (E-Mult), aprovado para o Programa Observatório da Educação (OBEDUC) e financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (CAPES) por meio do Edital 049/2012/CAPES/INEP. Três professoras do Estado do Ceará/BRA participaram da formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais. Identificadas como *PCS*, *PCN* e *PCA*, essas docentes coordenavam o referido projeto em suas escolas. Os encontros virtuais síncronos e assíncronos da formação ocorreram por meio de *Skype*, *Facebook* e *WhatsApp*, acessíveis por *smartphones*, em que os participantes interagiam e compartilhavam mídias produzidas para a formação.

As atividades da formação colocavam a reflexão sobre a prática docente no centro do processo. Para tanto, a sequência das ações foram: *i)* elaboração de situações multiplicativas; *ii)* postagem das propostas no grupo do *Facebook* para análise colaborativa; e *iii)* aplicação das situações com alunos em contexto real de sala de aula. Esta última etapa foi registrada em vídeos produzidos pelas próprias professoras a partir de seus *smartphones*. Depois de compartilhados com os demais membros do grupo – pesquisadores e professoras –, os vídeos

ISBN 978-84-945722-3-4

oportunizariam acompanhar e analisar a prática das professoras, a partir de suas intervenções e da explicação dos alunos de suas estratégias.

Esses materiais compõem o objeto de análise desse trabalho. Os vídeos produzidos mostravam alunos expondo suas estratégias de resolução dos problemas multiplicativos e, em algos casos, com intervenções das professoras. Os problemas sugeridos aos discentes, suas estratégias e ideias das professoras foram discutidos entre os participantes. Como um recorte, daremos ênfase a um vídeo produzido na primeira atividade da formação que representa a diversidade e riqueza das trocas e reflexões realizadas virtualmente a partir das ferramentas de interação e comunicação acessíveis pelos *smartphones* dos participantes. A seguir, apresentamos aspectos teóricos de aprendizagem colaborativa e do campo conceitual das estruturas multiplicativas, utilizados tanto para as análises dos dados, quanto para formação docente relatada.

Fundamentação teórica

As tecnologias digitais já utilizadas com frequência pelos professores fora da escola devem ser vistas e apropriadas como ferramentas úteis ao desenvolvimento da profissão. Dispositivos móveis, como os *smartphones*, possibilitam que professores explorem diversas mídias para compartilhar suas experiências. Registros de aulas por meio de áudios, fotos e vídeos compartilhados pela internet resgatam as estratégias didáticas utilizadas, debates em sala, resoluções dos alunos e intervenções docente e podem gerar discussões sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática (Maia, 2016).

Nesse sentido, Dillenbourg (1999) já salientava que as tecnologias digitais estariam se tornando cada vez mais onipresentes, o que tornaria difícil definir a fronteira entre a colaboração com e sem apoio delas. Independente do uso de tecnologias, a aprendizagem colaborativa é caracterizada por uma situação em que duas ou mais pessoas aprendem ou se propõem a aprender juntas. Por esta razão a percepção da aprendizagem colaborativa não ocorre de forma simples pois o produto é resultado das interações do coletivo (Stahl; Koschman; Suthers, 2006).

De acordo com Skillen (2015) dispositivos móveis oferecem novas experiências para professores que ensinam Matemática e defende que os primeiros precisam estar familiarizados e preparados para apoiar os métodos tradicionais de ensino com a integração de tais dispositivos e *apps*. Ao analisarem pesquisas brasileiras e estrangeiras sobre

ISBN 978-84-945722-3-4

tecnologias digitais móveis na Educação Matemática, Maia, Carvalho e Castro-Filho (2016) evidenciaram que ainda são incipientes e apontaram demanda por trabalhos que explorem dispositivos móveis na formação docente. Este trabalho, portanto, procura contemplar essas lacunas apontando novas possibilidades de formação docente com perspectiva colaborativa e apoiada em tecnologias digitais móveis.

Para o fundamentar as análises das práticas de ensino e aprendizagem de Matemática exploradas na formação docente, adotamos a Teoria dos Campos Conceituais, de Gerárd Vergnaud (1983, 2009). De acordo com esta teoria, um conceito deve ser entendido como um conjunto de três subconjuntos, C=(S, I, R), em que S é as situações que dão sentido ao conceito; I é os invariantes dos esquemas de tratamento das situações; R é as representações linguísticas e simbólicas do conceito, suas propriedades, situações às quais ele se aplica e procedimentos de resolução. O contato com maior variedade de situações oportuniza ao aprendiz acesso a diferentes perspectivas do campo conceitual, no caso específico deste estudo, das estruturas multiplicativas.

Magina, Santos e Merlini (2016), apresentam uma releitura da classificação de situações multiplicativas propostas por Vergnaud (1983, 2009). Os pesquisadores classificam tais situações quanto às relações entre as quantidades, eixos de tipos de problemas, classes e tipo de grandeza e indicam que existem cinco diferentes problemas multiplicativos. As atividades da formação trazidas para análise neste trabalho abordam um desse tipo de situações – Proporção Simples.

Em encontro virtual pelo *Skype* ficou definido que cada professora elaboraria duas situações do referido eixo, sendo uma da classe *um-para-muitos* e outra *muitos-para-muitos*. Tomaremos como referência para as análises a situação elaborada por PCS na primeira atividade que teve o seguinte comando: *"Renato tinha vários carrinhos de brinquedo, todos com rodas. Ele então tirou as rodas dos carrinhos e colocou em suas 13 motos de brinquedo, que estavam sem rodas. Sobraram 6 rodas. Quantos carrinhos de brinquedo Renato tinha?"*. Trata-se, portanto, de uma situação multiplicativa de Proporção Simples, com relação *um-para-muitos*. Sobre os vídeos produzidos com a aplicação dessas situações e as trocas realizadas a partir deles é que analisamos a seguir.

Resultados e discussões

ISBN 978-84-945722-3-4

Um vídeo produzido e compartilhado por *PCS se* destacou em razão da estratégia diferente e única que o aluno identificado por *K* apresentava (Figura 01). Embora ele tenha utilizado os algoritmos clássicos da multiplicação em sua resolução, trouxe um diferencial na organização das operações e relações.

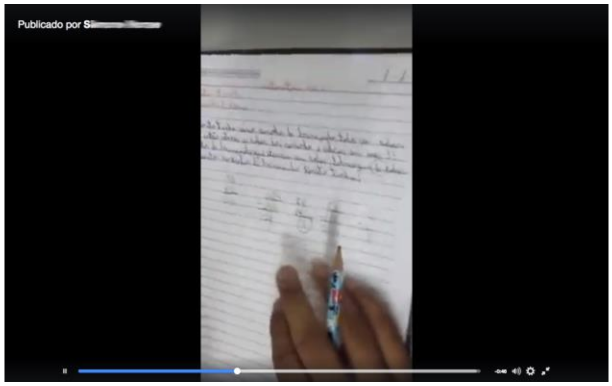


Figura 01 – Vídeo produzido e publicado por PCS.

Diferente dos demais, o aluno trata a situação seguindo a ordem contrária a como é lido o problema e demonstra identificar todas as grandezas envolvidas, inclusive apontando com o dedo e o lápis, indicado onde elas foram registradas na sua resolução. Houve então uma comparação dessa estratégia com a de outro vídeo postado por *PCS*. Nesse segundo vídeo, outro aluno resolve a mesma situação, mas usando a congruência do enunciado do problema para tratar a situação e explorar o recurso do desenho para representar sua solução.

Com a análise das duas propostas de resoluções, *PCS* percebeu a diferença entre as estratégias de resolução dos alunos, ao passo que *PCA* destacou a identificação das grandezas envolvidas pelas estudantes e as relações entre elas, julgada pela docente como passo essencial para o tratamento do problema. As professoras perceberam que se tratava do mesmo esquema, com representações distintas o que gerou uma discussão sobre diversidade de representações para resolver os problemas.

A esse respeito, *PCS* relatou sobre como apresentou o Diagrama de Vergnaud à turma, fato ocorrido após o aluno *K* tê-lo proposto como forma de resolução, em outra oportunidade. O referido diagrama é uma representação proposta por Vergnaud (1983, 2009) para o tratamento de problemas multiplicativos em que é possível organizar as quantidades relacionadas à situação e evidenciar os invariantes. Para as professoras essa proposta favorece à apreensão do campo multiplicativo pelos alunos, pois evidencia as relações entre as quantidades envolvidas no problema.

ISBN 978-84-945722-3-4

Outro conceito da Teoria dos Campos Conceituais também foi contemplada nas discussões baseadas no referido vídeo – a ideia de esquema. Julgamos que isto evidencia atenção das professoras quanto às estratégias de resolução de seus alunos. Como Vergnaud (2009) já destacava, é necessário que o professor compreenda o processo cognitivo do aluno para, a partir daí, melhor intervir para auxiliá-lo na construção do conceito. O esquema é a organização dos invariantes operatórios pelo sujeito para a tomada de ação, neste caso, resolução dos problemas.

Por apresentar esquemas mais sofisticados, a estratégia do aluno *K* foi escolhida para ser analisada com maior destaque pelo grupo durante a conferência pelo *Skype*. Como nem todas as professoras lembravam exatamente da estratégia, foi sugerido que todos assistissem novamente ao vídeo. Essa é uma vantagem dos registros em mídias digitais: permitir que essas memórias sejam regatadas e reproduzidas com mais facilidade a qualquer momento.

Após assistirem novamente ao vídeo, as professoras discutiram entre si a forma como *K* havia resolvido o problema. Elas destacaram a organização dele, identificando as grandezas e relações, principalmente, por iniciar pela relação entre carros e pneus, para então partir para a relação motos e pneus.

A experiência de analisar as estratégias dos alunos, a partir de vídeos compartilhados, proporcionou nova percepção das professoras sobre os esquemas dos alunos e, portanto, mudança em suas práticas docente. Após a publicação dos primeiros vídeos e das discussões sobre as estratégias dos alunos por *WhatsApp*, *PCS* declarou que sentia necessidade de mais referências para tais análises. Ball, Thames e Phelps (2008) destacam que dentro do conhecimento pedagógico do conteúdo que os professores que ensinam Matemática precisam dominar, estão o conhecimento do conteúdo e dos estudantes e o conhecimento do conteúdo e do ensino. O conhecimento pedagógico dos conteúdos é que *PCS* estava desenvolvendo, justamente ao perceber que demandava mais referências para analisar como os alunos pensam.

No sentido de contribuir com essa inquietação da professora, postamos no grupo do *Facebook* um *link* para um vídeo no *YouTube* em que uma pesquisadora tratava o campo multiplicativo (Figura 02), considerando o pensamento do aluno, explorando as formas de pensamento e estratégias elaboradas. Na experiência mostrada no vídeo, a pesquisadora intervinha nos estudantes a partir das elaborações que eles propunham para solução dos

ISBN 978-84-945722-3-4

problemas multiplicativos explorados. A proposta, portanto, estava alinhada ao que propunha a formação desta pesquisa, explorando os conhecimentos docentes elencados por Ball, Thames e Phelps (2008) como necessários ao professor que ensina Matemática.

Figura 02 – Postagem no *Facebook* para vídeo no *YouTube* sobre análise de estratégias.

A formação oportunizou às professoras a percepção da necessidade de entender o que pensam seus alunos ao proporem as soluções dos problemas e que as estratégias podem ser variadas. Como destacou Vergnaud (2009), as diferentes representações e invariantes presentes nas situações são fundamentais na construção de um conceito. Saber das dificuldades dos alunos ou outras percepções ajuda o professor a fazer intervenções adequadas, contribuindo para que ele desenvolva o conceito.

Percebemos que houve uma diferença da postura docente de *PCS* quando se comparam os primeiros vídeos enviados com os outros compartilhados no decorrer da formação. Inicialmente, a professora pouco intervinha nos alunos, diferente do que passava a fazer nos demais vídeos, em que mostrava buscar compreender o pensamento discente.

Estas foram algumas experiências que o uso da tecnologia digital, em especial o *smartphone*, proporcionou significativas reflexões ao grupo acerca do ensino e da aprendizagem de Matemática na experiência relatada. Procuramos destacar como um único vídeo, produzido por uma professora em seu *smartphone*, desencadeou, ao longo da formação, discussões e aprendizagens entre os participantes que contribuíram, ainda que em diferentes dimensões, para o desenvolvimento profissional de cada um.

Conclusões

Os resultados mostram que os vídeos produzidos, compartilhados e acessados pelas professoras a partir de seus *smartphones* foram relevantes para a exposição de suas concepções sobre o campo multiplicativo e estratégias de resolução discente. Destacamos a

ISBN 978-84-945722-3-4

participação de *PCS* na produção e compartilhamento de vídeos. Em seus vídeos, a professora apresentava o problema e pedia ao aluno que explicitasse os passos da resolução. Em alguns momentos a docente intervinha, objetivando entender como o estudante identificou as relações – no caso do problema analisado a relação *um-para-muitos* que estava implícita no problema – e os argumentos de sua ação.

Como era a real intenção de explorar esses registros de sala de aula, as professoras tiveram a oportunidade de analisar os esquemas desenvolvidos e apresentados pelos alunos, os invariantes operados e a forma que foram tratados os problemas – representações utilizadas, além de refletir sobre a prática de ensino de Matemática. Considerando a formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais, além de oportunizar o compartilhamento de uma experiência real de sala de aula com outros, possibilitou a atualização do debate que desencadeou a reflexão e produção de conhecimentos de forma partilhada.

Além do *WhatsApp*, as professoras compartilharam os vídeos pelo *Facebook* para garantir que não fossem apagados da memória dos seus *smartphones*. Isto reflete a integração do dispositivo e das ferramentas digitais, o que permite a flexibilização do ambiente de aprendizagem no contexto de aprendizagem móvel.

A partir da experiência, evidenciamos novas possibilidades para a formação de professores que ensinam Matemática. Tanto a proposta de uma formação pautada na colaboração, quanto no uso de tecnologias digitais disponíveis e acessíveis por professores ampliam as possibilidades de formação docente e superação de dificuldades. Portanto, além de explorar vídeos e *smartphones*, destacamos como um dos principais ganhos da formação, a percepção que as professoras passaram a ter sobre o tratamento das estratégias de resolução dos alunos.

Referências bibliográficas

Ball, D. L.; Thames, M. H.; Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407.

Castro-Filho, J. A. de; Freire, R. S.; Maia, D. L. (2016). Formação docente na Era da Cibercultura. *Revista Tecnologias na Educação*, 16, 1-21.

Dillenbourg, P. (1999). What do you mean by collaborative learning? En Dillenbourg, P. (Ed.). *Collaborative-learning: cognitive and computational approaches*, Capítulo 1, pp.1-19. Oxford: Elsevier.

Magina, S.; Merlini, V. L.; Santos, A. dos. (2016). A estrutura multiplicativa à luz da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. En Castro-Filho, J. A. de *et*

ISBN 978-84-945722-3-4

al (Orgs.). *Matemática, cultura e tecnologia: perspectivas internacionais,* Capítulo 4, pp.65-82. Curitiba: CRV.

Maia, D. L. (2016). *Aprendizagem docente sobre estruturas multiplicativas a partir de uma formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais* (Tese de Doutorado em Educação). Fortaleza: Universidade Federal do Ceará.

Maia, D. L.; Carvalho, R. L.; Castro-Filho, J. A. de. (2016). Tecnologias móveis numa formação colaborativa docente sobre estruturas multiplicativas. En Martins, E.; Lautert, S. *Diálogos sobre o ensino, aprendizagem e a formação de professores: contribuições da Psicologia da Educação Matemática*, Capítulo 7, pp.183-211. Rio de Janeiro: Editora Autografia.

Stahl, G.; Koschmann, T.; Suthers, D. (2006). Computer-supported collaborative learning: an historical perspective. En Sawyer, R. K. (Ed.). *Cambridge handbook of the learning sciences,* Capítulo 21, pp. 409-426. Cambridge: Cambridge University Press.

Skillen, M. A. (2015). Mobile Learning: impacts on Mathematics Education. *Proceedings of the 20th Asian Technology Conference in Mathematics.* Leshan.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative Structure. En Lesh, R.; Landau, M. (Eds.). *Acquisition of Mathematics concepts and processes*, Capítulo 5, pp.127-174. Cambridge: Academic Press Inc.

Vergnaud, G. (2009). *A criança, a Matemática e a realidade: problemas do ensino da Matemática na escola elementar.* Curitiba: Editora da UFPR.

ISBN 978-84-945722-3-4